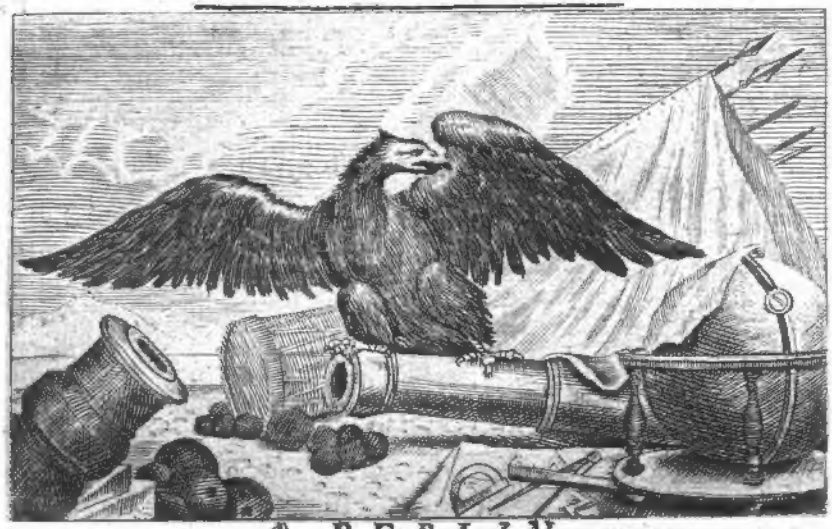
HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNE'E MDCCLV.



A BERLIN,
CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLVII.

Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis,
Préſident.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

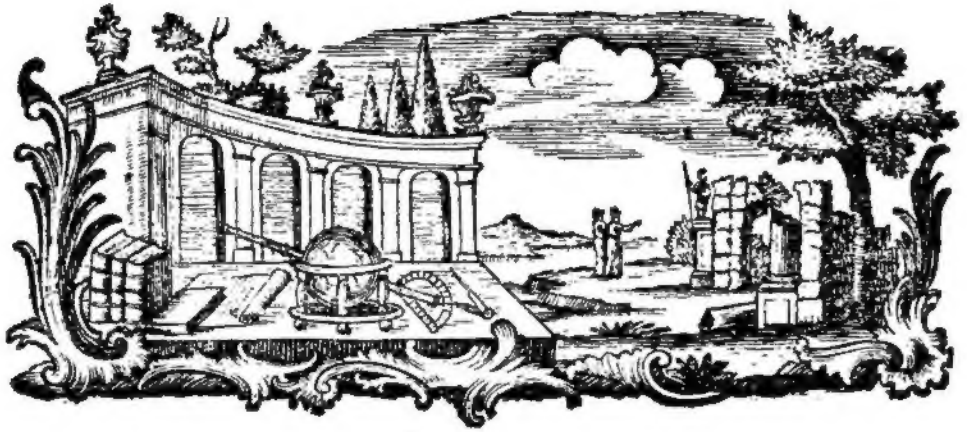
SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

* * *



CONSIDÉRATIONS
SUR LE GLOBE,

PAR M. LE COMTE DE REDERN, (*)

NEUTON détermina dans ſon Cabinet la figure du Globe que nous habitons & ne connoiſſons qu'en partie ; Et la France à qui toutes les Sciences ont les plus grandes obligations, a employé ſes meilleurs Génies & dépenſé des ſommes conſidérables pour vérifier ſa théorie. Le connoitre ne me paroit pas moins intéreſſant pour le genre humain. Les grandes découvertes du XVieme Siecle excitèrent d'abord la curioſité de toutes les Nations d'Europe ; la jalouſie & la cupidité ont ſuccédé à l'envie de connoitre, & notre indifférence eſt auſſi grande qu'elle

(*) Lû le 24 Janvier 1755. Jour de Naiſſance du Roi.

qu'elle l'étoit, quand nous étions enſévelis dans la plus grande barbarie. Les conſidérations que je préſente ſur ce ſujet, devroient peut-être paroitre ſous une forme différente ; faites il y a déjà pluſieurs années, & dirigées vers un point de vüe fixe & déterminé, elles ne furent pas deſtinées pour un Diſcours Académique. Solliciré de vaincre l'éloignement que j'ay toujours eu, & qu'on ne peut avoir aſſés, de faire imprimer, & de les donner à l'Académie, à laquelle appartiennent mes foibles talens, ſi des efforts continuels pour m'inſtruire, & pour être utile à ma Patrie & aux hommes, méritent ce nom ; il m'a paru que je devois les laiſſer telles qu'elles ont été faites pour le bien de ma Patrie, afin d'exciter mes Compatriotes à s'étendre au dehors pour s'enrichir par les connoiſſances & les productions précieuſes des parties inconnues de notre Globe, pour lier, ſi j'oſe le dire, de plus en plus ſes habitans, qui quoique fréres ſe méconnoiſſent, parce qu'ils ne connoiſſent pas leur intérêt commun ; enfin telles que l'envie de contribuer à l'accroiſſement des Sciences & au bonheur des hommes en général me les a dictées, & que j'ai eu l'honneur de les préſenter au Roi, qui dans ſon Cabinet pèſe & meſure ce Globe avec autant de profondeur que *Newton*, mais avec des vûes plus grandes, plus élevées, & plus vaſtes, pour le bonheur de ſes habitans ; qui encourage & protège tous ceux qui propoſent des idées qui tendent à ce but, qui ne demande d'autre ſervice, que d'employer ſes talens & ſes travaux pour le bien des hommes, & les récompenſe comme les Rois ordinaires récompenſent ceux qui ſervent leurs paſſions. Heureuſe ſituation que la nôtre, Meſſieurs, de jouïr de ce plaiſir ſi pur, que l'on goûte à ſervir les hommes, & du bonheur de lui plaire ! Que ce jour que nous célébrons aujourdhui, ce jour à qui nous devons le plus grand des Pruſſiens, nous rappelle tout notre bonheur ! Qu'il nous rappelle toute l'étendue des devoirs que nous impoſe la gloire de notre Patrie commune ; d'une Nation de laquelle les Pruſſiens, j'oſe le dire, ſont une partie diſtinguée : Nation, à laquelle le genre humain doit presque toutes les grandes découvertes : le véritable Syſtéme de l'Univers ; la connoiſſance des Loix du mouvement des Corps

celes-

celeſtes, que *Kepler* trouva, & dont il devina la cauſe que *Neuton* a calculée avec tant de gloire ; celle de la nature de l'air & de pluſieurs propriétés des Corps en général par la Machine pneumatique ; qui partage la découverte de l'analyſe de l'infini avec les Anglois, dans le grand homme fondateur de notre Académie, & Auteur de ce Syſtème merveilleux de conjectures ſublimes & heureuſes ſur la nature, l'ordre, l'harmonie, le but & la chaine des Etres de l'Univers, qui prouvent la ſublimité de l'eſprit humain, ſes efforts & ſon inſuffiſance pour ſortir des bornes étroites dans leſquelles ſont renfermées ſes connoiſſances, la certitude & l'évidence : Nation qui peut prendre part par le Chevalier *Beheim* à la découverte du nouveau Monde ; à laquelle on doit l'Imprimerie, la Gravure, la Chymie, la Science de ſuivre la Nature, & de la décompoſer, la Poudre, le Phoſphore, une Porcelaine plus belle que celle de la Chine, qui a dérobé à la Nature le ſecret avec lequel elle forme les métaux dans les entrailles de la Terre, & l'art de donner au Criſtal artificiel toutes les couleurs dont elle embellit les Pierres précieuſes; qui a ſurpris ce reſſort caché par lequel la Nature paroit vivifier les Corps organiſés, l'irritabilité, reſſort qui avec celui de la ſenſibilité paroiſſent être les principes matériels du méchaniſme merveilleux de la Machine humaine, & de celle des animaux ; à qui une partie du genre humain devra ſa vie, & toute l'Europe la ſureté des richeſſes & des beſoins qu'elle porte & cherche dans les différentes parties de notre Globe, par la préciſion avec laquelle l'homme célébre, qui fait l'ornement de nôtre Académie, & que je nommerois s'il n'étoit pas préſent (*), a fixé l'art le plus ſublime & le plus compliqué, l'Architecture Navale qui n'étoit qu'une Pratique aveugle (**), par les Tables exactes de la Lune, l'inſtrument admirable, qui laiſſe obſerver en mer avec la même préciſion qu'à terre la diſtance des Aſtres, & les Lunettes parfaites

 qu'elle

(*) M. *Euler*.

(**) M. *Bradley* a vérifié par plus de 200 Obſervations la juſteſſe admirable de Tables de la Lune que M. *Meier* a préſentées à la Société de Londres, avec le bel inſtrument pour obſerver ſur mer la diſtance des Aſtres à la Lune.

qu'elle offre au Navigateur ; ſecours qui le mettront en état, quand perdu dans l'immenſité de l'Océan il paroit abandonné ſans reſſource à la fureur des flotts, de diriger avec une grande certitude ſa route ſur les flambeaux ſans nombre avec lesquels de Ciel éclairoit en vain jusqu'à préſent ſon voyage.

Après avoir conſidéré notre Patrie comme la Mère des Sciences & des Arts, vous n'exigez pas que je m'étende ſur ſon mérite proprement littéraire. Des Sçavans du premier ordre, & des Ouvrages admirables dans tous les genres, s'offrent en foule ; & on nous accuſe peut être avec raiſon d'avoir de l'Erudition à l'excès, & d'en faire un trop faſtueux étalage. Je ne m'arrête pas à ces Talens ingénieux, que la France nous a fait connoitre ſous le nom de Bel-eſprit, & nous refuſe ; ce luxe d'eſprit & des Sciences, des Lettres & des Arts, qui en ſont l'objet ou devroient l'être, qui comme le luxe du Riche imbécille, ne cherche qu'à donner l'édat d'une fauſſe grandeur, du faſte & de l'enflure aux petites choſes, parce qu'il ne connoit pas le vray, le beau, la véritable grandeur, & le juſte emploi de ſes richeſſes. La raiſon, le vray Genie, l'Ame douée de toutes les facultés à un degré égal de perfection, ne ſauroit ſe livrer avec excés à des Talens frivoles, qui n'occupent qu'une petite imagination, ne ſe propoſent que d'amuſer en voltigeant ſur la ſuperficie des choſes, de flatter les paſſions communes, retréciſſent l'ame, détournent du vray, & conſidérent les êtres ſous tous les rapports, excepté ſous celui qui les fait connoitre, celui des cauſes & des effets, de l'ordre d'exiſtence, que nous remarquons. *Platon*, qui dans *Socrate* avoit vû condamner à la mort & proſcrire la Raiſon, par un Peuple livré à cet égarement, à ce délire d'eſprit, crut qu'il falloit exclure les Poëtes de ſa Republique parfaite, c'eſt à dire, de celle d'Athénes corrigée de ſes abus & de ſes défauts. Il les auroit vû d'un œil tranquille dans notre Patrie, dans une Nation ou il n'eſt pas rare de trouver de ces hommes qui, Philoſophes éclairés autant que Citoyens généreux de l'humanité & vrais Héros, ont oſe concevoir & tenter des entrepriſes, dont l'exécution paroit aux

Ames,

Ames vulgaires n'être réſervées qu'au pouvoir des Princes & des Peuples. Quelle foule de grands hommes & de belles actions ſe préſentent à votre eſprit. Je me contente de vous rappeller ce projet ſi beau, ſi utile, & ſi néceſſaire pour l'Aſtronomie & la Navigation, de déterminer la Parallaxe de la Lune, que la France vient de faire exécuter, parce qu'il nous regarde de plus près & notre Académie. M. *de Kroſick* le tenta icy au commencement de ce Siecle (*); il envoya M. *Kolbe* au Cap de Bonne Eſpérance, pour faire les Obſervations correſpondantes avec lui. O vous, Juge éclairé de cette grande Famille du Genre Humain! immortel *Montesquieu!* daignez me prêter votre Genie pour mettre dans tout ſon jour le caractère de ce Peuple dont on n'a qu'à comparer la conduite pour le maintien de ſa conſtitution, de ſa liberté, & de la tranquillité du Culte religieux, avec celle des autres Nations d'Europe, pour ſe convaincre, que la raiſon, cette faculté ou force de l'ame, d'être la maitreſſe d'elle-même, de régler, de diriger ſes opérations, & de les entretenir dans un juſte équilibre, pour voir le vray, & pour apprécier & conduire avec ſageſſe la vie humaine, le caractériſe, & forme dans lui ce caractère moral & philoſophique qui tient un juſte milieu entre celuy des autres Nations d'Europe, & qui étoit néceſſaire pour maintenir pendant 20 ou 30 Siecles une liberté ſans époque, & le Gouvernement le plus ſage & le plus ſingulier, que les Grecs avoient tenté vainement dans leurs Amphictions; Peuple auquel l'Angleterre doit ſa conſtitution, ſa ſageſſe, ſon bonheur, & l'Europe la douceur de ſes mœurs & de ſes Monarchies; qui a briſé les chaines avec leſquelles les Tirans de l'ancienne & de la nouvelle Rome tenoient dans l'eſclavage une grande partie de notre Globe, & qui en donnant des Rois presqu'à tous les Peuples d'Europe, paroit être deſtiné à produire les hommes qui doivent inſtruire, éclairer, & gouverner le genre humain.

Je reviens à mon ſujet, ſi c'eſt s'en écarter que de ſentir le bonheur de vivre ſous FRÉDERIC, de prévoir celui qui nous attend,

(*) En 1705.

tend, & de nous rappeller ce que nos Péres ont fait pour la gloire & la félicité de notre Patrie & celle du Genre humain, pour nous faire ſouvenir de ce qui nous reſte à faire. Après que les Arts & les Sciences ſont établies dans un Païs; qu'il eſt peuplé au point, qu'il ne reſte plus de terres en friche; que par l'application à la culture il produit tout ce à quoi ſon terroir & ſon climat le rendent propre; que par ſon induſtrie, en travaillant les matières crües étrangères qu'il ne produit pas, il pourvoit à ſes autres beſoins; il lui eſt néceſſaire pour s'enrichir & pour monter au plus haut point de puiſſance, de richeſſes, & de félicité, de ſe défaire du ſuperflu de ſes productions & de ſon induſtrie d'établir ſon Commerce dans des Païs qui peuvent en avoir beſoin, & de ſuppléer aux choſes qui lui manquent, par l'établiſſement des Colonies qui les produiſent, & aſſurent une conſommation ſure de ſes propres productions. C'eſt en ouvrant la communication & étendant le Commerce dans les autres parties de notre Globe, riches en or, argent, & choſes précieuſes, que nos Climats ne produiſent pas, & pauvres par leur barbarie & le manque de connoiſſances & d'induſtrie, que les Puiſſances maritimes d'Europe ſont parvenuës au point de richeſſes & de grandeur où nous les voyons. Perſonne n'ignore le changement qu'à produit en Europe la découverte des deux Nouveaux Mondes; elle a changé entièrement de face; ſa Politique & ſes mœurs ne ſe reſſemblent plus. Les choſes nouvelles qu'on vit, démontrerent qu'il falloit voir pour connoitre; des connoiſſances plus approfondies & plus juſtes, l'eſprit philoſophique, une nouvelle Philoſophie, les lumières, les Sciences, les Arts, une communication heureuſe, une correſpondance perpétuelle & facile entre ſes différentes parties, & l'abondance, ont ſuccédé à la barbarie, à l'ignorance, aux tenébres, & au manque des choſes les plus néceſſaires pour la vie, depuis qu'elle a établi ſon Commerce & ſes Colonies dans les Parties de notre Globe auparavant inconnües, qui l'enrichiſſent continuellement de connoiſſances nouvelles, & des productions précieuſes des autres Climats.

Henry,

Henry, Prince de Portugal, & *Vaſco de Gama*, donnerent l'Afrique & les Indes Orientales aux Portugais. *Colomb*, après avoir offert l'Amérique à ſa Patrie, aux Anglois, François, & Portugais, força les Eſpagnols par pluſieurs années de ſollicitations de l'accepter; & le Pape *Alexandre VI.* partagea généreuſement notre Globe, toutes les découverres faites & à faire, entre ces deux Nations. Les Anglois, François, & Hollandois, eurent peu d'égard à cet impertinent partage; profiterent des lumières des grands hommes, qui avoient fait les premières découvertes, montrerent combien étoit ridicule la prétention de ces deux Nations, de tenir ſous leur pouvoir les trois quarts de notre Globe, & firent tous ces établiſſements en Amérique, en Afrique, & aux Indes Orientales, qui ont rendu leur Marine auſſi puiſſante, & leur commerce auſſi étendu, qu'ils le ſont de nos jours.

L'Electeur *Fréderic Guillaume* apprit le premier aux Pruſſiens ces principes desquels dépend la puiſſance & la grandeur des Peuples, & que le Régne glorieux ſous lequel nous avons le bonheur de vivre, dévelope dans leur plus grande étenduë. Qu'on me permette de retracer en peu de mots le caractère du Régne de ce Grand homme, & la ſituation du Brandebourg avant lui. Elevé en Hollande avec des hommes libres, loin de la flatterie de la Cour, les Héros d'Orange formerent ſon Ame héroïque, & inſtruit par les études les plus profondes & l'exemple de cette République, qui venoit de faire reconnoître par l'Eſpagne, & aſſurer par toute l'Europe, ſa liberté, ſa gloire, & ſa grandeur; il apprit dés ſa jeuneſſe que la puiſſance & la félicité d'un Peuple, ſous quelque forme de Gouvernement qu'il vive, ſont le réſultat d'une protection éclairée de tous les Ordres de la Société, que le Legislateur dirige vers le bien général, & protège d'autant plus qu'ils contribuent au bonheur du Tout; très différent de cet éclat paſſager d'un Gouvernement, qui éblouït par quelque ſaillie monſtrueuſe, & cache ſa véritable miſère en accélerant ſa chute. L'Etat dont il reçut le Gouvernement, étoit

étoit une Machine ſans mouvement, dont les reſſorts les plus eſſentiels étoient détruits ou manquoient ; ſon Génie créateur la diſpoſa pour le mouvement le plus heureux. Les Vénitiens & les Genois étoient en poſſeſſion du Commerce que l'Allemagne fit avant le XVieme Siecle par leur moyen, pour obtenir les épiceries & les productions précieuſes des Climats plus heureux que les ſiens ; & les Villes Anſéatiques faiſoient celui de ſes parties Septentrionales & des Païs du Nord ; leur commerce les rendit formidables aux Danois, Suédois, & aux Princes dans les Etats desquels elles éuoient ſituées, & les Manufactures d'étoffes de laine étoient floriſſantes dans le Brandebourg au point qu'elles employoient les laines d'Eſpagne & d'Angleterre. La barbarie & la ſuperſtition dans lesquelles l'Europe étoit plongée, ſe diſſipèrent tout d'un coup au XVieme Siecle. La découverte de l'Imprimerie lui donna l'empire des Sciences, & celle de la Bouſſole celui des Mers, & lui ouvrit la communication avec les Parties de notre Globe auparavant inconnues. La découverte des deux Indes changea le cours du Commerce, affoiblit & détruiſit celui de Veniſe, & de la Ligue Anſéatique ; Et la Reine *Eliſabeth*, le Modele des Rois, l'ornement du Throne & de ſon Sexe, comme cette Reine l'objet de l'admiration & de l'affection de tous les Pruſſiens, que j'ai le bonheur de ſervir, à qui nous devons FRÉDERIC ; *Eliſabeth*, dis-je, dont le Génie s'étendit à tout, & rapporta tout au bonheur de ſon Peuple, profita de la révolution, que la cruauté des Eſpagnols produiſit dans les Païs-Bas, pour établir la ſupériorité des Manufactures d'Angleterre qui firent tomber les nôtres. Les ſeules Villes de Hambourg & de Breme ſe ſoutinrent par leur ſituation avantageuſe, & reſterent en poſſeſſion du Commerce que font dans l'Océan toutes les Provinces que l'Elbe, le Weſer, & d'autres Rivières navigables traverſent. Elles furent l'entrepôt du Commerce d'Allemagne, & des Puiſſances maritimes, dont elles devinrent les Commiſſionnaires, ne pouvant pas donner la protection néceſſaire à leurs Vaiſſeaux pour naviger dans les Mers d'Eſpagne & la Méditerannée, ni ſe ſoutenir contre la jalouſie des Puiſſances maritimes, pour faire com-

comme elles des établiſſemens dans les autrs parties de notre Globe. L'Allemagne, baignée par l'Océan, la Méditerrannée, & la Mer Baltique, traverſée par de grandes Rivières, mais déſolée par la guerre de 30 ans, & diviſée par cent intérêts différens, ne ſortit pas de chez elle, pour prendre part aux grandes entrepriſes des Puiſſances Maritimes, & ne fit aucun progrès dans le Commerce extérieur, qu'elle laiſſa entre les mains des Hollandois, des Anglois, & d'autres Puiſſances, qui furent aſſez éclairées pour ſe l'approprier.

L'Electeur *Fréderic Guillaume*, ſurnommé le Grand par ſon Peuple, dans un tems où la liberté & la franchiſe allemande ne s'étoient point encore familiariſées avec la ſervitude & la flatterie étrangére ; Génie auſſi vaſte, étendu, & élevé, que l'Etat que la naiſſance lui avoit donné, étoit petit & miſérable ; parvint au Trône au milieu des troubles & des horreurs d'une guerre qui ravagea toute l'Allemagne. Semblable au Soleil, qui, après avoir diſſipé d'épais & ſombres nuages, dont les foudres terribles menaçoient d'ébranler la Terre dans ſes fondemens, parait, rétablit le calme, ranime la Nature, & raſſure les pauvres humains. Tel fut-il à l'âge de 20 ans pour ſon Peuple, ou plutôt pour les triſtes reſtes & débris d'un Peuple affligé & déſolé par des calamités ſans nombre, qui avoient fait un deſert du Païs. Il le délivra du joug des Miniſtres de l'Empereur, & des Généraux Suédois, ſous lequel il gémiſſoit, lui rendit la paix, & conquit des Provinces plus vaſtes & plus belles, que l'héritage qu'il avoit reçu des ſes Ancêtres avec une Armée formée par lui-même : (tige d'où ſort ce Peuple de Héros invincibles ſous FRÉDERIC,) qui combattoit toujours ſous ſes ordres, & jamais que pour vaincre. Il eut dit à *Turenne* ce qu'*Hannibal* dit à *Scipion*. Porté toujours au bien & à la véritable grandeur, il s'attacha dès le commencement de ſon régne à réformer les abus & les déſordres de la guerre de 30 ans, par le rétabliſſement du crédit de l'Etat, & de l'autorité des Tribunaux, que la ſageſſe de ſes Ancêtres & de la Nation avoit établis ; mit un ordre admirable dans les

finances, dans la perception & la dépenſe des revenus de l'Etat, aurant par le rétabliſſement des anciens Cadaſtres, & les droits mis avec ſageſſe ſur la conſommation, auxquels il fit conſentir ſes Peuples, que par une répartition ſage & une deſtination ſure des fonds ; & repeupla ſes Etats par des Colonies étrangéres. Frappé de la ſituation heureuſe de ſon Païs, traverſé par de grandes Rivières, à portée de l'Océan, & baigné par la Mer Baltique par une étendue de Côtes conſidérable, qui le rendoient propre au Commerce le plus étendu, à recevoir les Productions de tous les différents Climats, qu'il pouvoit verſer dans les vaſtes Païs qu'il ſéparoit de la Mer, & s'approprier leurs productions, pour les répandre en Europe & dans les autres parties de notre Globe, il excita ſon Peuple à la culture des Terres, à l'induſtrie, aux Arts, & au Commerce ; ſources de bonheur, de puiſſance, & de richeſſes, que la force & la violence font tarir ; mais qu'il ouvrit par la ſureté, la liberté, l'abondance des denrées néceſſaires pour la vie, l'émulation, & tous les encouragemens poſſibles, qui devoient produire des ouvrages dont la perfection & le moindre prix devoit l'emporter ſur toutes les Nations d'Europe : Lia ſes Ports avec celui d'Emden, qui n'étoit pas à lui, mais ſur lequel il acquit des droits ; ouvrit la communication de l'Oder avec l'Océan ; porta ſa vûe ſur toute la ſurface de notre Globe, & conçut l'idée d'établir une Marine, d'aſſurer la Navigation des Mers d'Europe par des traités avec les Corſaires d'Afrique, & de faire des établiſſemens aux Indes Orientales, en Afrique, & dans une des Isles de l'Amérique. Nos Vaiſſeaux devoient fournir au Païs les Marchandiſes du Levant & des Indes Orientales, troquer en Afrique nos productions & notre induſtrie contre de la Poudre d'or, de l'yvoire, des Gommes, & des Négres, transporter ces Négres avec nos productions en Amérique, & revenir en Europe avec la Poudre d'or de la Guinée, avec l'or & l'argent du Mexique & du Pérou, & toutes les riches productions de ces deux Continents. Un Régne aſſez long dans le cours ordinaire, mais trop court pour le bonheur de ſon Peuple, ne lui

per-

permit pas d'achever tous ces beaux Projets. Une partie de ces vües fut abandonnée ſous les Régnes ſuivants, & les Hollandois profitèrent de l'occaſion, & acheterent, ou reçurent plutôt en préſent, les établiſſements conſidérables qu'on avoit faits en Afrique, pour donner à la Pruſſe à jamais, s'il étoit poſſible, une excluſion entiere du Commerce maritime & des grandes entrepriſes. J'euſſe pu me diſpenſer de vous rappeller par ces foibles traits, le Régne, le Caractère, & la Mémoire de ce Grand homme ; ſi dans le tems que j'oſois les tracer pour moi, j'avois pu prévoir, que l'héritier de ſon Thrône, de ſon Génie, & de ſes Vertus, ſeroit ſon Hiſtorien, & le peindroit du pinceau le plus ſublime, ou plutôt ſe peindroit lui-même.

Les Puiſſances maritimes en poſſeſſion de Païs immenſes, dans le cas de celui, qui, les deux mains pleines d'or, voudroit en prendre, & ſeroit obligé de jetter ce qu'il tient, occupées à affermir les établiſſemens qu'elles ont faits, & préférant avec raiſon l'utilité de faire valoir les découvertes faites, à la gloire d'en faire de nouvelles ; ne ſont attentives, qu'à empêcher que les autres Puiſſances d'Europe ne s'établiſſent en Afrique, ou aux Indes Orientales, & en Amérique, ou en pouſſant les découvertes plus loin ne faſſent des établiſſemens équivalens. Leur jalouſie a éteint cette ardeur, qui s'étoit répanduë dans toute l'Europe, de faire de nouvelles découvertes, & d'achever la connoiſſance de notre Globe, dont, malgré les progrés qu'ont fait les Sciences, la Navigation, & le Commerce, nous connoiſſons à peine la moitié.

S'il ne nous eſt pas permis de nous remettre dans la route que le Grand Electeur nous a tracée, le Régne de FRÉDERIC ouvre des routes nouvelles : des acquiſitions heureuſes de Provinces maritimes faites depuis ce tems, & d'autres avantages dont ce Grand homme étoit privé, offrent les plus grandes facilités, & promettent des ſuccés infaillibles. Si la jalouſie des Puiſſances maritimes ne per-

met plus de faire des établiſſemens dans les vaſtes Païs qu'ils ſe ſont appropriés, notre Globe offre des découvertes auſſi belles, & les mêmes avantages qu'elles ont trouvés.

Il n'eſt pas de mon ſujet de m'étendre ici ſur ce qui nous manque encore de la connoiſſance de notre Hémiſphère Septentrional. Nous avons l'obligation au Capitaine *Behring*, d'être éclaircis ſur un point important; le paſſage entre l'Aſie & l'Amérique, ou la communication de la Mer du Nord avec l'Océan pacifique, n'eſt plus un problème, & donne la plus grande probabilité pour le paſſage par le Pole, plus glorieux pour l'Alcide nouveau qui le tentera, que tous les voyages que la ſoif des richeſſes a fait faire depuis celui des Argonautes jusqu'à nos jours, & non moins intéreſſant pour le genre humain; qu'on me pardonne les regrets que je ne ſaurois refuſer à l'homme célébre, à qui nous devons cette découverte. Le Czar *Pierre*, qui eut été l'ornement de l'eſpece humaine, s'il avoit ſçu réprimer en lui-même cette férocité qu'il vouloit dompter dans ſa Nation, & connoitre les charmes des vertus, de l'humanité, & de la douceur; qui eut été mis au rang des *Orphées* & des *Amphions*, ſi comme eux par des Chants doux & harmonieux, il eut éclairé, adouci, & policé ſon Peuple, l'en chargea peu de jours avant ſa mort; il ſurmonta toutes les difficultés, traverſa les deſerts immenſes de la Sibérie & de la Tartarie, ſe transporta à l'extrémité Orientale de l'Aſie avec les matériaux néceſſaires pour la conſtruction de deux Vaiſſeaux; fit le tour du Nord-Eſt de l'Aſie par une Mer libre, & après être revenu à *Kamtſchatka* pour réparer ſes Vaiſſeaux fracaſſés par les orages, il ſe remit en mer, pour achever ſes belles rechercherches par la connoiſſance exacte du Nord-Oueſt de l'Amérique, dont il avoit reconnu le peu d'éloignement; des tempêtes horribles le rejetterent dans le port duquel il étoit parti, & hors d'état de pourſuivre ſes recherches, il revint cinq ans après ſon départ à *Petersbourg*. La Cour de Ruſſie ayant réſolu dix ans après, ſur de nouvelles ſollicitations, d'achever cette belle entrepriſe, il retour-

tourna accompagné de Meſſieurs *Spanberg*, *de l'Isle*, & *Tſchirikow*, Lieutenant de ſa première expédition, qui ſe propoſoient de reconnoitre les autres parties inconnues de la Mer pacifique Septentrionale, à *Kamtſchatka ;* connoiſſant & bravant les dangers des Mers orageuſes, qu'il ſe propoſoit de parcourir, il partit du Port d'*Avatcha*, mais ſon courage & ſon habileté furent forcés de céder aux tempêtes horribles qui l'aſſaillirent ; il fit naufrage dans une Isle déſerte, où dénué de tout ſecours il vit périr la plus grande partie de ſon équipage, & termina lui même ſa glorieuſe vie. Une reconnoiſſance barbare a cru faire aſſés pour ſa mémoire, en donnant ſon nom à cette Isle ; la pitié & la compaſſion, ſentimens gravés par la Nature dans le fond de notre cœur, agiſſent de même ſur tous les hommes ; mais la récompenſe des vertus & des talens ſuppoſe une ame éclairée, douée de talens & de vertus elle-même. Les Nations de l'Europe, capables d'apprécier les lumières, les grandes vuës, le courage, & les actions belles & généreuſes, rendront plus de juſtice à ſes glorieux travaux : le nom de *Behring* ſera à côté de ceux de *Magellan* & de *le Maire*. C'eſt lui, & Meſſieurs *de l'Isle*, dont le mérite pour la Géographie & la connoiſſance du Globe eſt connu à tous les gens de Lettres, qui nous ont fait connoître les bornes de l'Aſie ; beaucoup plus avancées vers l'Orient qu'on ne croyoit ; vaſte Continent habité par cent Peuples divers très différents de caractère, de mœurs, & de figure, qui ſe vantent tous de la plus haute antiquité ; que nous ne connoiſſons que très ſuperficiellement, & dont l'intérieur, duquel ſont ſortis les Conquérans de tous ces vaſtes Empires, de la Chine qui a toujours ſçu ſoumettre ſes farouches vainqueurs à ſa ſageſſe, de l'Indoſtan, de la Perſe, des Sarraſins, & de l'Empire Grec, eſt presqu'abſolument inconnu. Ses Isles ne ſont connuës qu'en partie, & par des rapports vagues des Voyageurs, à qui l'avidité ou la néceſſité fait quitter l'Europe, très peu capables de nous inſtruire, parce qu'ils ne le ſont ſur rien, qui annoncent les choſes les plus ſingulieres, tant à l'égard de leurs productions que de leurs habitans variés à l'infini dans des hommes

blancs, jaunes, vers, noirs, à longs cheveux, à laine friſée, velus, à quëue, *horangs outangs*, ou habitans des bois, ſur leſquels il faut ſuſpendre notre jugement, jusqu'à ce que l'œil du Sage, de l'homme capable d'obſerver, les ait vérifiées, & que les *Solons*, les *Pythagores*, & les *Platons*, parcourent le Globe pour le faire connoitre à ſes habitans, & leur apprendre à ſe connoitre eux-mêmes. L'Océan pacifique Septentrional en contient, dans ce vaſte eſpace entre l'Amérique & la Chine, qui ſont entièrement inconnues. Celles du Japon renferment le Peuple & l'Empire le plus ſingulier, qu'on ne connoit que fort imparfaitement, & qui croit de ſon intérêt de reſter inconnu aux hommes, & de ne pas les connoitre. La Hollande a arraché à l'Eſpagne avec ſa liberté ces Isles dont les richeſſes ſont inépuiſables, qui produiſent les aromates; & a fondé cette vaſte domination, & cette Ville ſuperbe, qui fait l'étonnement de l'Orient, où le Gouverneur d'une Compagnie qu'elle a autoriſée, décide du ſort de ſes Rois deſpotes, & de leurs malheureux Eſclaves; & qui devoit lui ſervir d'azile, ſi l'Europe effrayée, & en pleurs, n'étoit pas venue à ſon ſecours, quand *Louis XIV.* la menaçant de ſes chaines voulut la forcer de quitter nos climats ingrats, ces Marais, ces fanges tirées du ſein de la Mer, converties dans des Campagnes fertiles & riantes, entourées de Murs d'airain qui ſe jouent de la fureur des flots, & couvertes de Villes ſuperbes, & d'un Peuple innombrable; Monumens éternels de la ſageſſe & de la liberté, qui uniſſoient aux vertus auſtères, & à la ſimplicité de l'ancienne Rome, l'opulence, le commerce, & les richeſſes des Phéniciens & de Carthage. La poſſeſſion de ces Isles fait aujourd'hui le ſoutien de ſa grandeur chancelante.

L'Afrique, brulée par l'ardeur du Soleil, & par les Vents chargés du feu des vaſtee plaines de l'Aſie, que l'ignorance de l'orgueilleuſe Rome, qui donnoit au Monde les bornes de ſon Empire, croyoit presqu'inhabitable; mais que l'Hiſtoire ancienne nous fait connoitre comme une des Parties de notre Globe habitée la première

par

par des Nations policées, puiſſantes, & nombreuſes, remplie de Villes ſuperbes, dont les ruines merveilleuſes de l'ancienne Egypte ſeront des preuves éternelles, & nous rappelleront toujours que l'Europe lui doit ſes connoiſſances, ſa ſageſſe, ſes premiers Legislateurs, & ſes premiers Philoſophes ; habitée aujourd'hui par des Peuples variés à l'infini par la figure, la couleur, & tout ce qui peut caractériſer l'homme, depuis l'Européen & le Muſulman qui ſe ſont rendus maitres de la plus grande partie de ſes côtes, jusqu'au malheureux habitant, mangé s'il faut le croire par l'inſecte dont il ſe nourrit, au Négre blanc (*), Peuple s'il exiſte de malades, au Caffre hideux, & aux *Beggos*, *Mandrils*, *Quoios Morros*, *Pongos*, *Engokos*, qui demeurent dans les bois ; & font douter ſi l'eſpece humaine ſuſceptible, outre la variation de la figure, de gradation dans ſon caractère eſſentiel, la faculté de ſe perfectionner, ou plutôt de ſentir ſon imperfection, n'eſt pas auſſi variée que la plûpart des eſpèces du régne animal le ſont, & feront connoitre la chaine de l'eſpèce animale, dont l'homme & le polype paroiſſent être les deux chainons, qui la font tenir à d'autres ordres d'Etres ; ou prouveront dans des Etres, que l'ignorance des Anciens ſe contentoit de nommer des Monſtres, & que la nôtre prend pour des Animaux anthropoformes, l'influence du Climat, des alimens, de la façon de vivre, des mêmes cauſes qui agiſſent ſur une ſuite de générations, & la différence de l'homme ſauvage dans l'état de la premiere nature avec l'homme dévelopé, policé, & perfectionné par tous les ſecours de l'éducation & de la Sociéré. Ce vaſte Continent méconnu, tombé dans l'oubli, & regardé aujourd'hui comme un Monde nouveau, pro-

(*) Quoiqu'en diſent quelques Naturaliſtes & Voyageurs, il ne paroit pas qu'il y ait un peuple de Négres blancs ; il ne s'en trouve que des individus, & cette blancheur de Négre accompagnée d'une grande foibleſſe des yeux paroit être une maladie, à laquelle en général les habitans de la Zone torride ſont ſujets. Les *Chackrelas*, ou *Cakerlacks*, des Isles & des Indes Orientales, & les Blancs de l'Iſthme de *Darien*, dont *Wafer* fait mention, n'en laiſſent presque pas douter.

promet les choſes les plus ſingulières aux Philoſophes, & montre à la Politique dans ſes poudres d'Or, & les productions précieuſes de ſes côtes, ce qu'il renferme dans ſon intérieur.

Nous ne connoiſſons pas mieux la vaſte Amérique, qui s'étend d'un Pole à l'autre, & paroit renfermer dans ſes extrémités, dans *l'Eſquimaux* & le *Cocahu*, les extrêmes de la taille de l'eſpece humaine ; Continent que la Nature paroit avoir formé exprès pour le combler de tous les avantages, qu'elle n'a accordé qu'avec œconomie & en partie aux autres Continents, d'une fertilité admirable, & d'une variété étonnante dans ſes productions, dans lequel l'ardeur du Soleil, tempérée par les vents frais de l'Océan Atlantique, & les glaces & les neiges éternelles qui couvrent les cimes orgueilleuſes de ſes Cordélières, ne fait que rougir l'Amériquain, quand elle noircit l'Africain dans les mêmes Climats. Terre qui paroit la plus nouvelle, quand on conſidère ſes habitans, & la plus ancienne de notre Globe par l'élévation de ſon ſol, & la hauteur extrême de ſes andes, qui la traverſent d'un bout à l'autre ; deſcendent vers les rivages de l'Océan pacifique pour former ces plaines admirables reſpectées de la foudre & du tonnere, & couvertes toujours d'un nuage leger comme d'une gaze, qui les garentit de l'ardeur du Soleil, & les fait jouïr d'un Printems éternel ; que l'Eſpagnol a arroſé du ſang du malheureux Péruvien, pleurant dans le plus dur eſclavage la deſtruction barbare de ſes riches merveilles & de la Monarchie des Enfans du Soleil, qui gouvernoient un Peuple innombrable, docile, ſimple, & heureux par le reſpect religieux pour ſes Maitres, dans leſquels il adoroit ſes Dieux, par l'ordre, l'unité & l'harmonie de la Monarchie, & le déſintéreſſement, la généroſité, & les autres vertus républicaines ; Rochers énormes qui paroiſſent ſoutenir la voûte celeſte ; élevent dans les Régions ſupérieures de l'atmoſphère, à preſque une lieue (*) au deſſus du niveau

(*) *Quito* eſt à 1500 Toiſes au deſſus du niveau de la Mer, & le Mercure qui ſe

veau de la Mer, ces vallées délicieuſes, qui joüiſſent dans la Zone torride des productions de tous les climats, & de l'air le plus pur, le plus doux, & le plus tempéré ; & s'abaiſſent encore vers l'Océan pour former ces Terres riches & fertiles où l'indomtable Chilien, qu'on croiroit être le frère de ces fiers Germains, que Tacite a éternisés, & qui méritoient de l'être, refuſe le joug de l'Eſpagnol, & menace de venger l'Amérique. Chaine de Montagnes giganteſques, entaſſées par les Titans pour eſcalader les Cieux, dont la maſſe énorme & diſproportionnée avec celle du Globe, dérange les Loix, que ſes forces centrales dictent à la matiere, & qui ſont comme le Laboratoire, dans lequel la Nature travaille continuellement à la production de ces richeſſes qui ont couté ſi cher à ſes habitans, & feront rougir éternellement l'Europe de ſa cruauté & de ſon avarice. Nous ne connoiſſons que les côtes de cet immenſe Continent, que l'Indien a abandonné pour ſe retirer dans l'intérieur des Terres ; il a conſervé ſa liberté dans la partie méridionale, les Terres Magellaniques, parce que la farouche Patagon n'offre rien à notre avidité, & que *Philippeville*, que l'orgueil ignorant de *Philippe II.* fonda, pour le ſubjuguer & fermer le chemin de l'Océan pacifique à toute l'Europe, fut auſſitôt détruite que fondée. Il a cédé le riche Bréſil au Portugais, qui l'a ſouïllé par des flots d'un ſang innocent, & la deſtruction des *Topinambus* & des *Tapuias*, Peuples nombreux, anthropophages, mais innocents & doux, qui le recevoient avec amitié ; & il a ſoumis dans le *Paraguai* ſa haine à l'habile Jeſuite, qui a ſçu adoucir ſa férocité par la Religion, l'établiſſement de l'agriculture, des Arts, & de cette forme de Gouvernement dont le Pérou lui offroit les effets merveilleux, la plus propre peut-être à être reçue par l'homme ſimple & innocent, qui ſort de l'état de la première natu-

ſe ſoutient dans le Barometre à 28 pouces 1 ligne au bord de la Mer, y eſt à 20 pouces 1 ligne. Le *Chimboraco*, Montagne peut-être la plus haute de notre Globe eſt à 3217 Toiſes au deſſus de la Mer. Sa partie couverte de neige a plus de 800 Toiſes.

nature. Un des Sages que la France envoya au Pérou pour meſurer le Globe & déterminer ſa figure, nous a fait connoître ces vaſtes deſerts, que parcourt le fleuve des Amazones. Riviere immenſe, la première de notre Terre, par l'étendue de ſon cours, la largeur de ſon lit, & la quantité de ſes eaux, qui reſſemble à ſon embouchure à une Mer d'eau douce, qui ſe répand dans l'Océan pour diſſoudre ſes ſels, & adoucir ſon amertume. L'Amérique Septentrionale, occupée par les vaſtes dominations des Eſpagnols, des François, des Anglois, & les Miſſions des Jeſuites dans la Californie, renferme dans ſa partie Occidentale, très peu connue des Nations beaucoup plus policées, (Colonies peut-être Japonoiſes ou Chinoiſes,) que le Huron & l'Iroquois qu'on a trouvé ſur ces côtes Orientales; elle s'étend ſurement beaucoup plus vers l'Oueſt que les Géographes ne le marquent, & cette conſidération ſeule devroit faire renoncer aux recherches du Paſſage par le Nord-Oueſt dans l'Océan pacifique, qui ne prouvent que l'obſtination, ou l'ardeur avec laquelle un Peuple profond & philoſophe tâche de ſurmonter les plus grandes difficultés, & ſacrifie tout à une entière certitude, & à l'évidence.

L'Hemiſphère méridional ne nous eſt connu qu'autant qu'il ſe trouve lié immédiatement avec l'Hemiſphère Septentrional, & que l'avidité ou la néceſſité obligent le Navigateur, qui fréquente les parties connues de notre Globe, d'y paſſer. Nous n'en connoiſſons avec préciſion que les côtes des parties méridionales de l'Afrique & de l'Amérique, & quelques Isles; le reſte ne nous eſt connu que par des Caps & des côtes vues, & des découvertes qu'on n'a pas ſuivies. Des particuliers ont fait des tentatives, mais leur zele impuiſſant & dépourvû de moyens, pour conduire des entrepriſes de cette nature à leur perfection, n'a eu que des demi-ſuccés, & leurs deſſeins ſont morts avec eux; mais ces tentatives, toutes infructueuſes qu'elles ont été pour leurs Auteurs, ſont d'une grande importance pour les Peuples d'Europe, qui étant exclus par les Puiſſan-

ces

ces maritimes de la poſſeſſion de l'Amérique, de l'Afrique, & des Indes Orientales, voudroient faire des établiſſemens équivalens, & achever glorieuſement la découverte de notre Globe. Toutes ces recherches faites dans les différentes parties de l'Océan, de l'Hemiſphère meridional, donnent des vuës ſures & préciſes, en ſauvant le risque de chercher des Terres où il n'y en a pas. Il n'eſt plus queſtion de les trouver & de vérifier leur exiſtence, il s'agit de les reconnoitre & de les occuper; & le haut degré de perfection auquel ſont élevées la connoiſſance géographique & phyſique de notre Globe, l'Aſtronomie & la Navigation, procurent des moyens & des facilités, que ceux qui nous ont précedés, n'ont pas eu. On peut déterminer avec la plus grande préciſion la ſituation & l'étenduë de ces terres, en combinant & liant toutes les différentes Navigations, qui ont été faites depuis deux cent cinquante ans, par *Americ Veſpuce*, *Saavedra*, *Mendagna*, *Gallego*, *Quiros*, *Drack*, *le Maire*, *Taſman*, *Davids*, pluſieurs Vaiſſeaux de la Compagnie des Indes Orientales, de Hollande, *Halley*, *Dampiere*, différens Vaiſſeaux Malouins, qui ont fait le Commerce de la Mer du Sud pendant la guerre de Succeſſion, un Brigantin Eſpagnol pouſſé à l'Oueſt du Chili dans la Mer du Sud en 1714. trois Vaiſſeaux équipés en 1721. par la Compagnie des Indes Occidentales de Hollande pour la découverte des Terres Auſtrales, & les deux Vaiſſeaux envoyés en 1738. par la Compagnie des Indes de France dans l'Océan Atlantique; en liant, dis-je, toutes ces Navigations, on peut démontrer avec toute l'évidence poſſible, que l'Océan de l'Hémiſphère méridional, outre des Isles conſidérables, renferme deux grands Continents. Le premier paroit entourer tout le Pole Antartique, & ne pas s'étendre beaucoup au delà du Cercle Polaire, excepté dans la Mer du Sud, où il s'avance par une étenduë de 12 à 1500 lieuës de côtes vers le Tropique du Capricorne, & peut-être au delà, dans les climats les plus riches & les plus beaux; il peut avoir depuis le Cap *de la Circonciſion* à moins que ce ne ſoit le Cap d'une Isle aſſez conſidérable détachée du Continent, jusqu'aux Côtes mentionnés dans la Mer

du Sud, 15 à 16 lieues de longueur, & depuis les Terres vis à vis du Cap *Horn*, qui paroiſſent ſe retirer extrémement vers le Pole, ſe ſéparent peut-être, pour former une chaine d'Isles ſous le parallelle de la Terre de Feu & de celle des Etats, & laiſſent le paſſage libre ſous le Pole, jusqu'aux terres vis à vis du Cap *Diemen*, 5 à 600 lieues de largeur. Cette étendue immenſe de Terres peut former plus d'un Continent ; les Rélations des Navigateurs, qui ont navigé dans ces Mers, prouvent une exiſtence de Terres de cette étendue, mais ne donnent pas une certitude abſoluë ſur une continuité ſans aucune interruption. Le ſecond s'étend par la Nouvelle Guinée, ou la Terre des *Papous*, depuis l'Equateur jusqu'au 45ieme degré de Latitude méridionale, par le Cap *Diemen*, & peut avoir 6 à 700 lieues de longueur ſur autant de largeur, entre les 125 & les 165 degrés de Longitde premier Méridien de l'Isle de *Fer*.

J'obmets la diſcuſſion & les détails de toutes ces recherches, que je me réſerve de donner dans des Mémoires particuliers, pour ne pas abuſer de la patience & de l'attention de l'Aſſemblée. Je ne m'arrêterai pas non plus aux Philoſophes, Naturaliſtes, & Géographes, qui ont touché à cette matiere : la premiére idée qui ſe préſente à l'eſprit, en jettant les yeux ſur l'étenduë immenſe de l'Océan de l'Hemiſphère méridional, eſt de ſoupçonner qu'il doit renfermer des Terres auſſi étenduës que les Continents qui nous ſont connus ; & celle qui ſuit immédiatement, c'eſt que ces Terres pouvant s'étendre dans tous les climats, doivent produire à peu près les mêmes choſes, que nous avons trouvées dans les différens climats des Terres connuës ; que par conſéquent le Commerce, ou les établiſſemens qu'on peut y faire, doivent procurer les mêmes avantages que l'Europe a trouvés depuis qu'elle eſt ſortie de chez elle, & qu'une hypothèſe auſſi intéreſſante méritoit d'être conſtatée par les recherches les plus exactes & les faits les plus certains. Mais il paroit qu'on n'a apperçu ces idées que comme le Marin qui voit des Caps, des Côtes, & des Terres, ſans ſe détourner de ſon chemin ; & on ne

trou-

trouve, faute d'avoir ſuivi avec attention les Navigateurs qui ont navigé dans les différentes Mers de cet Hemiſphère, d'avoir comparé, combiné & lié leurs rélations, leurs routes & leurs obſervations, que des conjectures vagues, & des vuës fort éloignées du vray, qui ne pourroient faire faire que des démarches coûteuſes & infructueuſes. La Compagnie des Indes de France n'auroit pas fait l'expédition de 1738. ſur une rélation fabuleuſe, ſi elle avoit conſulté les Navigations d'*Americ*, de *Tasman*, de *Halley*, & de pluſieurs vaiſſeaux Malouins; *Tasman* & *Dampiere*, deux fameux Navigateurs, auroient dirigé leurs recherches tout différemment; & la plûpart des entrepriſes de ce genre n'ont été ſans ſuccés, que parce qu'on alloit au hazard, avec des vuës plus vagues & indéterminées que les Mers dans leſquelles on ſe propoſoit de naviger, quand le flambeau des connoiſſances phyſiques & géographiques du Globe, & l'étude des Navigateurs ſur les pas desquels on marchoit, offroient tous les moyens pour diriger, fixer, & aſſurer les vuës qu'on pouvoit ou devoit avoir. Un ſujet de cette importance méritoit depuis longtems une diſcuſſion plus approfondie, & l'examen le plus ſévére. Partager le Globe par des bandes paralleles à l'équateur, les parcourir, & en faire une recherche exacte, ſeroit l'idée du Philoſophe, qui ne demanderoit qu'à connoître; le Philoſophe, qui en même tems eſt Citoyen, joint le bonheur de ſes frères à l'intérêt du Genre humain; le cœur le plus élevé conduit ſon eſprit, dirige & fixe ſes vûes ſublimes; il fertiliſe, ſi j'oſe le dire, les champs arides d'une Philoſophie ſtérile, & de pure ſpéculation, qui ne produit que des ronces, des épines, & ſouvent des Plantes vénimeuſes & malfaiſantes. A ces traits vous allez me prévenir, Meſſieurs, & me nommer un Nom, que l'amitié me fait prononcer avec autant de plaiſir que vous en avez à l'entendre; c'eſt celui de M. *de Maupertuis*. Le ſujet que je traite ici ne pouvoit pas lui échaper; il en parle dans ces Lettres admirables, dont la paſſion a fait une Critique ſi injuſte, dans leſquelles il diſcute avec autant de profondeur que de préciſion, les ſujets les plus intéreſſants par la Genre humain, dans des termes

qui prouvent l'importance de la choſe, & tout l'intérêt qu'il y prend; il étoit naturel que celui qui a meſuré ce Globe, ſouhaitât de le faire connoître aux hommes.

Des établiſſemens dans ces vaſtes Païs, qui s'étendent des Climats froids dans ceux où l'on trouve les productions les plus riches & les plus précieuſes de la Nature, dans des Mondes nouveaux & ſéparés de tous les Continents connus & habités, ne fauroient que faire eſpérer les avantages les plus conſidérables, les plus grands, & les plus ſinguliers pour l'eſprit humain, & pour le progrès des Sciences; & à l'égard de l'intérêt politique, & du Commerce, les mêmes, & peut-être de plus grands, que ceux que les Eſpagnols ont trouvés au Mexique & au Pérou, les Portugais au Bréſil, les Hollandois à Batavia, & les autres Puiſſances maritimes dans leurs établiſſemens aux deux Indes.

Le Régne glorieux ſous lequel nous vivons, époque heureuſe pour nous, & mémorable pour tous les hommes, où tout ſuccede, où l'on ne voit que de grands événemens, fait eſpérer les plus heureux ſuccès pour les entrepriſes les plus difficiles, & doit élever le génie & le courage des Pruſſiens à tous les genres de grandes choſes qui leur ont été inconnuës jusqu'à préſent. L'inquiétude & la vaine ambition d'*Alexandre* cherchoit un autre Monde; il s'offre, il ſe ſoumet, pour partager notre bonheur,) à la Sageſſe de FRÉDERIC. L'Europe s'eſt reproduite dans les autres parties de notre Globe, par de nouvelles Eſpagnes, de nouvelles Frances, de nouvelles Angleterres, & de nouvelles Hollandes. La Pruſſe, tirée du berceau par FRÉDERIC, enfant précoce, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, parvenu par l'heureuſe influence de ſon Régne à l'age viril de force & de vigueur, qu'elle ne devoit attendre que d'une longue ſuite de Siècles, doit s'attendre à obtenir de ſes mains des bienfaits ſans meſure. Enhardie par le paſſé, & accoutumée à lui voir produire des merveilles tous les jours, elle peut ſe flatter de recevoir de lui

une

une ſeconde vie dans une nouvelle Pruſſe, dans un Monde nouveau, qu'il irera de l'abime des eaux. L'Allemagne & la Suiſſe, au lieu de donner le ſuperflu de leurs habitans aux Anglois, & aux Hollandois, peupleront les Colonies Pruſſiennes : & ſi la France a crû faire beaucoup pour les Sciences, quand elle a meſuré le Globe, le Régne glorieux de FRÉDERIC, deſtiné à éclairer les hommes, fera infiniment plus pour eux, en leur faiſant connoître ce Globe qu'ils habitent. Heureux celui des Pruſſiens qui pourra faire connoitre le nom de FRÉDERIC à des Nations qui n'ont jamais vû d'Européen, & rendre le ſervice le plus ſignalé aux hommes & à ſa Patrie, ſous un Régne qui nous comble de bonheur, & le nom Pruſſien d'une gloire éternelle !

RECHERCHES
SUR LA FORMATION DES PIERRES, OU CONCRETIONS GRAVELEUSES DANS LE CORPS HUMAIN,
A L'OCCASION D'UNE PIERRE SORTIE PAR UN ABSCÈS PERCÉ DANS LES HYPOCHONDRES.

PAR M. ELLER.

Il y a environ quinze jours (*), qu'on nous a envoyé de *Soraw en Saxe*, une pierre de diverſes couleurs, de l'épaiſſeur d'un pouce, ſortie d'un abſcès, percé dans les hypochondres, du côté droit, dont une pauvre Femme de ſoixante & dix ans a été incommodée pendant quelque tems ; & comme quelques perſonnes diſtinguées de l'endroit où le cas eſt arrivé, nous ſollicitent de leur communiquer notre ſentiment ſur la production aſſez extraordinaire de cette pierre, & d'expliquer par quel moyen elle a pu ſe trouver dans un abſcès environné de pus, ou d'une matiere coulante, ſurtout à un endroit du corps, qui ne paroit guères favoriſer des productions ſemblables, j'ai jugé de faire une choſe convenable au but de nos Mémoires, ſi je tâchois de développer la cauſe de cette production, & de quelle maniere la pierre en queſtion a pu trouver iſſuë par l'abſcès.

Tout le monde ſçait, que c'eſt une choſe aſſez ordinaire & fréquente, que de rencontrer des pierres, ou des concrétions graveleuſes, dans pluſieurs parties du corps humain. J'en ai trouvé ſucceſſivement dans preſque tous les viſceres, comme dans les ſinus du Cerveau, dans les glandes qui ſont ſous la Langue, dans les Poûmons, dans les Inteſtins, dans la Veſicule du fiel, le Meſentere, & le Pancréas, dans les Reins, dans

(*) Ce Mémoire a été lû le 20 Mars, 1755.

dans les Ureteres, dans la Veſſie, dans l'Urethre &c. Mais cette derniere ſorte de pierres, qu'on découvre dans la voye de l'urine, ſont, comme on ſçait, les plus fréquentes, & auſſi les plus dangereuſes par rapport aux accidens qu'elles cauſent aux Malades qui en ſont attaqués.

Je ne prétends pas donner ici une théorie exacte ſur la production des pierres qu'on trouve, & que d'autres ont trouvées dans ces différentes parties; cela me meneroit trop loin: mon but eſt ſeulement de communiquer les obſervations que j'ai eu occaſion de faire jusqu'ici ſur ces ſortes de productions, & d'ajouter les recherches que j'ai faites ſur les cauſes de leur exiſtence.

Il n'eſt pas fort étonnant, qu'on découvre ſi ſouvent ces ſortes de corps *préternaturels* dans le corps humain; la nature & les propriétés de la maſſe de notre ſang, & pluſieurs de ces différens fluides qui la compoſent, ſont naturellement portés à la coagulation, ſi quelques cauſes internes, ou auſſi externes, y prêtent leur miniſtere. La partie ſéreuſe ou nutritive de cette maſſe eſt encline, tout comme le blanc d'œuf, à la coagulation, dès que la chaleur, cauſée par la circulation violente & ſoutenuë de notre ſang, ſurpaſſe ſon degré naturel; alors le *Serum* pouſſé avec violence dans les plus petites artères lymphatiques, ou vaiſſeaux ſecrétoires, s'y arrête par neceſſité à cauſe du rétréciſſement de leur diamétre, & ayant laiſſé échaper ſa lymphe déliée par ſes artères latérales, s'épaiſſit & ſe deſſéche par degrés, conſtituant ainſi le premier degré de coagulation de nos humeurs, qui après un deſſéchement parfait, montre une concrétion dure, friable, & pierreuſe, formée des molecules terreſtres, & un peu ſalines, collées enſemble par cette onctuoſité qui ſe trouve dans tous les fluides de notre corps. Si cela arrive dans les tendons & ligamens, qui enveloppent les articulations des extrémités de notre corps, cette coagulation ſe manifeſte alors ſous le nom de *Goutte nouée*, qui perce quelquefois les intégumens, ou la peau extérieure, & ſort ſous la forme de plâtre ou de chaux; & il me ſouvient d'avoir rencontré une petite pierre formée de cette façon dans la gaine du gros tendon, que les quatre muſcles extenſeurs de la jambe compoſent au deſſous du genou.

Lorsque cette partie ſéreuſe du ſang s'arrête dans les artères lymphatiques des ramifications de la trachée artere des poumons, & s'il arrive qu'elle s'y deſſéche, elle forme dans la ſuite des boutons, qui ſe détachent à la fin par le moyen d'une petite ſuppuration qui ſe forme à l'entour ; étant rejettés ainſi avec le crachat par la toux, on découvre dans ces boutons, ſurtout dans les malades étiques, des concrétions graveleuſes, blanchâtres, aſſez ſolides, quelquefois de la groſſeur d'un noyau de ceriſes, ou d'une petite féve.

C'eſt à peu près de la même façon que ſe forment les pierres qu'on découvre quelquefois dans la glande ſalivale, deſſous la langue ; accident très incommode pour celui qui en eſt attaqué. Souvent on ne peut pas ſoulager le malade, quand même on a découvert la cauſe de ſon mal ; on craint l'inciſion qui ſe doit faire pour en tirer la pierre ; & l'hémorrhagie qui s'enſuit quelquefois, ne laiſſe pas d'effrayer également celui qui entreprend l'opération, & celui qui la ſouffre. C'eſt pour cette raiſon, qu'on abandonne ordinairement la guériſon de ce mal à l'opération de la nature, vû que ce corps étranger, par ſon poids, reſſerre & preſſe tellement les vaiſſeaux ſanguins qui l'entourent, qu'une inflammation accompagnée d'une ſuppuration legere s'en doit ſuivre néceſſairement : ce qui aide la pierre à ſe dégager, & à quitter ſa demeure, au grand ſoulagement du malade. Et c'eſt de cette façon, que j'ai vu deux perſonnes ſe débarraſſer de ces ſortes de pierres de la groſſeur d'un noyau d'olive, qu'ils avoient portées ſous la langue des années entières, non ſans grande incommodité.

J'ai été frappé encore des concrétions graveleuſes, que j'ai rencontrées autrefois dans le méſentere, & encore l'année derniere ici, chez un enfant de trois ans. Cet enfant étoit mort de conſomption, ou plutôt d'une phtiſie du bas ventre, qui avoit miné & deſſéché ce petit corps dès ſa naiſſance. J'y vis avec ſurpriſe, que le centre de ce viſcere étoit parſemé de tous côtés de petites tumeurs, ou boutons blancs, qui reſſembloient à autant de pois ſecs de jardins, ou à de petites féves. Je croyois d'abord que ce n'étoit qu'un deſſéchement des glan-

glandes, cauſé par une obſtruction précédente, occaſionnée par l'entortillement des vaiſſeaux lactés dans leurs anaſtomoſes avec les vaiſſeaux lymphatiques de ces glandes ; & effectivement la plûpart de ces boutons n'étoient pas autre choſe. Mais, en les piquotant avec la pointe d'un ſcalpel, j'en découvris quelques uns parmi les plus gros, où le deſſéchement de la tumeur reſſembloit à un noyau de plâtre, que j'avois de la peine à déſunir avec le couteau. Le chyle a donc effectué ici, ce qui dans les productions calculeuſes précédentes, a été cauſé par la partie féreuſe de la maſſe du ſang.

Cette file, ou amas de glandes, reſſemblant à une langue de chien, & placé derrière l'eſtomac entre les membranes du *meſocolon*, qu'on nomme le *pancréas*, n'eſt pas exemt non plus de ces ſortes des concrétions. J'en ai rencontré un à la Maiſon de Charité ici, il y a vingt ans paſſés, qui étoit tout ſquirreux ; & ſon conduit, proche de l'inſertion dans le cholidoque, étoit bouché par une pierre aſſez conſidérable, laquelle, quoique friable un peu comme la chaux, ne laiſſoit pas d'être comparable, par rapport à ſa ſtructure, à celles que les autres glandes produiſent ſouvent.

Mais les pierres qui ſe forment dans la voye des urines de notre corps, ſont plus fréquentes que celles dont j'ai parlé jusqu'ici ; ce qui eſt d'autant moins extraordinaire que toutes les parties conſtituantes de ces ſortes de pierres ſont déjà contenuës dans ce fluide rejettable, qui eſt ſurchargé en même tems de parties terreſtres, ſalines, graſſes, ou huileuſes, ſéparées de la maſſe de notre ſang, comme matières ſuperfluës, gâtées, ou nuiſibles à la nutrition de notre corps.

Les Viſceres qui ſont ſujets à ces ſortes de maux, ou qui permettent des concrétions graveleuſes de cette nature, ſont les Reins, les deux Ureteres, la Veſſie, & l'Urethre ; s'il arrive par une cauſe quelconque que les urines s'arrêtent dans l'une ou l'autre de ces parties, & que l'eau ſeule puiſſe s'échaper ſucceſſivement par les veines réſorbantes des membranes, ou même par les voyes naturelles, alors les autres parties plus groſſières, que je viens d'indiquer, s'arrêtent, s'amaſſent,

s'attirent mutuellement, & ſe lient enſemble, ſurtout par le moyen de la graiſſe qui leur ſert de colle pour former ce corps ſolide; c'eſt de cette façon à peu près, que la pierre de la Veſſie prend ſon accroiſſement.

Pour ce qui regarde les pierres que nous rencontrons dans les reins, j'ai eu l'occaſion favorable de pénétrer un peu plus avant dans l'origine de leur formation, ayant ſaiſi la cauſe qui en jette le premier fondement. Car dans le tems que j'étois encore en Hollande, avec feu M. *Rau*, Profeſſeur en Anatomie, & très habile Opérateur en Chirurgie, ſurtout pour la Taille, j'ai eu ſouvent, & pluſieurs années de ſuite, la fonction de diſſéquer & de préparer pour ſes démonſtrations anatomiques des Cadavres, & ſurtout des enfans & des jeunes perſonnes mortes de la pierre, (maladie très fréquente dans ce pays,) ou de ceux qui mouroient après l'opération de la taille, lorsque les reins étoient gâtés en même tems, ou remplis de pus & de gravelle, ce qui les mettoit ordinairement au tombeau, après qu'une fievre lente les avoit extenués, & précipités dans l'étiſie. Comme je trouvois ordinairement dans ces ſortes de cadavres un rein, & quelquefois tous les deux attaqués, je remarquai toujours dans les reins, qui n'étoient pas tout à fait gâtés ou pourris, une petite inflammation, ou ſuppuration legère, au bout des mammelons des reins, dont on compte ordinairement dix à douze dans chaque rein, & qui ſont, comme on ſçait, des productions conoïdes de la ſubſtance tubuleuſe, ou des vaiſſeaux ſécretoires de l'urine, qui répondent à la diſtribution de l'artère émulgente, ou rénale, dans ſes ramifications innombrables. Deux de ce mammelons, & quelquefois trois, ſont ordinairement entourés & embraſſés de leurs calices, ou entonnoirs, qui s'uniſſent enſuite en trois tuyaux, qui forment enfin, dans la petite courbure du rein, un gros tuyau qui eſt le commencement de l'Uretere, par où les eaux deſcendent dans la Veſſie. Quand on coupe un rein en deux moitiés égales, en commençant par ſon grand arc, & finiſſant jusques dans ſa petite courbure, on diſtingue facilement toutes les parties que je viens de nommer, & ſurtout les mammelons, dans lesquels, (pour venir à mon but,) j'ai rencontré ſi ſouvent les marques d'une petite ſuppuration, à l'ouverture de leurs canaux

ex-

excrétoires qui compoſent leurs cones; lorsque je les ai preſſé dans cet état préternaturel entre mes doigts, j'ai attrapé toujours les grains de la gravelle, ou le noyau d'une petite pierre, qui ſe forme ici à l'aide d'une gouttelette de pus, qui ſert de colle aux matieres ſalines & terreſtres de l'urine, qui paſſent des mammelons. Lorsque ces petits grains ſe détachent ſucceſſivement de l'endroit de leur exiſtence, & s'ils paſſent par les Ureteres dans la Veſſie, ils ſortent à l'ordinaire avec les urines, en ſe précipitant dans ce liquide ſous la forme d'une matiere ſablonneuſe, appellée communément gravelle. Mais ſi ces élémens de la pierre reſtent plus longtems aux extrémités des mammelons, ils augmentent de volume, le noyau étant devenu plus gros & plus ſolide. S'il ſe détache alors, il paſſe par l'Uretere dans la Veſſie, avec plus ou moins de douleur, ſelon l'inégalité, ou la groſſeur de ſon corps; & on le rejette à l'ordinaire avec les urines par l'Urethre ſous le nom d'une petite pierre. D'un autre côté, ſi la pierre formée de cette façon dans les reins, ne ſe détache point de l'endroit de ſa naiſſance, ſon volume augmentera ſans doute, parce que les mêmes cauſes de ſon exiſtence & de ſon accroiſſement ſubſiſtent toujours; alors le canal étroit de l'Uretere lui refuſant la ſortie, il reſtera, pour ainſi dire, propriétaire étranger & très incommode de ce Viſcere, ſous le nom de la pierre des reins, compagne inſéparable de celui qui la loge jusqu'à la mort.

S'il arrive qu'une de ces ſortes des pierres ſe détache dans le tems que ſon diamètre permet encore ſa deſcente par l'Uretere dans la Veſſie, mais que l'épaiſſeur de ſon volume l'empêche néanmoins d'être rejettée par l'Urethre avec les urines, elle s'arrêtera ſans doute dans le fond de ce réſervoir, où elle gagnera par la lymphe mucilagineuſe, qui ſuinte de la membrane intérieure de la veſſie, & qui la garantit contre l'acreté de l'urine, un nouveau lien, ou une nouvelle colle, qui attachera ſans ceſſe à ſon volume, de nouvelles parties qui conſtituent la pierre contenuë dans les eaux que la Veſſie reçoit, & garde en depôt jusqu'à l'excrétion. Les couches differentes de ces ſortes de pierres, comparables aux envelopes des Oignons, confirment cette maniere d'accroiſſement ſucceſſif, qui s'amaſſe quelquefois dans un volume ſi énorme,

qu'il occupe toute la capacité intérieure de la Veſſie. J'en ai vu tirer une de cette groſſeur à un Payſan de Nord-Hollande par feu M. *Rau*, dont le diamètre égaloit 4½ pouces, & qui péſoit jusqu'à 12 onces.

Il peut arriver auſſi, que ces petites pierres, en deſcendant du rein dans la Veſſie, s'arrêtent dans l'Uretere, ou à l'embouchure de ce canal, qui ſe gliſſe, comme l'on ſçait, à la largeur de quelques lignes entre les membranes de la Veſſie, avant que de s'ouvrir dans ſon creux; ſi cette matiere graveleuſe s'y amaſſe ſucceſſivement à un tel degré, qu'elle puiſſe boucher cette ouverture, de façon que l'Uretere ne ſauroit décharger ſes urines en telle proportion qu'il les reçoit du rein, il s'enſuivra néceſſairement, que les eaux arrêtées preſſeront & élargiront ce conduit avec le tems, jusqu'à ce que la corruption de l'urine pourrie communique aux parties voiſines des ſymptomes mortels; ce que j'ai vu arriver dans le *Gaſthuys*, ou grand Lazareth d'Amſterdam, où j'ai vu l'Uretere gauche, dans un pauvre Vieillard, mort de cette maladie, d'une groſſeur prodigieuſe: ſon diamètre excédoit deux pouces; le tiers de ce canal étoit farci d'une matiere graveleuſe, & le reſte rempli d'une eau puante, entremêlée de pus.

Cette obſervation m'a aidé depuis à pouvoir reſoudre un cas aſſez problématique que je rencontrai ici à Berlin. Feu M. *Senf*, Chirurgien Major des Gens-d'armes, avoit entrepris de tailler un jeune homme de la pierre, opération dont il s'acquittoit ſouvent avec un grand ſuccès; mais dans celle-ci, il perdit ſa peine, ne pouvant remuer ni tirer la pierre, qui reſtoit tout à fait immobile, même entre les branches de ſa tenette. Le pauvre malade étant mort quelque tems après, fut ouvert par lui en ma préſence: nous trouvâmes la pierre tout autour adhérente au fonds de la Veſſie, & couverte d'une peau, ou membrane aſſez épaiſſe. La nouveauté du fait nous ſurprit; mais ayant fait une recherche bien exacte, je découvris, que la matiere graveleuſe, ayant en quelque façon bouché l'entrée de l'Uretere dans la Veſſie, les urines ne trouvant apparemment pas aſſez d'iſſuë pour s'évacuer dans ce viſcere, avoient creuſé un conduit dans la ſubſtance véſiculaire qui ſub-

ſubſiſte entre les membranes de la veſſie, ayant élevé la membrane intérieure en boſſe, où les parties graveleuſes trouvant occaſion de s'amaſſer, avoient formé la pierre en queſtion, laquelle étoit un peu applatie, de la groſſeur d'un œuf de pigeon.

Pour finir cette claſſe des concrétions graveleuſes, je ne dois pas omettre certaine pierre que j'ai rencontrée dans le tiſſu ſpongieux qui envelope le conduit de l'Urethre. La matiere graveleuſe étant probablement entrée par les lacunes de ce canal dans cette retraite ſpongieuſe, y avoit formé une petite pierre de la groſſeur d'une faſeole, ou petite féve. Le garçon de ſix ans, qui en étoit incommodé, lâchoit ſon eau avec beaucoup de peine ; & comme nous étions à la campagne, & deſtitués d'un habile Chirurgien, je lui fis ſortir ce corps étranger par le moyen d'une petite inciſion ſur le corps de la pierre, ayant retiré, auparavant la peau extérieure, laquelle étant remiſe, couvrit la petite playe, & guérit le malade.

Mais, pour me rapprocher un peu davantage de mon ſujet, qui a occaſionné tout ce diſcours, je ne balance pas d'aſſûrer, que la pierre qu'on nous a envoyée de Saxe, a été formée dans la Veſicule du fiel. J'ai des raiſons plus que valables qui me prouvent ce que j'avance. Dans le récit fort laconique, qui a accompagné cette pierre, on marque que l'abſcès, par lequel la pierre eſt ſortie, avoit percé les intégumens des hypochondres droits; qu'il en étoit ſorti une grande quantité de pus, mêlé encore de petits fragmens de pierres qui avoit même coulé pluſieurs jours de ſuite, jusqu'à l'extinction de cette pauvre femme, à l'âge de ſoixante & dix ans. En conſidérant cette pierre, on remarque que ſa couleur montre un mêlange de jaune, de blanc, & un verd, ou rouge noirâtre. Or, on ſçait que les pierres du corps humain, marbrées de cette façon, ſe rencontrent uniquement dans la Veſicule de fiel, & dans ſon conduit, ou quelquefois dans les inteſtins, charriées là par le conduit cholidoque. La couleur de la bile, & ſes parties conſtituantes, ſont les ſeules choſes capables, de communiquer ce verd foncé, ou rouge noirâtre, à cette coagulation

tion pierreuſe. D'ailleurs des expériences réïtérées ne nous laiſſent point douter de cette formation particuliere par rapport à ſa couleur.

J'en ai trouvé une fois au nombre de treize, dont tout le creux de la Veſicule du fiel étoit rempli ; la figure de toutes ces pierres étoit presque cubique, avec des ſurfaces liſſes & polies, à cauſe du frottement qu'elles avoient ſouffert entr'elles par le mouvement du corps, & ſurtout par celui du diaphragme dans la reſpiration. D'ailleurs je trouvai dans ce cadavre le conduit cholidoque bouché par un amas graveleux ſemblable ; de là étoit venu ſans doute, que la partie de la bile la plus liquide s'échapant par les pores, ou par les veines réſorbantes de la Veſicule du fiel, permettoit au reſte, ſavoir aux parties terreſtres, alcalines, & huileuſes, de ſe coaguler & de ſe deſſécher en forme de pierres. Auſſi la préſence de ces ſortes de pierres dans le réſervoir de la bile, eſt-elle annoncée à l'ordinaire par cette jauniſſe noirâtre & rebelle, qui tient les malades pluſieurs mois, & ſouvent des années entieres ; & s'il n'arrive une diſſolution de ces pierres, & une évacuation de la matiere pierreuſe par le conduit cholidoque & par les inteſtins, les malades meurent par le défaut de la chylification, qui eſt interrompuë par l'obſtruction de la bile.

Mais, comme il n'y a point de régles ſans exception, je ne dois pas oublier ici, que j'ai rencontré dans la Veſicule du fiel, une autre fois, deux pierres de la groſſeur d'une olive, qui n'avoient point cette couleur marbrée, ſi particuliere aux pierres du réſervoir de la bile, & ſi eſſentielle à ces ſortes de concrétions, où la bile fournit les matériaux. Celles-ci au contraire, que j'ai l'honneur de montrer à l'Académie, ſont d'une couleur rouge blanchâtre ; je les ai tirées d'une Veſicule du fiel, entourée d'une eau auſſi claire & auſſi pure que celle d'une fontaine, ſans que j'y aye pû démêler le moindre veſtige de la bile. La raiſon en eſt, que l'illuſtre défunt avoit été hydropique longtems avant ſa mort, & que je lui trouvai le foye tout ſquirreux. Il ne s'étoit donc fait aucune ſécrétion de la bile depuis bien du tems auparavant ; de ſorte que je regarde ces deux pierres comme une coagulation

lation ſucceſſive de la lymphe mucilagineuſe, qui ſuinte des replis réticulaires, & des lacunes qu'on rencontre dans la membrane intérieure de la Veſicule du fiel.

Mais la pierre qu'on nous a envoyée de *Sorau*, ayant toutes les marques extérieures de la ſorte de pierres qu'on trouve à l'ordinaire dans ce réſervoir du fiel, je ne doute nullement, qu'elle ne s'y ſoit formée auſſi, d'autant plus qu'elle montre, outre ſes différentes couleurs, des facettes égales & liſſes, qui marquent qu'elle a été frottée par d'autres qui ne ſont pas venuës au jour. La cauſe de ſon apparition, parmi les pus d'un abſcès crevé, ne ſera pas trop difficile non plus à expliquer, ſi l'on prend la peine de conſidérer, que cette vieille femme, qui l'a rejettée par un trou percé dans les hypochondres droits, (lieu qui répond à l'endroit ou le foye eſt placé en dedans,) a gagné auparavant une *Hepatitis*, on inflammation de ce Viſcere, qui faute du ſecours neceſſaire, a cauſé une ſuppuration totale, du moins dans le grand lobe du foye, dans lequel eſt nichée, dans un enfoncement proportionné, la Veſicule du fiel. Suppoſons, que la ſuppuration exceſſive de ce lobe, qui a duré pluſieurs jours de ſuite, ait entamé également les membranes de la Veſicule du fiel, la pierre en queſtion a trouvé par là une ſortie aſſez commode de ſa priſon, pour flotter dans le pus, & couler enſuite dehors par l'ouverture. Voudroit-on objecter, que la pierre pourroit également s'être formée dans la ſubſtance du foye, comme dans celle de ſon appendice, la Veſicule? Je dis, que cela ne paroit pas probable, parce que la pierre montre une figure pyramidale irréguliere à facettes polies; ſi elle avoit été formée dans le foye, ſa figure devroit être néceſſairement ronde, ou ſpheroïde, car ce viſcere, auſſi bien que la circulation dans ce viſcere, preſſant de tous côtés également, ne ſçauroit permettre la coagulation d'un fluide dans un corps ſolide, ſous une autre figure que ſous celle d'une ſphère.

RECHERCHES
SUR LES LOIX DU MOUVEMENT DU SANG DANS LES VAISSEAUX.

PAR M. DE SAUVAGES.

I.

Le calibre de l'Aorte eſt bien différent dans l'homme, de ce que les Auteurs en diſent communément. M. *Keill*, qui a été ſuivi en cela de la plûpart des Sçavans, n'eſtime ce calibre que 0,28 de pouce quarré, ne lui donnant pour diametre que 0,5239 de pouce linéaire; mais ayant meſuré ſur quinze cadavres d'hommes faits la circonférence de cette artère entre les valvules & la naiſſance de la ſouclaviere droite, & ayant diviſé la ſomme de ces circonférences par 15, j'ai eu pour la circonférence moyenne 32 de nos lignes, ce qui donne 10. 11 lignes de diametre, & 80 lignes quarrées pour orifice, ou calibre; ce qui eſt le double de 0,28 de pouce Anglois.

II. Il s'en faut encore de beaucoup que le calibre que j'ai trouvé par ce moyen, dans les cadavres, ſoit celui de l'Aorte dans l'homme vivant. L'Aorte, qui n'a à proprement parler point d'ouverture circulaire après la mort, ſe trouvant alors entièrement applatie n'a de de calibre que celui que lui donne le ſang qui la dilate; & ce calibre eſt proportionné alors à la hauteur qui repréſente la force de ce fluide: En meſurant l'epaiſſeur de cette artère, j'ai trouvé qu'elle étoit plus grande ſur le devant que partout ailleurs: cette épaiſſeur fait l'effet d'une bande ligamenteuſe très élaſtique qui s'étend depuis la croſſe juſqu'aux artères iliaques & qui par ſon reſſort applatit ce canal, dès que le cœur n'a plus la force de le renfler.

III.

III. Pour meſurer la force élaſtique des artères, & juger ſi elles ſe contractent par cette force après la mort, ou ſi elles s'affaiſſent par leur poids, comme on le dit, j'ai lié en deux endroits dans un chien vivant, à 3 pouces de diſtance, l'artère carotide avec la veine & le nerf voiſins; & ayant coupé le paquet en travers avec des ciſeaux, les bouts de l'artère coupée ſe ſont retirés d'un pouce l'un de l'autre, ceux de la veine de 10. 7. &c. lignes: enfin le chien étant mort, j'ai fait la même opération ſur les vaiſſeaux de l'autre côté, & j'ay eu parfaitement le même réſultat; d'où il eſt aiſé de conclure que le reſſort des artères, quelques heures après la mort, eſt tout auſſi puiſſant que durant la vie, & qu'ainſi c'eſt par la force élaſtique que la bande ligamenteuſe de l'aorte tient ce canal applati dans les cadavres.

IV. La force du ſang, au ſortir du cœur, eſt comme la hauteur à laquelle il peut s'élever dans un tube adapté à l'aorte; & ſa preſſion contre un pouce de ſurface de ce canal eſt égale au poids d'une colomne de même baſe, & dont la hauteur eſt celle à laquelle il peut s'élever dans cette jauge.

V. Pour déterminer le calibre de l'aorte, il faut donc déterminer les differentes forces du ſang. M. *Hales* a déterminé par des experiences très déciſives, que la plus grande hauteur à laquelle le ſang des groſſes artères s'éleve dans des animaux de même maſſe & de même vigueur que l'homme, eſt de 7. pieds de roy, & que la moindre eſt de quatre pouces: au deſſous de cette hauteur l'animal meurt ſubitement, la bande ligamenteuſe de l'aorte n'ayant rien qui puiſſe contretenir ſon reſſort qui tend à l'applatir.

VI. Connoiſſant ces deux forces extrêmes, on peut déterminer celle qui eſt la plus ordinaire en ſanté. Les animaux en qui on meſuroit la hauteur à laquelle le ſang peut s'élever, faiſoient alors les derniers efforts au commencement de l'expérience; & leurs artères qui battoient dans l'etat ſain & tranquille 38. fois par minutes, battoient pendant ces grands efforts 100. fois; de même les artères d'un hom-

me, qui ne battoient que 64. fois par minute en ſanté & en repos, battoient, ſuivant l'obſervation de M. *Bryan Robinſon*, environ 140. fois après une courſe violente. En ſuppoſant que le pouls n'a pas augmenté en calibre par ces efforts, augmentation qui ne fait rien à la viteſſe du ſang pour l'augmenter, on peut eſtimer que la force du ſang dans ces deux états differents eſt comme les nombres du battement du cœur dans un temps donné; car ces nombres ſont comme les coups des piſtons d'une pompe auxquels la viteſſe du fluide lancé eſt proportionnée; or les forces des fluides ſont comme les quarrés de leur viteſſe; donc les quarrés des nombres des pulſations en ſanté, & dans ces violents efforts, étant entre eux comme 10 à 54. on peut inférer que la hauteur moyenne à laquelle le ſang s'éleve eſt en ſanté à celle de 7. pieds comme 10 à 54, c'eſt à dire de 15. 5. pouces, ou d'environ 16. pouces.

VII. Pour déterminer quels ſont les calibres de l'aorte reſpectivement aux forces ou haureurs du ſang, j'ai adapté au bas d'un tuyau de verre plein d'eau à une hauteur conſtante, une Aorte dans laquelle l'eau entroit; & quand l'eau étoit dans le cylindre 4. pouces au deſſus du niveau de l'aorte, je trouvai que la circonférence de cette artère avoit 36. lignes, que je pris pour ſa circonférence la plus petite. Quand l'eau fut dans le tube de verre à 16 pouces, la circonférence de l'aorte fut de 40 lignes; & quand l'eau fut à 7 pieds, la circonférence fut de 50 lignes.

VIII. Ce qui donne pour diamètres reſpectifs de l'Aorte 11.4; 12.7; & 15.9 lignes, & pour orifices ou calibres 102.9; 126.6; & 198.4 lignes quarrées, par où l'on voit que l'orifice ordinaire de l'Aorte en ſanté eſt d'un pouce quarré anglois, au lieu d'un quart de pouce que l'eſtimoit le D. *Keill*, & qu'il eſt dans l'effort de la fièvre de beaucoup plus grand encore.

IX. Nous avons vû que l'Aorte avoit 32 lignes de circonférence avant d'être renflée. Les extenſions des cordes & fibres tenduës ſont

ſont entr'elles comme les racines quarrées des forces employées à les tirer, ſelon des expériences faites ſur des artères & ſur les fibres circulaires d'une veſſie, (quoique ces extenſions, quand elles ſont inſenſibles, comme dans les cordes métalliques de Luth, ſoient, ainſi que l'a trouvé *s'Graveſande*, proportionnées aux poids qui les tirent.) Ainſi les extenſions ont été entr'elles comme 4, 8, & 18, les racines des hauteurs étant 2; 4; 9. 1. ces extenſions ajoutées à la circonference primitive 32, ont donné 36, 40, & 50 pour les circonférences entières.

X. Tandis que le calibre de l'Aorte varie, l'orifice du ventricule gauche du cœur reſte le même, parce qu'il eſt ſoutenu par un bourrelet tendineux & charnu, qui a pour épaiſſeur la moitié de la baſe du cœur. Quant à la capacité du ventricule même, je ne doute pas qu'elle ne varie dans le même ſujet, ſelon que le cœur ſe dilate plus ou moins fortement: & ainſi on peut eſtimer que la moindre quantité de ſang que le cœur contienne étant de 4276. lignes cubiques, la quantité qu'il contient en ſanté eſt de 4989, & dans les grands efforts de 7970. La quantité ordinaire en ſanté eſt d'environ deux onces, ſelon l'eſtimation de presque tous les Auteurs.

XI. Ayant déterminé le calibre de l'Aorte, & la quantité de ſang que le cœur y envoye à chaque contraction, il eſt aiſé de déterminer la viteſſe abſoluë du ſang dans ce canal; car il n'y a qu'à diviſer la maſſe du ſang envoyée par le calibre: ainſi diviſant 4989 lignes cubiques par 126. 6. calibre d'aorte, on a pour viteſſe environ 39 lignes ou 3 pouces $\frac{1}{4}$ pour l'eſpace que le ſang parcourt alors, & 3 pouces $\frac{1}{3}$ pour celui des plus grandes fièvres. Ceci paroîtra bien paradoxe; mais il faut conſidérer que, bien que le ſang, durant chaque contraction du cœur, ne marche pas ſenſiblement plus vîte durant la fièvre que durant la ſanté, il ne laiſſe pas d'aller plus vîte dans un temps qui comprend pluſieurs de ces pulſations; car comme la viteſſe du ſang à travers l'orifice invariable du cœur même, eſt comme le nombre des injections faites par minute, ſi dans la fièvre le nombre des coups de piſton de-

vient double ou triple, la viteſſe du ſang y devient auſſi double ou triple, quoiqu'à chaque ſyſtole du cœur elle ſoit la même.

XII. Il faut conſidérer encore que le tranſport du ſang d'un ventricule à l'autre à travers les artères & les veines, n'augmente pas à beaucoup près comme les racines des efforts du cœur; car ces efforts s'employant plus à dilater les artères qu'à pouſſer le ſang en avant, & la dilatation des artères ne pouvant augmenter, ſans rallentir d'autant le cours du ſang, les grands efforts du cœur ſervent peu au tranſport du ſang.

XIII. Il eſt démontré en Hydraulique, qu'une machine fait le plus grand effet poſſible, quand la viteſſe du moteur eſt à celle du fluide qu'il frappe, comme 3. à 4. ou que le fluide eſt emporté avec un tiers de la viteſſe du moteur : or le plus grand effet poſſible ſe trouve, quand le produit de la maſſe tranſportée par ſa viteſſe eſt le plus grand, c'eſt à dire, quand on tranſporte plus de maſſe dans le même temps: donc le tranſport le plus avantageux, ou le plus copieux, du ſang d'un ventricule à l'autre, n'eſt pas quand la viteſſe du ſang lancé par le cœur eſt la plus grande, mais quand la viteſſe reſpective eſt ſeulement d'un tiers plus grande que la viteſſe de la colomne qu'elle doit faire avancer.

XIV. La Sageſſe ſuprême, qui a réglé les mouvemens involontaires du corps humain, n'a pas manqué à donner au cœur toute la perfection dont les machines hydrauliques ſont ſuſceptibles, & en rendre dans l'état de ſanté qui eſt le plus parfait, les mouvements les plus avantageux : ainſi il a falu qu'elle fit ſortir le ſang du cœur à chaque coup de piſton avec une viteſſe d'un tiers plus grande que celle de la colomne de ſang qui eſt un moment avant dans l'aorte; alors l'action reſpective eſt les $\frac{3}{4}$ de la force du cœur.

XV. On apperçoit d'abord après l'orifice artériel du cœur un ſinus, ou renflement, qui répond aux valvules de l'aorte, & la circonférence de cette artère en ce lieu eſt à celle à l'orifice même, comme

37. à 32. ce qui fait le rapport des calibres de 2. à 3. les trois valvules ſygmoïdes, qui forment les autres que le ſang doit mouvoir, s'ouvrant ſucceſſivement, laiſſent une ouverture triangulaire au ſang qui ſort du cœur, moindre environ de $\frac{1}{3}$. que n'eſt celle de l'aorte au delà des valvules, en un certain temps de la ſyſtole du cœur ; ainſi la viteſſe du ſang doit s'y trouver triple de la viteſſe au delà des valvules. Mais les viteſſes ſont en raiſon réciproque des calibres, quand il paſſe la même quantité de fluide : donc la viteſſe du ſang lancé par le cœur eſt à celle du ſang qu'il rencontre immédiatement derrière les valvules, ou à celle même des valvules, comme 3. à 1.

XVI. Quand la force contractive du cœur vient à augmenter, les réſiſtances du ſang antécedent reſtant les mêmes, le rapport des viteſſes du *Jet* à la viteſſe du ſang antécedent change, parce que la réaction du ſang antécedent croiſſant comme les quarrés des viteſſes, la dilatation de l'Aorte qui en eſt un effet, augmente dans un plus grand rapport que la viteſſe du *Jet* lancé par le cœur : ainſi la viteſſe du ſang antécedent logé dans l'Aorte n'augmente pas à même proportion que celle du *Jet*, vû que l'Aorte eſt plus dilatable de beaucoup que l'orifice artériel du cœur : donc la machine ne fait pas alors le transport du ſang le plus abondant qu'il ſoit poſſible, eu égard aux forces employée par le moteur.

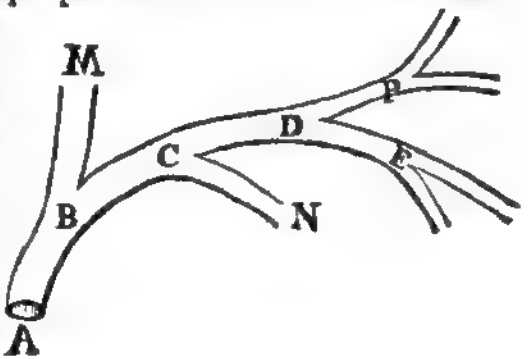
XVII. Mais, ſi le transport n'augmente pas à raiſon des forces employées, il y a un autre avantage qui en provient, quand ces efforts redoublent à propos ; car l'Aorte étant plus fortement diſtenduë, elle réagit, ou réſiſte d'autant plus au coup de piſton du cœur : d'ailleurs le ſang antecédent reſiſte proportionnellement au quarré de la viteſſe du *Jet :* ainſi le ſang par le cœur eſt broyé plus puiſſamment & plus échauffé que dans l'état de ſanté, ce qui eſt avantageux comme remède, quand le ſang péche par coagulation & groſſièreté.

XVIII. Le broyement d'un corps eſt d'autant plus parfait qu'il eſt frappé plus fortement, & que le lieu qui le contient l'empêche davan-

vantage de ceder au coup qui le frappe ; plus aiſément il eſt transporté par le coup, moins la force appliquée a d'effet pour le broyer ; ainſi, quand le ſang eſt lancé plus foiblement par le cœur, celui qui va devant, & les artères même, réſiſtant moins, ce ſang jetté avance davantage, mais en eſt d'autant moins trituré.

XIX. Ce que j'ai dit de l'action reſpective du ſang lancé par le cœur contre celui du ſinus de l'Aorte, a lieu dans tout le trajet des artères, mais de moins en moins à meſure qu'elles s'éloignent du cœur ; car toujours le ſang pouſſé par le cœur durant la diaſtole des artères, rencontre & choque un ſang qui, à la fin de leur ſyſtole, n'a qu'environ 2 tiers de la viteſſe de celui qui le pouſſe : mais, pour entendre cette propoſition, il faut avancer ce que nous pouvons encore prouver, ſçavoir que la viteſſe du ſang durant la ſyſtole va toujours en augmentant vers les extrémités, & celle durant la diaſtole des Artères, va toujours en diminuant, du cœur vers les extrémités. Ainſi, comme elles ſe trouvent égales à leur entrée dans les veines, celle du ſang auprès du cœur durant le *Jet* du cœur eſt plus grand que celle du ſang antécedent. C'eſt le ſujet d'un Mémoire que j'ai envoyé à M. de *Buchner*, à Halle.

XX. La viteſſe du ſang dans les diverſes ſections de l'Aorte, ou ſomme des ſections de ſes branches, ne peut ſe déterminer que par le rapport de ces ſections à celle du tronc. Ce rapport eſt très difficile à trouver ; & après avoir pris des meſures ſur plus de 25. cadavres, je crois devoir m'en tenir à celle que prit le D. *Keill* ſur les vaiſſeaux injectés en cire par le célébre *Cowper* : il dit que, ſuivant ſes meſures, ſi on prend une artère quelconque, (excepté celles qui vont dans les Viſceres,) le calibre du tronc A eſt aux deux calibres enſemble des deux premieres branches qui partent BC. BM, comme une de ces



bran-

branches BC eſt aux deux CD, CN, qui en partent, & comme D eſt aux rameaux du 3e ordre DE, DP, & ainſi de ſuite. Ainſi le ſang qui paſſe du tronc dans les branches du premier ordre, va dans un lieu un peu plus large, comme celui qui paſſe d'un rameau du premier ordre dans ceux du ſecond, & ainſi de ſuite.

XXI. Or, quoiqu'il ait trouvé que pour l'aorte le premier terme ſoit au 2e comme 10000. à 10274 (au lieu que pour certaines artères qui vont aux viſceres, ce rapport eſt de 10000. à 12387.) il ne laiſſe pas enſuite de ſuppoſer toujours que ce dernier rapport a lieu pour l'aorte, & non le premier; ce qui eſt une erreur qui l'a conduit à des conſéquences trop généralement adoptées des Medecins.

XXII. Plus les artères vont en s'élargiſſant, comme les méſenteriques, les vénales, les carotides internes, & quand elles deviennent veines, avant d'être parvenuës à un grand nombre de ramifications, plus le paſſage du ſang eſt libre; ainſi la liberté du paſſage eſt d'autant plus grande que le rapport du premier terme au 2e. & que le nombre de leurs ramifications, ou de leurs nœuds (B. C. D. E. F.) eſt plus petit: ſurquoi il faut obſerver que, quoique le paſſage ſoit plus grand à meſure que les ramifications ſont d'un ordre plus éloigné, cependant comme les rameaux pris en particulier, deviennent par cela même plus étroits, ils approchent d'autant plus d'être auſſi étroits que les plus petites molecules, ou que les globules du ſang; & une fois parvenus à cette égalité, les globules y paſſent plus difficilement, car n'y paſſant qu'un-à-un, ils touchent par toute leur circonférence les parois du vaiſſeau, au lieu que quand 4 ou 5 y paſſent de front, la colomne ne touche ces parois que par 4 ou 5 points, ce qui fait un bien moindre frottement, & une moindre difficulté.

XXIII. L'artère méſenterique ſupérieure a pour dénominateur de ſa progreſſion 10000:12387. & ſi on ſuit le plus court chemin de ſon tronc aux boyaux, on n'y compte que 10 ou 11 ordres de ramifications; ſur le limbe du méſentere je compte pour tous les bo-

yaux grêles 650 artérioles ; de là jusqu'à la convexité oppoſée du boyau, ces artérioles ne ſont que 3 ou 4 ramifications, avant de ſe changer en vénules, ou rebrouſſer chemin vers le cœur. J'ai cherché à meſurer le calibre moyen de ces 650 artérioles, mais je me ſuis convaincu qu'en les meſurant à la vuë ſimplement, on ſe trompe d'autant plus ſur leur grandeur, qu'elles ſont plus petites ; car on fait ſans y penſer un effort des yeux, qui fait une illuſion optique, & qui groſſit les objets ; on voit alors comme voyent les Myopes. J'ay découvert cette illuſion ſur un tube capillaire de verre, rempli de vif-argent ; le diamètre m'en paroiſſoit à la vuë, double de celui qu'il avoit réellement ; ce que j'ay trouvé en peſant le vif argent qu'il contenoit, le réduiſant en lignes cubiques, & diviſant ce volume de vif-argent par la longueur du tube, le quotient me donnoit le calibre du tube, qui s'eſt trouvé le quart de ce que me donnoit la vuë ſimple, & la confrontation avec une régle diviſée en lignes & cinquièmes de lignes. Je me défie donc du rapport trouvé par M. *Keill*, & voudrois bien en trouver un d'une maniere plus exacte.

XXIV. Suppoſant pourtant le dénominateur cy-deſſus donné (D) le nombre des termes (N) le premier terme (A) ou le calibre de l'artère méſenterique = 8 lignes quarrées, la ſomme des calibres du 14e ordre, qui ſont ici les derniers, ſera $D^{n-1}A$; $D = \frac{10000}{12387}$ dont le logarithme eſt 0,9296, qui multiplié par 13 fournit un logarithme auquel répond le nombre 16 ; ce qui fait voir que le paſſage total des dernieres artères ſanguines du boyau grêle eſt 16 fois plus grand que le tronc de la méſenterique, ou de 128 lignes quarrées : & ſi nous admettons avec M. *Hales*, qui a ſuivi ces derniers vaiſſeaux au Microſcope, que le nombre de ces derniers vaiſſeaux eſt 3 ordres après ceux du limbe du méſentere, ou 8 fois plus grand, on aura 5200 de ces vaiſſeaux, qui auront chacun pour ouverture 0,022, ou 22 milliemes de ligne quarrée.

XXV.

XXV. Quant à la progreſſion des artères qui vont dans les muscles, les os, en un mot les membres, il faut obſerver que leur calibre au ſortir de l'Aorte eſt proportionné au poids des parties qu'elles arroſent ; c'eſt ce que j'ai ſouvent vérifié. Ainſi le calibre de l'iliaque à l'origine de la cuiſſe eſt au calibre de la poplitée au deſſus du genou, comme le poids de toute l'extrémité inferieure au poids de ſa partie qui eſt au deſſous du genou. Et l'artère aux aiſſelles excede l'artère au coude, comme le poids du bras entier excede le poids de l'avant-bras & de la main.

XXVI. Mais il s'en faut bien que dans les viſceres le calibre des artères ſoit comme le poids des parties qu'elles arroſent ; l'artère rénale ſeule a un calibre auſſi grand que l'iliaque externe, qui arroſe toute la cuiſſe & la jambe ; & qu'eſt ce que le poids du rein eu égard au poids de ce membre ? Les reins peſent $\frac{1}{2}\frac{1}{5}\frac{1}{0}$ de tout le corps, & ſéparent autant d'humeur que tous les autres couloirs enſemble ; les cuiſſes & jambes ne ſéparent pas $\frac{1}{4}$ de tranſpiration de tout le corps : ainſi les artères n'ont dû être proportionnelles qu'à leur poids ſeulement, ou à peu prés, au lieu que dans les viſceres elles le ſont au poids & à la quantité de fluide qui doit les traverſer, ou s'en ſéparer.

XXVII. Il eſt donc vraiſemblable que les dernieres artérioles des viſceres, ſurtout des poûmons, des reins, du méſentere, ne ſont pas à beaucoup prés ſi étroites que celles des membres ; ou, ce qui revient au même, que la progreſſion des ramifications ne parvient pas à un ſi grand nombre de termes que celle des extrémités & des chairs muſculeuſes : auſſi l'uſage des viſceres n'eſt pas tant de broyer & affiner le ſang, que celui des chairs qui ont beaucoup plus de fermeté & des appuis oſſeux bien plus ſolides, mais d'y faire d'autres changemens, tels que les ſecrétions, qui ne demandent pas des forces mécaniques, comme en demande le broyement.

XXVIII. Dans les queuës des poiſſons, les pattes des grenoüilles, &c. on voit les globes du ſang paſſer à la file l'un après l'autre dans

les derniers vaiſſeaux ſanguins. On ſçait au juſte quel eſt le diamètre d'un globule rouge ; dans tous les animaux à quatre pieds, grands & petits, ils ont même grandeur. M. *Jurin*, en préſence de la Société Royale, & avec les Microscopes qu'elle hérita de *Leewenhæck*, vérifia qu'ils avoient en diametre $\frac{1}{2000}$ de pouce anglois, ou environ $\frac{1}{1940}$ de notre pouce; ce qui revient à 0.00000033 de la ſection de l'Aorte, qui a un pouce anglois de calibre.

XXIX. Puisque les globules rouges ſont obligés de devenir ovales en paſſant dans ces défilés, les dernieres artères ſanguines ont à peine le diamètre de ces globules : on peut donc prendre pour dernier terme de la progreſſion des vaiſſeaux, celui où les dernieres ont ce calibre, & pour premier l'unité, le dénominateur de la progreſſion étant $\frac{10000}{10274}$, qui marque de combien les rameaux enſemble ſont plus amples que le tronc dont ils partent. Mais, ſi l'on veut avoir l'un de ces rameaux, & le ſuivre jusqu'au bout ſans ſes branches, le dénominateur devient $\frac{10000}{5137}$, car communément de chaque nœud, B. C. D, il part deux branches BM. BC. ou bien CD. CN, & s'il en part davantage, la ſomme de leurs calibres ſuit le même rapport ; ſi le calibre de A eſt 10000, & celui de BM 5137, celui de BC 5137, la progreſſion du tronc aux branches $\frac{10000}{10274}$ ſubſiſte la même.

XXX. Pour avoir le nombre des termes N, d'une progreſſion geométrique dont on connoit le premier terme $A = 1$, le dernier égal à 0.00000033 $= b$, & le dénominateur $\frac{10000}{10274} = D$, on a la formule $N = \frac{LB - LA}{LC + 1}$.

Or

Or LB — LA eſt LB = 6.48149, & LD = 2.8930, le quotient de la diviſion donne 22 pour le nombre des termes, & partant 23 eſt le nombre des ramifications, ou des ſommes des rameaux ſucceſſifs, qui croiſſent ſuivant le rapport cy-deſſus énoncé, & qui ſe terminent en vaiſſeaux capillaires, propres à ne laiſſer paſſer qu'un globule de ſang à la fois.

XXXI. Comme les rameaux capillaires, ainſi que les intercoſtales, les tronchiales, les ſpermatiques, n'augmentent pas le calibre de l'Aorte dans un ſi grand rapport de 10000 à 10274, ce n'eſt pas par leur nombre qu'on doit compter le nombre des ramifications ; & c'eſt le dénominateur ſeul qui doit le déterminer, quand on connoit le premier & le dernier terme.

XXXII. Si on a une progreſſion de vaiſſeaux, dont le dénominateur ſoit deux, comme dans la figure (n. 20.) A.B.C. &c. on voit que le premier nœud renvoyant deux branches, & chaque branche autres deux &c. on a cette progreſſion double des branches 1. 24. 8. 16. &c. & ſi on veut ſçavoir quel eſt le nombre des branches capillaires du 23. ordre, on a ſuivant la formule (n. 24.) $D^{n-1}A$, qui donne pour le nombre cherché 4, 603, 000, & ſi on veut que de ces derniers capillaires ſanguins, il parte encore quatre ordres de vaiſſeaux lymphatiques, féreux, nerveux &c. le dernier terme ſera 73. millions, 600 mille de ces derniers vaiſſeaux : mais on n'a pas de terme connu pour ſe conduire dans cette progreſſion.

XXXIII. La ſomme des 4600, 000 vaiſſeaux ſanguins eſt plus ample d'un tiers que le calibre de l'Aorte, ou eſt égale à $\frac{1518}{1000}$ de pouce ; il s'en faut donc de beaucoup que le paſſage du ſang dans ces derniers vaiſſeaux ſanguins ſoit 44. mille fois, ni même 5 mille fois, plus ample que n'eſt le tronc de l'Aorte, comme M. *Keill* le dit, en prenant la progreſſion de l'artère méſenterique pour celle de l'Aorte, &

en admettant qu'elle s'étend au nombre de 40. ou 50. termes ; ce qui eſt contraire à ce qu'il avoit avancé touchant le dénominateur de la progreſſion de l'Aorte.

XXXIV. Si on avoit un tuyau fort branchu, mais qui fut percé ſeulement d'une infinité de trous, qui ne laiſſeroient point paſſer des grains de millet, quoique la ſomme de ces trous excedât cent fois l'orifice du tuyau pris au tronc, il eſt certain que ce ſeroit la même choſe pour ces grains, que ſi le tuyau n'avoit point d'iſſuë, les grains paſſant bien dans toutes les branches d'un moindre calibre qu'un grain, mais non dans la ſomme, quelque grande qu'elle fut, des trous plus petits ; & ſi ces grains y paſſoient même, mais avec un frottement qui rallentit leur marche du double, du triple, il n'en paſſeroit pas plus par trois enſemble que par un ſeul qui ne les rallentiroit pas, & par 10 mille que par un ſeul qui les rallentiroit dix-mille fois moins.

XXXV. Il en eſt de même des derniers vaiſſeaux ſéreux & lymphatiques ; les molécules des fluides, qui doivent y paſſer, y eſſuyent de ſi grands frottemens, qu'elle en ſont prodigieuſement retardées, & qu'on ne peut s'appercevoir de leurs progrès ; telle eſt la graiſſe dans les vaiſſeaux adipeux, le ſuc dans les tuyaux oſſeux, la matiere de la tranſpiration dans les tuyaux ſecrétoires de la peau. Que la ſurface de la peau ait par ſes pores ſecrétoires autant de vuide que de plein, ayant quinze pieds, la ſomme des orifices ſera quinze cent fois plus grande que l'Aorte ; s'il paſſe 33 onces de fluide transpirable par jour à travers ces orifices, (quoiqu'il n'en paſſe réellement qu'onze,) il paſſe deux onces au moins dans demi-ſeconde à travers l'Aorte, (ce qui fait 172800 onces par jour, ſi le ſang couloit continuellement du cœur dans l'Aorte,) ou 5236 fois plus qu'à travers la peau il ne paſſe de ſéroſité. Et ainſi la viteſſe du ſang au ſortir du cœur étant comme la dépenſe diviſée par le calibre, eſt 7,854,000 fois plus grande que celle du fluide tranſpirable.

XXXVI.

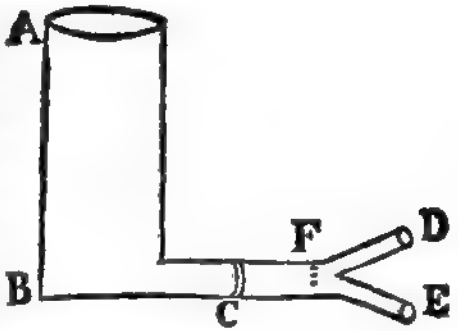
XXXVI. Si donc, eu égard à la quantité de fluide qui paſſe à travers les tuyaux ſecrétoires, ſéreux, lymphatiques &c. reſpectivement à la quantité du ſang rouge qui paſſe à travers les artèrioles, on peut négliger la ſomme des orifices des premiers, & ne compter pour quelque choſe que celle des vaiſſeaux ſanguins : moyennant quoi on ne ſe trompera peut-être pas beaucoup de juger que le ſang rouge marche dans les plus petits vaiſſeaux un tiers plus lentement que dans les groſſes artères, dans leſquelles la viteſſe moyenne eſt un tiers moindre qu'au ſortir du cœur : ainſi, quand le ſang parcourt dans l'Aorte 39 lignes dans l'intervalle d'une pulſation à une autre, il ne parcourra qu'environ un pouce dans les plus petits vaiſſeaux, ce qui doit le rallentir dans les grands.

XXXVII. Suivant les expériences du Marquis *Poleni*, un tuyau de 7 lignes de longueur, & de 3 lignes de diamètre, au bas d'un réſervoir de 13 pieds de hauteur, ne donne que $\frac{4}{5}$ de l'eau qu'il eut dû donner, n'eut été le frottement. La depenſe *effective* eſt donc à la *virtuelle*, comme 4 à 5 ; & leur différence, ou le *déchet*, eſt d'un cinquième.

XXXVIII. Pluſieurs expériences démontrent, comme M. *Carré* l'a enſeigné, qu'à n'avoir égard qu'aux circonférences, les déchets ſont réciproquement comme ces circonférences, ou comme les diamètres : ainſi un petit tuyau ne donne pas, à proportion de ſon calibre, autant qu'un grand, ayant plus de circonférence & de frottement eu égard à ſon calibre, que n'en a un grand eu égard au ſien.

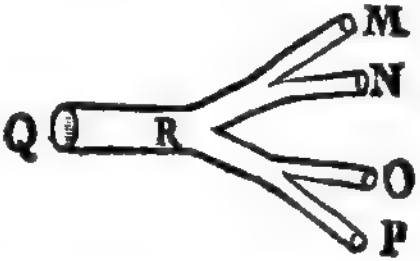
XXXIX. Mais quantité d'expériences m'ont convaincu, que les déchets ſont auſſi réciproquement proportionnels aux longueurs des tuyaux, ou à quelqu'une de leurs fonctions ; ſurtout à leurs racines quarrées : c'eſt ce qui paroîtra par les expériences ſuivantes. J'adaptai la portion de l'Aorte qui donne les troncs des iliaques, à un tuyau horizontal, au bas d'un réſervoir plein d'eau à une hauteur conſtante, & je trou-

trouvai que par la ſeule branche D il couloit 16 meſures dans un temps donné, par la ſeule branche E il en couloit environ autant, ce qui fait 32 ; mais par les deux branches ouvertes enſemble, il n'en couloit que 24, le tuyau C qui s'enchaſſoit dans le tronc de l'Aorte étoit un peu plus ample que le calibre du tronc en F, & il coula 26. 41 meſures de ce tronc coupé en F.



XL. J'adaptai un tronc d'artère emulgente au même tuyau C. Elle donnoit 4 rameaux M. N. O. P.

M ſeul ouvert donnoit	3.7	
N	3.7	10.6
O	1.7	
P	1.6	



Mais tous ouverts enſemble donnerent 7 meſures, & le tronc ſeul en R donnoit 8 meſures. Je trouvai auſſi qu'une des carotides dont les quatre branches donnoient 6. étant ouvertes à la fois, en donnoient par le tronc coupé de plus en plus jusqu'à 20. à meſure que je raccourciſſois ce tronc par des coupes ſucceſſives, obſervant de le tenir toujours ſur le même plan, & l'eau du réſervoir à la même hauteur.

XLI. De ces expériences il eſt aiſé de conclurre que, quoique le tronc ſoit plus étroit que les branches du premier ordre, & celles-ci plus que celles du ſecond, cependant le tronc ouvert donne plus que les deux premieres branches enſemble, & celles-cy plus que les quatre qui en partent ; & ainſi de ſuite.

XLII.

XLII. Ayant reïtéré, d'après M. *Hales*, cette expérience ſur le tronc & la méſentérique ſupérieure, je trouvai à peu près comme lui que les dernieres artères ſanguines qui ſe trouvent ſur la convexité oppoſée au méſentere, dans la longueur des boyaux grêles, ne donnoient qu'un 20me au plus, tandis que les artères du Limbe au nombre de 650. donnoient $\frac{1}{15}$ de ce que donnoit le ſeul tronc coupé en travers. (*Hæmaſtat.* Exper. 9.)

XLIII. D'où il ſuit que les déchets des dépenſes *virtuelles* des troncs & de leurs rameaux, vont toujours en croiſſant ſelon une progreſſion dont le premier terme eſt $\frac{1}{3}$ de la dépenſe virtuelle pour les troncs d'un pouce en longueur, & de 3 lignes de diametre; & le dernier terme eſt $\frac{2}{3}\frac{0}{0}$. Le dénominateur de cette progreſſion ſe trouve 0.05376. pour l'artère méſenterique dont la progreſſion a 14 termes, & 0.03175. pour l'artère aorte, ou ſes branches, qui vont au 23 terme; d'où il ſuit que le déchet des dépenſes pour les artères qui arroſent les viſceres, eſt moindre que celui des artères qui vont dans les membres, au moins dans le rapport de 31 à 53. ou de $\frac{3}{5}$. Ainſi en faiſant couler de l'eau par l'aorte dans les artères d'un cadavre, il paſſera une bien plus grande quantité à travers les visceres du bas ventre, & à travers le cerveau, qu'il n'en paſſera à travers les autres parties: & c'eſt ce que j'ai vérifié. L'eau chaude ne paſſe que très peu des artères qui vont aux muſcles, dans leurs veines, tandis qu'elle paſſe abondamment des artères méſenteriques dans leurs veines, & même à travers le foye jusques dans les veines hépatiques.

XLIV. Cette théorie des frottemens nous conduit à une autre encore plus importante, & non moins négligée, qui eſt celle de la preſſion laterale des vaiſſeaux par les fluides qui y coulent dedans. On n'a connu jusqu'à M. *Dan. Bernoulli*, que la preſſion dans l'état hydroſtatique, ou de repos; & on ſe tromperoit très fort de juger quelle eſt la même dans l'état du mouvement. Les veines ne ſont certainement

pas tant preſſées par leur ſang que le ſont les artères ; auſſi leurs membranes ne pourroient y réſiſter, & elles ſe dilateroient de plus en plus étant plus minces, & le devenant de plus en plus par leur dilatation.

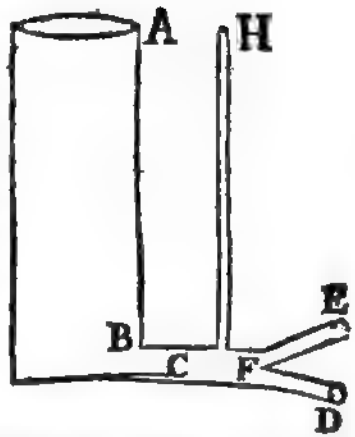
XLV. Les preſſions que des vaiſſeaux eſſuyent quand le ſang y coule, ſont comme le poids d'une colomne de ce fluide, qui auroit pour baſe le produit du rayon de ce vaiſſeau par ſa longueur, & pour hauteur celle à laquelle le ſang s'éleveroit dans un tube adapté latéralement à ce vaiſſeau, ſans en rétrécir le calibre, (*Hydrodynam.* pag. 26.) Ainſi les preſſions ſur des vaiſſeaux de même longueur ſont comme leurs rayons, ſi les hauteurs génératrices de la viteſſe de leur fluide ſont les mêmes. Si l'artère Ruiſchiene a pour diametre un 20. de l'aorte priſe vis à vis, elle n'eſſuyera ſur même longueur qu'un vingtième de ſa preſſion; auſſi ai-je trouvé que ces parois n'avoient qu'un 20. de l'épaiſſeur des parois de l'aorte au même endroit.

XLVI. La hauteur preſſante du ſang ſur les parois des vaiſſeaux eſt la plus grande de toutes au ſortir du cœur ; car c'eſt là que la viteſſe du ſang eſt la plus grande de toutes : & la hauteur preſſante eſt comme le quarré de la viteſſe, quand les réſiſtances antérieures ſont égales.

XLVII. Si la viteſſe d'un fluide eſt gênée, la preſſion contre les vaiſſeaux qui le contiennent eſt comme la différence du quarré de la viteſſe *virtuelle* au quarré de la viteſſe *actuelle*. Dans l'aorte la viteſſe *virtuelle* eſt telle que, ſi on faiſoit une ſaignée dans une fiévre aiguë, le ſang jailliroit à 21 pieds de diſtance à la premiere ſeconde, ou ce qui revient au même, s'éleveroit à 7 pieds de hauteur : or ſa viteſſe actuelle eſt 3 pouces $\frac{1}{2}$ dans le temps d'une contraction du cœur, qui étant $\frac{1}{3}$ de ſeconde, donneroit 10 pouces par ſeconde, dont la hauteur génératrice eſt 1. 64 de pouce, & la différence d'avec 7 pieds eſt 82 pouces 3 lignes.

XLVIII.

XLVIII. Si on a une artère, ou un tuyau qui aille en s'élargiſſant, comme C E D E. & que le fluide coule d'un réſervoir, plein a la hauteur A, il eſt certain qu'en débouchant les orifices *DE*, qui enſemble excedent le calibre du tuyau CF, le fluide n'agira pas contre les parois de ce tuyau, & ne s'élevera pas dans la jauge *h*, qui eſt la meſure de la preſſion.



XLIX. Mais, ſi les branches ſont extrémement longues, branchuës, pleines d'un fluide gluant & réſiſtant; qu'en un mot le fluide ſoit plus gêné dans le tronc que dans les branches du premier ordre, & dans celles-ci que dans celles du 3. &c. alors le fluide s'élevera plus haut dans la jauge adaptée au tronc, que dans celle adaptée aux branches du premier ordre, & en celles-ci plus que ſi elle l'étoit au troiſième ordre, & ainſi de ſuite; parce que ſelon les expériences citées (n. 40.) la viteſſe actuelle dans les branches eſt moindre que dans le tronc, & que l'excès de la viteſſe virtuelle ſur l'actuelle va toujours en diminuant en s'éloignant du trone.

L. Ainſi la viteſſe actuelle dans les artérioles inteſtinales eſt $\frac{1}{16}$ de celle dans le tronc, mais elle n'eſt qu'un 20me de la virtuelle du tronc, & la viteſſe actuelle dans les artérioles du Limbe du méſentere eſt un quatrième de celle du tronc, ſi le paſſage y eſt quatre fois plus ample, mais elle n'eſt qu'un 16me de la virtuelle; ainſi il y a une différence comme 12 entre ces deux ſortes de viteſſe dans ces artérioles du Limbe, & une ſeulement comme 4. entre celles des artérioles inteſtinales; donc la preſſion qui eſt rélative au quarré de ces différences, eſt toujours de plus en plus petite à meſure que l'on l'éloigne du cœur, ce qui eſt aiſé à prouver: car, ſi on enfonce un petit tuyau tout ouvert dans

l'artère d'un chien vivant à différentes diſtances du cœur, le jet du ſang ſera d'autant plus petit qu'on ſera plus éloigné du cœur.

LI. Ainſi il n'a pas été néceſſaire qu'à égal calibre, des artères plus éloignées du cœur euſſent autant de fermeté que celles qui en ſont plus proches.

LII. M. *Bernoulli* a démontré dans l'*Hydrodynamique*, que ſi le calibre eſt à l'orifice E + D (fig. précéd.) comme N eſt à 1. la preſſion, ou la hauteur de l'eau dans la jauge FH. eſt toujours comme $\frac{nn-1}{nn}$ A ; ainſi, ſi l'orifice E + D eſt $\frac{1}{2}$ du calibre de C, l'eau s'éléve dans la jauge au $\frac{3}{4}$ de la hauteur (A) de l'eau dans le réſervoir; ſi l'orifice eſt $\frac{1}{20}$ du calibre du tuyau, la hauteur preſſante eſt égale a $\frac{399}{400}$ de la hauteur A.

LIII. Mais, ſi on conſidére les frottements ſans avoir égard aux calibres, il ſuffit que le ſang ſoit aſſez gêné dans les troncs pour qu'il n'en ſorte par les extrémités qu'un 20me de ce que le ſeul tronc donneroit s'il étoit ouvert, afin d'être en droit d'en conclure que le ſang y eſt tout auſſi preſſé, que ſi c'étoit un tuyau cylindrique qui eut un orifice 20 fois plus petit que le tronc ; & dans l'un & l'autre cas la preſſion ſera la même, ou de $\frac{399}{400}$ de la hauteur totale qui pouſſe le ſang dans le tronc.

LIV. Dans les veines dont le calibre eſt un tiers plus grand que celui des artères correſpondantes, la viteſſe *actuelle* eſt un tiers plus petite que dans les artères, mais la viteſſe *virtuelle* n'eſt pas à beaucoup près ſi grande. Car M. *Hales* a fait voir que le ſang ne s'éleve qu'à $\frac{1}{70}$ ou $\frac{1}{72}$ tout au plus dans les veines, de la hauteur à laquelle il s'éleve dans une jauge adaptée aux artères d'un animal vivant. Il y a donc plus de différence dans les artères entre la viteſſe virtuelle

&

& actuelle qu'il n'y en a dans les veines: car 84 ſurpaſſe plus 9 que 7 ne ſurpaſſe 4. De même les racines de ces hauteurs qui expriment ces viteſſes, ſont moins inégales dans les veines que dans les artères; ainſi dans les veines la viteſſe avec laquelle le ſang coule, eſt presque auſſi grande que toute celle avec laquelle il peut y couler.

LV. De là vient que les veines ſont ſi ſouples & ont des parois ſi minces; elles ſont fort peu preſſées par le ſang qui y coule: auſſi quand on les ouvre ſans qu'il y ait fièvre ni pléthore, le ſang n'en coule presque pas, à moins qu'on ne gêne ſon cours par une ligature entre le cœur & la ſaignée, & qu'on ne l'accélere en remuant le poignet.

LVI. La Théorie *Belliniene*, qui poſe pour principe, que le ſang véneux trouve une grande réſiſtance en allant au cœur, & que cette réſiſtance eſt diminuée notablement par une petite inciſion laterale à la veine, porte ſur de faux principes: auſſi la théorie de la dérivation & de la révulſion, qui porte ſur ces principes, eſt tous les jours abandonnée par les Médecins qui ſe conduiſent par la raiſon plutôt que par les préjugés & par l'uſage.

LVII. Quand on obſtruë, ou qu'on lie une veine, on diminuë le paſſage total du ſang d'une certaine quantité; ſi on le diminuoit de moitié en bouchant la moitié des veines, la preſſion du ſang contre les parois des vaiſſeaux feroit égale aux trois quarts de la force avec laquelle le ſang eſt pouſſé par le cœur, ou égale à 63 pouces; ſi on bouche une veine entière qui recoive une 20e partie du ſang de l'Aorte, la preſſion eſt augmentée d'un 20e de la hauteur qui pouſſe le ſang dans l'Aorte, ou d'environ 4 pouces; avec la différence que les vaiſſeaux voiſins, s'ils ont quelque communication, s'ouvrant un peu plus, la preſſion en diminuë d'autant. M. *Keill* ayant meſuré exactement ce que l'artère crurale d'un chien vivant donnoit de ſang étant coupée en travers, & combien en donnoit la veine crurale de l'autre côté en même tems, trouva que ces quantités étoient entr'elles comme 15 à 6. Le calibre de l'artère eſt à celle de la veine en ce lieu comme 2 à 3. Les viteſſes étant

comme les dépenſes diviſées par le calibre ſont comme $\frac{15}{4}$ à $\frac{6}{3}$, ou comme 7.5 à 2.0, dont les quarrés ſont comme les hauteurs génératrices de ces viteſſes, ſçavoir comme 14 & 1. La viteſſe actuelle du ſang dans l'artère avant qu'on l'ouvrit, étoit à celle du ſang dans la veine comme 3 à 2. La viteſſe virtuelle de l'artère ſe trouve par cette expérience à ſa viteſſe actuelle 14 fois plus grande qu'elle ne l'eſt dans la veine, (ſelon M. *Hales* c'eſt 12 ſeulement ;) donc la preſſion du ſang contre les artéres eſt 12 ou 14 fois plus grande, que celle du ſang contre les veines.

LVIII. Les artères ſont autant preſſées à un 400e près qu'elles peuvent l'être, la force du cœur reſtant la même; donc étant entièrement liées, elles ne doivent pas s'enfler ſenſiblement : c'eſt ce que j'ai bien vérifié en liant les carotides d'un chien vivant. Les veines n'eſſuyent pas en ſanté la 12ieme partie de la preſſion des artères ; donc en les bouchant entièrement, elles en éprouveront tout autant, & s'enfleront 10 ou 12 fois plus que ne font les artères : c'eſt ce que l'expérience confirme, car en liant les veines pour la ſaignée du bras, on les voit groſſir ſenſiblement entre la ligature & les extrémités. De là on peut tirer du jour pour la théorie des tumeurs : quant aux artères liées elles ne s'enflent pas ſenſiblement.

LIX. Abrégeons en finiſſant par quelques réfléxions ſur les uſages de l'admirable Machine hydraulique que nous conſidérons.

LX. Si le ſyſtème des vaiſſeaux n'eut été deſtiné, comme des tuyaux de conduite, qu'à transporter le ſang des artères aux veines, & de là au cœur, il eut fallu, pour que la machine fut parfaite, qu'il ſe fut retrouvé dans le ſang véneux les $\frac{4}{5}$ d'effet rélatif à la force que le cœur employe. (n. 18.) Mais il y a une bien plus grande partie de la force du cœur conſumée; & rien ne ſe conſume en vain dans une Machine auſſi parfaite que celle-ci l'eſt en ſanté : ce n'eſt donc pas le ſeul transport du ſang que la Sageſſe ſupréme y a eu en vuë.

LXI.

LXI. Les groſſes artères & le cœur n'avoient pas beſoin de tant de force & de tant de réſiſtance, pour transporter ſeulement le ſang ; en ouvrant davantage le extrémités artérielles, on en auroit conduit davantage avec moins de force & moins de réſiſtance. Il faloit donc cet appareil pour une autre fin (n. 1.) qui eſt celle de briſer, & broyer le ſang toujours prêt à ſe coaguler faute de broyement. Il faloit allumer par là un degré de chaleur néceſſaire à la fluibilité des humeurs, à la ſenſibilité des nerfs, à la flexibilité des muſcles.

LXII. Le ſang, après avoir été bien trituré, n'avoit beſoin que d'un crible pour être paſſé : les artérioles ſont les filieres auxquelles il paſſe ; leur force eſt ſuffiſante pour cette opération, mais ne l'eut pas été pour le broyement. Les veines n'avoient pas beſoin de beaucoup de fermeté, n'ayant qu'à conduire un ſang broyé & affiné ? J'obmets beaucoup d'autres uſages ; mais, quelle eſt la Machine hydraulique inventée par les hommes qui, avec auſſi peu d'appareil, rempliſſe tant de vuës différentes ? Broyer, cribler, transporter un fluide, qui en même temps réchauffe, nourrit & entretient ſa machine pendant près d'un ſiécle !

OBSER-

OBSERVATIONS
SUR LES MALADIES DU COEUR,
PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

I.

Le corps humain eſt conſtruit de maniere, que chacune de ſes parties, en vertu même de l'action continuelle qui eſt néceſſaire pour la conſervation de la vie, contribuë inſenſiblement à ſa propre deſtruction ; & c'eſt ainſi que la Nature, par la ſtructure même du corps, a poſé un terme naturel à la vie. Outre cela, les diverſes variations, tant externes qu'internes, auxquelles la vie humaine eſt ſujette, peuvent ſouvent accélérer cette deſtruction des parties, au point que la Machine, ſans attendre la mort naturelle, s'écroule dans peu, à moins que connoiſſant la cauſe du mal on ne la diſſipe, en s'y oppoſant dès les commencemens par des remèdes convenables. Auſſi, dès que l'on eſt aſſuré par des ſignes extérieurs de l'endroit où réſide le mal, & des effets qu'il y produit, on eſt d'autant plus en état d'égorger, comme s'exprime fort bien *Hippocrate*, cet ennemi dès ſa naiſſance, & d'empêcher qu'il ne cauſe une ruïne totale.

II. Mais il arrive ſouvent que le germe de quelque maladie cruelle eſt tellement caché dans quelque recoin du corps, qu'il ne peut être découvert que par un homme très exercé dans un ſemblable examen, & parfaitement verſé dans la connoiſſance de la ſtructure du corps humain, & de l'uſage de ſes parties. Ces conditions ſont d'autant plus néceſſaires, que la partie léſée eſt plus noble, & que la vie eſt plus aiſément en danger, lorsque cette partie vient à ſouffrir quelque atteinte, même legère. De toutes les parties du corps humain il n'y

en

en a point dont l'importance ſurpaſſe celle du cœur ; il eſt le principe du mouvement de toute la machine ; & dès que ſon action vient à être troublée, ou empêchée, tous les autres membres languiſſent, toutes les autres parties du corps défaillent dans leurs actions & dans leurs fonctions. Cette piece ſi eſſentielle du corps humain n'a pourtant point de prérogative par deſſus les autres ; elle eſt expoſée comme elles, tant aux maladies qui naiſſent de ſon action continuelle qu'à d'autres qui ſont accidentelles, & prennent leur ſource, ſoit dans le liquide qu'elle reçoit & qu'elle diſtribuë, ſoit dans les canaux par leſquels ce liquide entre & ſort, dans le diametre & la configuration deſquels il peut arriver divers changemens extraordinaires, & préjudiciables aux fonctions naturelles. Les maladies & la mort viennent également, de ce que les canaux que le cœur remplit & gonfle par ſon action, lui oppoſent une trop grande réſiſtance, ou réciproquement, de ce que le cœur pouſſant le ſang avec trop de force endommage les canaux qui le reçoivent.

III. J'ai donc crû m'occuper utilement, en raſſemblant avec ſoin pendant le cours de pluſieurs années les obſervations qui concernent les maladies du cœur, & des grands vaiſſeaux, tant celles qui reviennent plus fréquemment, mais auxquelles on n'a pas apporté aſſez d'attention, que d'autres qui ſont plus rares. J'ajouterai l'hiſtoire de ces maladies, autant qu'elle a pû parvenir à ma connoiſſance. Il eſt fâcheux cependant qu'on ne puiſſe le plus ſouvent pas s'aſſurer des circonſtances d'un mal, à cauſe de l'état abject & de la condition miſérable du plus grand nombre des malades qui ſont l'objet de ces obſervations ; gens de la ſituation deſquels perſonne ne ſe trouve en état de rendre compte, lorſqu'ils viennent à mourir. On rencontre les mêmes difficultés, lorſqu'on veut s'inſtruire de la vie qu'ont menée ceux qui meurent dans les Hôpitaux, & quel a été le cours de leurs maladies. Comme ils arrivent tard dans ces Maiſons, où l'on ne les retire que parce qu'ils ſont comme abandonnés, dans la privation de tout ſecours & de tout commerce, il n'eſt presque pas poſſible d'acquérir des lumieres ſur les cauſes de leur état, qu'ils ignorent pour l'ordinaire

eux-mêmes ; & le mal eſt déjà ſi avancé qu'il les emporte avant qu'on ait eu le tems d'en obſerver les progrès & les ſymptômes.

SECTION I.

De la cohéſion du Péricarde avec le cœur.

La Nature n'a rien épargné pour faciliter un mouvement libre au cœur, en rendant la ſurface interne du péricarde, auſſi bien que la ſurface externe du cœur, polies & gliſſantes. C'eſt à cet effet qu'eſt deſtinée une vapeur très ſubtile, qui s'exhale continuellement par une infinité de vaiſſeaux artériels, de la tunique du péricarde, & de celle de la ſurface externe du cœur, qui lui eſt continuë. Cette vapeur lymphatique eſt ſans ceſſe réſorbée par les veines, tant que le corps eſt dans un état naturel & ſain. Elle eſt, comme toutes les autres liqueurs lymphatiques du corps, de la nature des liquides gélatineux, que le ſéjour, la chaleur, & la preſſion, épaiſſiſſent, & changent en filamens celluleux, plus ou moins ſolides & conſiſtans, ſuivant qu'une plus grande ou moindre quantité de ces liquides continuë encore à les humecter. C'eſt ce que prouve une foule d'exemples des viſceres qui s'attachent l'un à l'autre dans le bas ventre, & des poûmons colés à la pleure dans la cavité du thorax ; cela n'arrive, dans l'un & l'autre de ces cas, qu'à cauſe de l'épaiſſiſſement de quelque liquide qui s'exhale, & ſéjournant dans un endroit, produit des fibres celluleuſes, ſouvent même ligamenteuſes, dont la dureté va quelquefois juſqu'à rendre la liaiſon, ou adhérence des parties, plus forte que toutes celles qui ſont l'ouvrage de la Nature. Une infinité de vaiſſeaux, portant la nourriture dans une ſemblable toile celluleuſe formée extraordinairement, en augmentent l'étenduë, & en forment un réſeau d'un tiſſu indeſtructible. C'eſt ce que j'ai appris en injectant des poûmons attachés à la pleure ; l'injection ayant fait paroitre des vaiſſeaux ſans nombre, qui ſe prolongeoient, & ſe diſperſoient dans la celluleuſe, d'où ils alloient continuër à la ſurface des poûmons. Cela fait voir pourquoi les poûmons dans cet état d'adhérence ſont plus ſujets à s'altérer & à s'enflammer, que lors-

lorsqu'ils jouënt librement dans les ſacs de la pleure. En effet il y a tant de ces vaiſſeaux attachés au poûmon & à la pleure, qui ſouffrent une compreſſion, que le fluide qui y ſéjourne produit très facilement, & pour les cauſes les plus legères, des inflammations qui s'étendent fort loin, affectant également l'une & l'autre de ces parties. Lors donc qu'en même tems le poûmon ſe trouve bleſſé, & attaché à la pleure, la moindre cauſe pléthorique produit auſſi-tôt un ſentiment de douleur, ou la pleuropneumonie. C'eſt pour prévenir ce danger que la Nature a fourni l'exhalation continuelle du liquide ſubtil dont nous avons parlé, & l'humectation qui en réſulte; méchaniſme qui a ſurtout lieu dans les viſceres, dont les fonctions naturelles demandent un mouvement tout à fait libre. Cette humeur ſubtile & gélatineuſe, qui exhale donc du péricarde, lorsqu'il arrive quelque obſtruction dans les plus petits vaiſſeaux ſecrétoires, ſoit enſuite d'une inflammation, ſoit à cauſe de la viſcidité des humeurs, ſoit enfin par ſa propre épaiſſeur, de ſorte que les veines (a) ne puiſſent plus en faire la réſorption convenable; cette humeur, dis-je, devient plus épaiſſe & condenſée par la preſſion continuelle du cœur ſur le péricarde, & par la réſorption des veines qui en tirent le plus liquide. Cette liqueur épaiſſie forme alors des fibres celluleuſes, ſolides, & qui uniſſent ſi fortement le cœur au péricarde, que cela paroit former un tout continu, & jette dans l'erreur ceux qui ne ſont pas connoiſſeurs dans ce genre, en leur faiſant croire que le péricarde manque. Cependant quelques vaiſſeaux exhalans du péricarde qui ſont encore ouverts, verſent une liqueur, qui empêche cette celluleuſe extraordinaire de trop ſe roidir; ce qui fait que le cœur, nonobſtant la force de cette cohéſion, peut continuer à ſe mouvoir, quoique d'un mouvement irrégulier, ſoit à l'égard de la force, ſoit par rapport à l'égalité des pulſations. Mais cette celluleuſe factice s'accroit toujours de nouvelles fi-

 bres,

(a) Le péricarde eſt pourvû d'une quantité innombrable de ces veines, comme le découvrent clairement l'injection, & la tranſſudation perpétuelle du liquide qu'elles fourniſſent à la cavité du péricarde.

bres, à meſure que la liqueur continuë à s'y porter ; & cette liqueur s'y répandant s'épaiſſit, & faute d'une réſorption ſuffiſante devient une matiere craſſe, tenace, ou ſtéatomateuſe, qui, à proportion qu'elle acquiert de l'étenduë ou de la maſſe, met toujours la vie en plus grand danger, en empêchant le mouvement naturel du cœur, & produit toujours de nouvelles adhérences, qui augmentent la force & la grandeur de l'adhérence totale.

Lancifius, dans ſon Traité *de l'Anevriſme*, ne rapporte qu'une Obſervation qui concerne la cohèſion extraordinaire du péricarde au cœur ; & M. *Senac*, dans ſon excellent Ouvrage ſur le Cœur, en fait à peine mention. Il touche ſeulement en peu de mots la ſéchereſſe du péricarde, parlant d'ailleurs avec aſſez d'étenduë des autres maladies du cœur, à proportion de leur importance. Je vais donc fournir ici un nombre plus conſidérable d'Obſervations ſur ce mal, qui feront mieux connoître les dangereux effets qui en réſultent.

OBSERVATION I.

Hiſtoire.

Une Dame de naiſſance, digne d'un meilleur ſort, d'un corps foible & délicat, avoit commencé à être ſujette dès l'age de quatorze ans à s'émouvoir vivement pour les moindres cauſes ; ſon viſage ſe couvroit auſſi-tôt d'une rougeur univerſelle, & elle ſentoit des agitations intérieures autour du cœur. S'étant enſuite mariée, elle ſe trouva dans une ſituation où il ne lui manquoit aucune des commodités de la vie ; & ſa ſanté ſe ſoutint aſſez bien pendant quelque tems, pour un corps auſſi délicat que l'étoit le ſien. Sa premiere groſſeſſe ne fut accompagnée d'aucune incommodité ; mais les couches ne lui furent pas auſſi favorables : ſes angoiſſes ordinaires s'accrurent conſidérablement, & elle ſe plaignoit ſouvent de tourmens dans la région du cœur. Elle parut cependant ſe rétablir ; & étant devenuë une ſeconde fois enceinte, elle fit une fauſſe couche, depuis laquelle ſa ſanté n'alla plus qu'en empirant.

pirant. Son viſage étoit presque continuellement couvert de rougeurs, ſans même qu'il y en eut de cauſes manifeſtes ; quelquefois en parlant ſa reſpiration s'arrêtoit tout d'un coup, ou bien ſes paroles ſe précipitoient rapidement ; les angoiſſes des environs du cœur, & une oppreſſion qui la rendoit comme toujours haletante, ne lui laiſſerent presque aucun repos ; elle étoit ſur ſes gardes, & veilloit ſans ceſſe ſur elle-même, pour ne rien dire ou faire avec trop d'action : & elle étoit d'autant plus obligée à ces précautions, que c'étoit une Dame d'un eſprit vif & d'un génie extraordinaire. Sa ſituation devenoit donc très fâcheuſe toutes les fois qu'elle étoit expoſée, ou à quelque mouvement trop véhément, ou aux effets de quelque paſſion, ou à une tenſion un peu forte du ventricule ; ce qui lui faiſoit redoubler ſes attentions pour ne pas ſe trouver dans ces cas, dont les effets étoient ſi fâcheux, qu'ils la jettoient quelquefois dans des défaillances. Des terreurs & des tremblemens accompagnoient auſſi pour l'ordinaire ces angoiſſes ; & dans les tems même où elle étoit d'ailleurs le mieux, elle ſe plaignoit d'un tiraillement continuel, & tout à fait inquiétant, dans la région du cœur, qui devenoit l'incommodité la plus fâcheuſe, lorsque les circonſtances ſusdites s'y joignoient. De plus elle eut, à trois reprises différentes, à la ſuite de quelque mouvement leger du corps, & ſans aucuns ſignes qui euſſent précedé, des attaques de crachement de ſang. Les conſeils & les remèdes d'un habile Médecin, dont elle ſe ſervoit, la guèrirent parfaitement de cette incommodité, ce qu'on peut regarder comme une choſe aſſez étonnante ; & il ne lui en reſta, ni toux, ni aucun ſigne de phtiſie. Tout le monde prétendoit cependant qu'elle avoit le poûmon ulcéré, & qu'elle étoit phtiſique, à cauſe des ſymptômes que nous avons rapportés, & que les mêmes cauſes faiſoient revenir très aiſément ; à quoi ſe joignoit une maigreur qui alloit tous les jours en augmentant.

Le Médecin, qui ne s'en tenoit pas à ces indications vagues, mais qui étoit accoûtumé à rechercher avec plus d'exactitude les vrayes cauſes d'un mal, jugea qu'il ne reſtoit aucune atteinte au poûmon ; mais que cette grande ſenſibilité, cette foibleſſe de tout le corps, & la trop

grande expanſion du ventricule, qui étoit ſuivie de la rétropreſſion du diaphragme ſur les inteſtins qui étoient foibles, que tous ces ſymptomes réunis venoient du mouvement irrégulier du cœur. Comme l'abondance du ſang augmentoit les rougeurs du viſage, & ramenoit les hémoptyſies, il ordonna des ſaignées, auxquelles il joignit des réſolvens doux, des eaux minérales legères & auſſi réſolventes, des alimens laiteux, & des évacuans foibles ; preſcrivant en même tems un régime de vie extrêmement modéré, une diète des plus ſimples, & qui pût procurer la digeſtion la plus facile. Cependant la cauſe du mal demeuroit toujours inconnuë & cachée ; les précautions dont on vient de parler ne ſervant qu'à en prévenir les accroiſſemens ſubits, ſans pouvoir la détruire entièrement, & amener la malade au point deſiré d'une guériſon parfaite par l'uſage des remèdes prudemment adminiſtrés. Elle demeura toujours foible & angoiſſée ; & au milieu de toutes les commodités dont elle jouïſſoit, elle étoit toujours harcelée par cet ennemi ſecret, par ce tiraillement continuel qui ne ceſſoit de l'inquiéter, comme elle le diſoit elle-même, & en vint au point de ne lui pas laiſſer le moindre relâche. Pendant le tems de cet état le pouls de la patiente étoit foible, & ſes petits battemens ſe ſuivoient avec une grande fréquence ; ſouvent il devenoit intermittent, ſurtout après que la reſpiration avoit été trop véhémente, ou l'eſprit trop agité de quelque paſſion. La foibleſſe augmenta conſidèrablement de jour en jour, ſans que tous les remèdes fortifians fuſſent d'aucune utilité ; les angoiſſes & les palpitations de cœur s'accrurent avec force, & la mort vint enfin les terminer, au grand regret de tous ceux qui s'étoient flattés de la conſervation d'une perſonne dont l'excellent caractère lui avoit concilié l'eſtime univerſelle. On avoit tout lieu de croire que la cauſe particuliere du mal étoit cachée dans le corps ; & c'eſt pour la découvrir qu'on réſolut de procéder à la diſſection du cadavre.

Diſſection Anatomique.

Après avoir donc premièrement ouvert l'abdomen, tous les boyaux furent trouvés très ſains, & dans une parfaite intégrité ; les inteſtins

teſtins n'avoient rien de gonflé, & leurs veines ne parurent point trop remplies; mais la ſtructure des tuniques étoit fort mince, & elles ſe tendoient un peu avec le ventricule, lorsque l'air, ou quelque petite quantité de matiere, y entroit. Auſſi-tôt après l'ouverture du thorax, les poûmons en s'affaiſſant donnerent une preuve de leur bon état. Leur couleur étoit naturelle, & le ſang ne les gonfloit trop que dans leurs lobes inférieurs, la tunique étant remplie d'air, comme de coûtume. Le poûmon gauche étoit tant ſoit peu adhérent à la pleure par ſa partie poſtérieure, ſans qu'il y eut pourtant aucun ſigne d'inflammation, ni de ſuppuration. Pour parvenir donc à connoitre l'état du cœur, je m'efforçai d'ouvrir le péricarde ; mais je fus arrêté, & je le trouvai continu au cœur. Dès que j'eus remarqué cette cohéſion contraire à l'état naturel, je procédai avec beaucoup de précaution pour le détacher du cœur, à la ſurface extérieure duquel il étoit lié de toutes parts avec beaucoup de force par le moyen des fibres celluleuſes, qui, ſurtout à la pointe & à la baſe du cœur, étoient ſi ſolides & ſi ſerrées, qu'elles rendoient la ſéparation très difficile dans ces endroits. Il y avoit fort peu d'humidité, & les interſtices ſecs des fibres celluleuſes ne ſe montrerent remplis d'aucun fluide. Le cœur même étoit gonflé par le ſang coagulé dans ſes cavités ; ſa ſubſtance muſculeuſe étoit pâle & lâche, & il n'y avoit presque point de graiſſe, ſans que d'ailleurs on remarquât aucune défectuoſité dans ſes vaiſſeaux, ou dans ſes valvules.

Explication Phyſiologico-Pathologique.

Perſonne ne ſçauroit nier que la parfaite ſanté & la conſervation de notre corps ne ſoyent fondées ſur le mouvement libre, régulier, & égal du cœur, qui eſt une machine deſtinée à pouſſer les liquides dans les canaux qui ſont employés, tant à procurer la circulation du ſang qu'à effectuer les ſecrétions néceſſaires pour la conſervation du corps. Il s'enſuit néceſſairement de là que, lorsque le mouvement du corps eſt troublé, il en réſulte du déſordre dans la circulation, auſſi bien que dans les fonctions & les ſecrétions des viſceres & des autres parties du corps,

corps, qui retirent quelque utilité de ces opérations. C'eſt rélativement à cet uſage que la Nature a renfermé le cœur dans un ſac lâche & d'une ſurface gliſſante, tel qu'eſt le péricarde, afin qu'il ne s'attachât point aux parties voiſines, & que ſon mouvement ne vint point à être troublé & dérangé par le mouvement de ces parties. C'eſt pourquoi le cœur même, par le moyen de ſa propre ſurface, & d'une liqueur qui en exhale continuellement, humecte & enduit, en quelque ſorte, le ſac du péricarde dans lequel il eſt contenu. Et afin que celui-ci affermiſſe en même tems la ſituation du cœur, il eſt fortement attaché par ſa baſe à la partie gauche de la chair coſtale du diaphragme, & à la ſurface ſupérieure du milieu du tendon large du diaphragme, à l'aide de fibres celluleuſes très ſolides, & ſi ſerrées, que la pointe du ſcalpel le plus aigu a beaucoup de peine à les ſéparer, & à rompre leur étroite liaiſon. Le mouvement du cœur étant beaucoup plus rapide que celui du diaphragme, ces deux parties n'auroient pu avoir une liaiſon immédiate entr'elles, ſans que l'action de l'une ou de l'autre en eût été altérée ; & ç'auroit été la même choſe qu'un ſac fortement adhérent au diaphragme eût été attaché au cœur, ou que le cœur lui-même l'eut été au diaphragme. S'il arrive donc que le péricarde tienne à la ſurface du cœur, celui-ci ne peut plus continuer à ſe mouvoir régulierement à cauſe du mouvement du diaphragme, que la reſpiration fait continuellement élever & abaiſſer. Car dans l'état naturel, ſix ou ſept pulſations, ou battemens du cœur, ne répondent qu'à un ſeul acte de reſpiration, ou au mouvement alterne du diaphragme. Ainſi, pendant que le diaphragme deſcend, il force le cœur qui lui eſt adhérent par le moyen du péricarde, de deſcendre vers l'abdomen, & l'arrête fortement, de ſorte que la pointe ne ſçauroit s'approcher de la baſe, ni la parfaite contraction du cœur s'exécuter ; car la ſurface qui devroit être libre, afin que la cavité diminuée par la contraction puiſſe s'évacuer, eſt liée par autant de cordes, ou fils, qu'il y a de filamens qui forment le tiſſu extraordinaire de la celluleuſe. Ces obſtacles diminuent dans le tems où le diaphragme monte vers le thorax ; & alors le cœur ſe contractant plus parfaitement peut s'évacuer : cependant il demeure toujours retenu par

ſa ſurface extérieure; & il eſt obligé d'employer une force beaucoup plus grande que celle qui ſeroit naturellement requiſe, pour effectuer cette évacuation complette, qui ſe fait par la contraction. L'abord du ſang dans les vaiſſeaux & dans les viſceres ſe fait donc d'une maniere inégale & irréguliere; il s'accumule dans les veines pendant l'inſpiration, & le reflux naturel du ſang dans les cavités du cœur eſt empêché par là; d'où procédent les rougeurs du viſage, l'inégalité du poux tremblotant & fréquent, les angoiſſes, les affections ſpasmodiques, les tremblemens, les oppreſſions, les foibleſſes, & même les ſurſauts apoplectiques, qui ſont autant de conſéquences néceſſaires de cet état. Quand enſuite le diaphragme relâché dans l'expiration revient vers le cœur, celui-ci preſſe avec plus de force le ſang accumulé dans ſes cavités, & le chaſſe dans les vaiſſeaux artériels; tandis que les veines de leur côté le reverſent en plus grande quantité dans le cœur: & les viſceres, auxquels la quantité de ſang néceſſaire pour les ſecrétions avoit manqué, lorsque la contraction du cœur n'avoit pû s'achever parfaitement durant l'inſpiration, ſe trouvent enſuite accablés, ſoit par la trop grande abondance, ſoit par la trop forte impulſion du ſang, qui entre dans leurs petites embouchures ſecrétoires, les gonfle trop, les remplit de particules groſſières, de ſorte que ces canaux qui ſont d'une extrême petiteſſe, viennent inſenſiblement à s'obſtruer. Dans les viſceres plus lâches qui ſont deſtinés à faciliter la circulation de toute la maſſe du ſang, tels que ſont les poûmons, les vaiſſeaux trop foibles ſe rempliſſant exceſſivement deviennent tendus jusqu'à crever; ce qui produit les hémorrhagies. Le cœur ainſi agité ſans relâche d'un mouvement irrégulier, ſe trouve obligé d'employer des forces beaucoup plus grandes que celles qui lui ont été aſſignées par la Nature, tantôt pour ſurmonter la réſiſtance du diaphragme, tantôt pour chaſſer la trop grande maſſe du ſang; ce qui fait qu'inſenſiblement il ſe relâche, & s'affoiblit: la réſiſtance des vaiſſeaux artériels augmente à proportion, la circulation ſe dérange; les ſecrétions vont en diminuant; les rougeurs, l'inégalité du pouls, les palpitations, la foibleſſe univerſelle du corps, ne font que s'accroître, jusqu'à ce que les forces néceſſaires

pour le mouvement du cœur ſoyent détruites, tant par la trop grande réſiſtance qu'il éprouve, que par les progrés de ſon propre affoibliſſement: & cette deſtruction n'eſt autre choſe que la mort même. Cette foibleſſe eſt augmentée par la dilatation trop ſenſible du ventricule & des inteſtins, qui eſt ennemie du cœur; il ne ſçauroit entrer dans l'eſtomach une quantité d'alimens ſuffiſante pour la nourriture du corps, & ces alimens n'éprouvent pas une digeſtion parfaite à cauſe de la foibleſſe des inteſtins.

A' l'aide de ces principes, il devient facile d'expliquer tous les ſignes rapportés dans l'hiſtoire de la maladie précédente, & tous les ſymptômes auxquels la malade a été expoſée. Leur origine peut être démontrée avec beaucoup de clarté. Car, pour parler d'abord de ce ſymptôme continuel, qui a accompagné toute la maladie, je veux dire, de ce tiraillement incommode de la région du cœur & du diaphragme, qu'on peut regarder comme le ſigne pathognomique du mal; chacun comprend ſans peine qu'un cœur attaché au péricarde par tant de filamens celluleux aboutiſſans à ſa ſurface, qui devroit être parfaitement libre, pour que ſon action fut parfaite, eſt obligé par leur moyen de ſuivre le mouvement du diaphragme dans l'inſpiration; & c'eſt préciſément de là que doit naître cette ſenſation inquiétante d'un tiraillement continuel dans la région du cœur, parce que ſa contraction eſt empêchée en même tems, ce qui trouble la liberté de la circulation, & la parfaite impulſion du ſang dans les vaiſſeaux. Et quand même une contraction véhémente du cœur ſurmonteroit le diaphragme, celui-ci ne pourroit alors s'abaiſſer autant qu'il eſt néceſſaire pour rendre la reſpiration complette; laquelle étant ainſi troublée, ſoit par cette cauſe, ſoit par la volonté même de l'ame, qui cherche à prévenir la douleur cauſée par la tenſion, la circulation du ſang dans les poûmons trouve des obſtacles, de façon que la ſenſation continuelle du tiraillement ſusdit doit être permanente, & accompagnée d'une autre ſenſation non moins fâcheuſe de réplétion & de tenſion, qui procede de l'irrégularité de la circulation, & de ce que le ſang ſéjourne trop ſouvent dans le cœur.

L'irré-

L'irrégularité & l'embarras de la circulation par l'artère pulmonale, ſont cauſe qu'il reſte une trop grande quantité de ſang dans les rameaux de la veine cave; de là ces rougeurs du viſage qui ont tant fatigué la malade, auſſi bien que la maniere ſubite dont elles paroiſſoient & disparoiſſoient, ſuivant que le cœur éprouvant plus ou moins de réſiſtance pendant l'acte de la circulation, ne pouvoit atteindre au point de contraction requis. Quand après cela l'impétuoſité du cœur trop irrité, ſoit par l'extenſion, ſoit par la traction, s'augmentoit aſſez pour ſurmonter la réſiſtance qui lui étoit contraire, les vaiſſeaux artériels des poûmons ſe relâchoient, & ſe déchiroient; d'où procédoit une hémoptyſie qu'aucuns ſignes n'avoient annoncé: & il eſt évident que la même choſe arrivoit également dans les veines, lorsque le reflux dans le ventricule poſtérieur du cœur étoit empêché.

La connoiſſance diagnoſtique du mal dans le corps vivant de la malade pouvoit donc être acquiſe, en obſervant les ſymptômes dont voici l'énumeration; une ſenſation incommode de tiraillement dans la région du cœur; des rougeurs ſubites qui ſe manifeſtoient au viſage; la reſpiration angoiſſée & oppreſſée, ſans aucun ſigne de léſion dans le poûmon; le pouls irrégulier, tant à l'égard de la force que par rapport à la fréquence, & qui s'augmentoit en parlant, ou toutes les fois que quelque autre cauſe prolongeoit l'inſpiration, jusqu'à ce qu'il parvint à une ceſſation momentanée du mouvement du cœur, qui étoit ſuivie de défaillance; une grande foibleſſe du corps, ſans qu'il parût qu'aucun des viſceres qui ſervent à la nutrition fuſſent endommagés; une inquiétude d'eſprit continuelle cauſée par cette fâcheuſe ſenſation; le mouvement du cœur troublé, dès que le ventricule ou les inteſtins ſouffroient la plus legère expanſion. Le pronoſtic étoit aiſé à déduire de ces ſignes; c'eſt qu'on ne pouvoit jamais eſpérer de conduire la malade à une guériſon parfaite: car les fibres une fois formées, & qui tenoient au cœur de façon qu'il en naiſſoit un obſtacle à ſon mouvement, ne pouvoient être détachées & détruites; & les circonſtances indiquées par les ſignes détaillés ci-deſſus, ſont d'autant plus dangereuſes

qu'une ſemblable adhéſion eſt plus étenduë & plus forte, ce qui peut varier ſuivant la nature & les diſpoſitions du corps attaqué. L'indication des moyens de ſoulagement tend donc à procurer l'amolliſſement continuel des fibres du corps, pour prévenir que ces fibres celluleuſes qui ſe ſont formées contre nature, en devenant trop roides, n'arrêtent totalement l'action du cœur. Or, comme cet amolliſſement ne ſçauroit avoir lieu qu'au moyen de ce fluide ſubtil du péricarde, qui s'exhale ſans ceſſe dans les interſtices des fibres, il eſt néceſſaire d'employer un délayement copieux & continuel, pour rendre les liqueurs du corps auſſi propres qu'il eſt poſſible à la circulation, & à la ſecrétion par les plus petits vaiſſeaux deſtinés à les exhaler : mais en même tems il faut prendre garde que la trop grande quantité de ſang, par ſa réſiſtance, ne ſurpaſſe les forces d'un cœur affoibli, ou que ſa trop grande expanſion ne devienne préjudiciable aux autres viſcères du corps. Un autre objet d'attention encore, c'eſt de maintenir la liberté de la reſpiration ; & dans cette vûe on doit empêcher que l'abdomen trop gonflé ne réſiſte à l'expanſion des poûmons, & à la deſcente naturelle du diaphragme, afin que l'inſpiration ſe faiſant dans l'eſpace de tems le plus court qui lui convient, la circulation du ſang par les poûmons ſoit aidée, car lorsqu'il s'en arrête trop dans les poûmons, il en naît une réſiſtance au libre mouvement du cœur.

Auſſi voyons-nous dans nôtre malade, que ces remèdes ont détourné avec beaucoup de ſuccès tous les accidens qui pouvoient cauſer une mort ſubite. Le Médecin habile & prudent a toujours employé les émolliens, les délayans, les réſolvans, & les laxatifs doux, avec la ſaignée, & une diéte émolliente des végétaux les plus convenables à la digeſtion. C'eſt de là qu'eſt venuë cette circonſtance vrayement étonnante, du retour aſſez fréquent d'un crachement de ſang impétueux, ſans que les poûmons ayent été endommagés, & de la parfaite guériſon de ce mal, qui ne ſeroit jamais arrivée ſans la ſage application des remèdes ſusdits, vû l'obſtacle que formoit le mouvement irrégulier du ſang dans les poûmons, cauſé par le défaut du cœur dont nous

avons

avons rendu compte. Mais la maladie en queſtion, accompagnée de ſymptômes beaucoup plus fâcheux, produit bientôt des effets mortels, dès que le diaphragme deſcendant ſubitement & avec force, entraîne le cœur avec ſoi, & que les muſcles de l'abdomen trop relâchés ne ſuffiſent pas pour lui réſiſter. C'eſt ce que l'Obſervation ſuivante va confirmer.

OBSERVATION II.

Hiſtoire.

Une femme robuſte, & ayant de l'embompoint, d'une médiocre ſtature, & dont le corps étoit bien formé, devint enceinte dans le cours de ſa vint & unième année, s'étant toujours aſſez bien portée jusques-là. Pendant le cours de ſa groſſeſſe elle ſe plaignit d'angoiſſes & de tourmens continuels dans la région du cœur, étant pour l'ordinaire pâle, & ayant la reſpiration un peu embarraſſée. On attribuoit ces ſymptômes à l'expanſion de l'abdomen cauſée par la groſſeſſe, & l'on ne ſoupçonnoit aucun autre mal. Le 29 de Decembre 1754. elle ſentit les douleurs de l'enfantement ; & quoiqu'angoiſſée, elle eut pourtant une couche aſſez prompte & heureuſe. Mais bientôt après, étant encore au lit comme accouchée, ſes angoiſſes augmenterent exceſſivement, les vuidanges s'arrêterent ; on les fit revenir par le ſecours des lavemens, mais avec un ſurcroît d'angoiſſes ; comme le poux étoit dur & tremblotant, on ordonna la ſaignée, qui procura à la malade un ſoulagement de quelques heures, au bout desquelles revinrent la fréquence, l'inégalité, la dureté, & les tremblemens fréquens du pouls, avec un tel tourment d'entrailles, qu'elle n'eut pas un moment de relâche, & tomba dans un état deſeſpéré. La ſaignée fut réïtérée, & encore ſuivie de quelque repos par le relâchement des ſymptômes ſusdits; mais le ſang tiré de la veine ne ſe coagula point de la maniere ordinaire, la ſéroſité ne s'en étant point ſéparée ; il reſſembloit à une maſſe de bouïllie, gélatineuſe, tremblante, & bleüâtre, quoiqu'à la premiere ſaignée le ſang eut encore été naturel. Les angoiſſes ne ceſſerent plus, ou

plutôt elles s'accrurent ſi fort, avec le tremblement, l'inégalité, & l'intercadence du pouls, que le 31 Decembre la malade fut dans des ſueurs froides continuelles. Une diarrhée colliquative l'épuiſoit en même tems, de ſorte que le pouls s'étant affoibli de plus en plus, tandis que ſa frèquence augmentoit, & des ſpaſmes avec le hoquet s'y étant joints, elle ſuccomba, & le premier jour de l'année 1755. fut le dernier de ſa vie.

Diſſection Anatomique.

Il n'étoit pas difficile de juger qu'il y avoit ici quelque cauſe cachée, d'un ordre particulier; une mort ſubite, & des ſymptômes auſſi violens, ne pouvant venir naturellement à la ſuite d'une couche naturelle & facile, après laquelle il n'y avoit eu aucune ſuppreſſion. Il n'y avoit donc que la diſſection anatomique qui pût mettre ſous les yeux la cauſe de cette mort violente. On y procéda; & ayant commencé par l'ouverture de l'abdomen, on examina les viſceres, où tout étoit dans un tel état de perfection, que je ne crois pas avoir jamais vû ces parties, ſans en excepter la rate, dans un état auſſi naturel. Je m'attachai donc à conſidèrer ſoigneuſement l'uterus, pour voir s'il contenoit quelque défaut qui fut la cauſe du mal. L'uterus encore au deſſus des os pubis, étoit contracté jusqu'au tiers de la grandeur totale que lui donne l'état de groſſeſſe; on n'y voyoit aucune inflammation, mais il étoit naturel, d'un rouge pâle, & ſa tunique fibreuſe repliée formoit à la ſurface des rayes blanchâtres. Il n'y avoit non plus aucun ſigne d'inflammation intérieure dans ſa cavité; mais les embouchures des vaiſſeaux artèriels qui étoient demeurés depuis la ſéparation d'avec le placenta, ne permettoient pas, à cauſe de leur extrême petiteſſe, de faire la moindre injection, qui paſſât par eux jusqu'à l'uterus, au lieu que dans toute la ſubſtance de l'uterus l'injection de ces vaiſſeaux ſe fit à un très grand point de ſubtilité. Aucun des vaiſſeaux de l'abdomen, non plus que ceux des viſceres & des membranes, n'étoient trop gonflés de ſang; au contraire les inteſtins étoient plutôt pâles, parce que ces vaiſſeaux étoient trop vuides, & il en étoit de même du ventricule, quoique la tuni-

tunique musculaire de ces parties fut compoſée de fibres robuſtes. Les viſceres dans l'abdomen n'avoient aucune cohéſion contraire à la nature, ni les vaiſſeaux aucune dureté nuiſible, qui pût donner lieu à quelque angoiſſe. Cela me fit juger que la cauſe que je cherchois, devoit exiſter dans le thorax ; mais je fus bien ſurpris, après l'avoir ouvert, de trouver les poûmons parfaitement naturels de toutes parts, qui s'affaiſſerent, dès qu'on eut fait le plus petit trou à la pleure, n'étant adhérens par aucun endroit, & n'ayant aucun nœud ſquirreux dans leurs glandules, ce qui eſt aſſurément d'une extrême rareté ; en un mot, ſans aucune ſorte d'obſtruction, de ſorte que leur extrême beauté m'a engagé à les conſerver pour être injectés. Je ne laiſſois pas d'être embarraſſé dans ma recherche, ne ſachant pas où je pourrois trouver, dans un état auſſi parfait des viſceres, dequoi expliquer ſuffiſamment l'origine d'une maladie promte, violente, & mortelle ; lorsque l'ouverture du péricarde me mit tout d'un coup au fait, & ne me permit pas de douter à quelle cauſe il faloit attribuer tous ces ſymptômes. En effet cette membrane tenoit ſi fortement de toutes parts à la ſurface du cœur, par des fibres celluleuſes rougeâtres, qu'il ne reſtoit pas le plus petit eſpace, comme cela devroit naturellement arriver. Il y avoit cependant des fibres plus fortes & plus compactes, qui lioient la ſurface plane du cœur avec le péricarde ; & vers la pointe elles étoient d'une extrême denſité : leurs interſtices étoient remplis d'une ſéroſité rougeâtre & visqueuſe. Le cœur même avoit ſes cavités pleines de ſang grumeleux, & les veines étoient gonflées de ſang ; mais pour les artères, elles étoient vuides, ou du moins il n'y reſtoit qu'une très petite quantité de ſang ſéreux.

Explication Phyſiologico-Pathologique.

Tout ce qui a été dit ci-deſſus, fait connoitre aſſez aiſément l'effet de l'adhérence du cœur au péricarde, qui tend à diminuer l'impulſion du ſang dans les artères, & par là même à troubler la circulation. Mais il convient d'indiquer plus exactement les raiſons qui ont déterminé l'accident fatal & ſubit, dont il s'agit ici. Pour cet effet on doit remar-

marquer d'abord l'aſcenſion du diaphragme, ou plutôt ſa rétrogreſſion contre la cavité du thorax, qui eſt cauſée dans les femmes enceintes par l'expanſion de l'uterus, qui pouſſe vers le haut les parties contenues dans l'abdomen. Car le diaphragme, qui, dans la plus forte expiration naturelle, ne monte que jusqu'à l'interſtice de la quatrième côte, éleve dans la groſſeſſe jusqu'à la troiſième le ſommet de ſa voûte tendineuſe; & s'applique fortement aux côtes par les aîles de ſa partie muſculeuſe coſtale, que le foye & le ventricule preſſent & pouſſent vers le haut: en ſorte que toute ſa ſurface forme une courbure beaucoup plus grande durant la groſſeſſe, qu'elle n'a coûtume de l'être dans l'état naturel. Quand enſuite l'uterus eſt vuide, le diaphragme deſcend, avec les viſceres de l'abdomen qui y ſont naturellement attachés par le moyen du péritoine; & cela d'autant plus qu'il offenſe moins les muſcles réſiſtens de l'abdomen, qui ont été un peu relâchés par ſa trop forte expanſion. Auſſi les accouchées ſont-elles haletantes d'abord après leur délivrance; ce qui oblige à les ſoulager par la ligature de l'abdomen, qui aide à l'exſpiration. Lorsqu'il vient donc à ſuivre une inſpiration trop forte, & trop longtems continuée, pendant laquelle le diaphragme deſcend plus qu'à l'ordinaire, le mouvement du cœur en eſt d'autant plus empêché, que le diaphragme l'oblige à deſcendre plus bas avec lui, par où il réſiſte à proportion, quant à la force & quant à la durée, à la contraction du cœur. En effet celui-ci devroit ſurmonter la réſiſtance du diaphragme, en même tems que celle des artères dans leſquelles il chaſſe le ſang, s'il vouloit preſſer le ſang avec une force ſuffiſante pour la circulation, & parvenir à une évacuation complette. Ses forces ne ſont donc pas ſuffiſantes pour ſurmonter cette double réſiſtance, il ne peut néceſſairement ſe faire qu'une contraction imparfaite, par laquelle toute la cavité du cœur n'eſt pas évacuée, ni le ſang chaſſé par une action complette jusques dans les plus petits vaiſſeaux. Le cœur étant alors continuellement irrité par le ſang qui demeure dans ſes cavités, devient agité & tremblant, & les pulſations des artères, qui ne ſont pas auſſi remplies qu'elles devroient l'être, ne peuvent qu'être petites & debiles. Voilà

ce

ce qui rend le pouls tremblottant, & cauſe en même tems les embarras de la reſpiration, parce que le ſang s'arrête dans les artères des poûmons, auxquelles manque la force ſuffiſante que le cœur devroit leur communiquer. Il ne ſçauroit manquer non plus d'y avoir une extrême inégalité dans le pouls, vû que dans l'exſpiration, qui ſe fait pleinement lorsque le diaphragme en remontant exerce un plus grand effort, le cœur irrité, & qui s'évacuë plus facilement dans une contraction complette, chaſſe dans les artères la quantité de ſang qui s'étoit accumulée durant l'inſpiration ; ce qui donnant une plus grande expanſion aux artères, les coups deviennent plus forts, & le pouls eſt plus dur. Cependant il ſe raſſemble une plus grande quantité de ſang dans les veines, par la deſcente du diraphragme dans ce cas vers la cavité de l'abdomen, pandent laquelle il tire continuellement le cœur en bas. Ce ſang ne pouvant enſuite s'évacuer entierement, les angoiſſes continuelles & l'irrégularité du pouls durent toujours, jusqu'à ce que la ſaignée déſempliſſant les veines, & amoindriſſant la quantité du ſang, diminuë l'irritation & la réſiſtance que le ſang fait naturellement éprouver au cœur. Mais comme le cœur, par la même raiſon que le diaphragme, ne ſçauroit changer ſa ſituation, lorsqu'il eſt tiré en bas, cette force ne ſçauroit troubler longtems la circulation, ſans que le corps perde inſenſiblement les forces néceſſaires à la conſervation de la vie. En effet l'impulſion foible & irréguliere qui ſe fait dans les artères, s'oppoſe aux ſecrétions des humeurs, dont le corps a un beſoin continuel pour entretenir les forces naturelles qui ſont le principe de la vie. Elles décroiſſent donc rapidement avec celles du cœur trop fréquemment & trop fortement irrité ; & tout le corps s'affoiblit, toutes ſes parties languiſſent, dès qu'elles ſont deſtituées du fluide nerveux d'où dépend la vigueur naturelle des fibres. C'eſt par cette raiſon qu'il faut expliquer l'accablement ſubit & total dans lequel tomba ce corps auparavant ſi robuſte, en ſorte que, dès le ſecond jour de la couche, la malade eut des ſueurs froides continuelles, & une diarrhée colliquative qu'il ne fut pas poſſible d'arrêter, les emboûchures des vaiſſeaux exhalans étant relâchées, & les forces de la circulation auſſi

bien que celles des inteſtins, ſi diminuées, que la réſorption du liquide que les excrétions répandent dans les inteſtins ne pût être faite, & qu'il continua à couler comme une ſource jusqu'à l'entiere deſtruction des forces vitales. Le ſang même ne put pas être fourni & rendu par l'action du cœur, & la force qui le condenſe, dans la quantité néceſſaire pour la conſervation naturelle du corps. Le principe coagulant manquoit à celui qu'on tira de la veine, auſſi bien que la rougeur qui lui eſt ordinaire, & la ſéparation de la férosité d'avec les globules. Il n'eſt pas difficile de comprendre pourquoi ces propriétés manquoient au ſang dont il s'agit, puiſqu'elles dépendent de la force du cœur & des artères en contraction, qui agit ſur le ſang d'une maniere ſuffiſante pour le condenſer. Or le ſang ne devient propre à la circulation & aux ſecrétions que par la condenſation & le mêlange exact de ſes parties, qui ne pouvoient avoir lieu dans le cas dont nous avons rendu compte. De là vint donc, comme une ſuite naturelle, l'affoibliſſement total & ſubit, l'évacuation des artères & des muſcles, & la pâleur de la ſubſtance même du cœur. Le flux des vuidanges, qui ſe faiſoit plus librement par les artères relâchées, & par les veines ouvertes, augmentoit dans ce cas le déſempliſſement des vaiſſeaux ; & la ſaignée n'étoit qu'un remède palliatif pour diminuer les angoiſſes.

On ne pouvoit donc faire qu'un très mauvais pronoſtic de cet état d'anxiété continuel, ſans que le poûmon fut léſé, qui indiquoit que c'étoit de la pulſation du cœur que venoit ce déſordre dans l'action des poûmons. Un tel mal ne pouvoit être qu'incurable, & conduire rapidement à la mort, dans des circonſtances ſemblables à celles où ſe trouvoit notre malade ; car toute anxiété qui ne procéde pas d'un empêchement dans la reſpiration volontaire, dénote du déſordre dans la circulation, & quelque maladie de cœur ; ce que confirme encore le tiraillement perpétuel dans la région du cœur, dont nous avons parlé. La cure d'une maladie de cet ordre n'eſt pas poſſible ; on peut tout au-plus y apporter quelque ſoulagement, & la ligature de l'abdomen en feroit un, ſi, en rendant la circulation par les vaiſſeaux comprimés plus

diffi-

difficile, elle n'oppoſoit une plus grande réſiſtance au cœur, & par conſéquent elle ne ſçauroit contribuër à la diminution du mal. Tant que la groſſeſſe a duré, lorsque la malade s'eſt plainte d'angoiſſes & d'une ſenſation inquiètante dans la région du cœur, ſans que les poûmons fuſſent endommagés, on a pû venir au ſecours par les réſolvans, les délayans, & les ſaignées, qui empêchoient que l'épaiſſeur des humeurs ne changeât en fibres le liquide dont le péricarde eſt humecté.

OBSERVATIONS III. & IV.

Hiſtoire.

De là vient que cette maladie eſt auſſi ordinaire aux perſonnes qui ſont attaquées de l'hydropiſie aſcite, à cauſe du trop grand épaiſſiſſement de l'humeur qui s'exhale dans l'abdomen. Car le liquide coagulable du cœur ſe condenſant en elles, comme celui de l'abdomen, par la preſſion du péricarde vers le cœur que cauſe la trop grande expanſion de l'abdomen dans l'hydropiſie, dégénére en fibres celluleuſes, qui forment ce tiſſu extraordinaire ſi pernicieux. C'eſt ce que j'ai trouvé dans un homme hydropique ſexagénaire, que j'ai diſſéqué le 29 de Fevrier de cette année, & dans le cadavre d'une femme qui étoit attaquée à la fois des hydropiſies aſcite & anaſarque. Il n'y avoit dans l'un ni dans l'autre pas un ſeul point du péricarde détaché du cœur ; ils tenoient enſemble avec une continuité parfaite. Mais dans l'homme, le ventricule antérieur du cœur avec l'oreillette droite étoit tellement rempli & tendu, qu'en faiſant la plus legère ouverture au péricarde, le ſcalpel pénétroit juſqu'à l'entrée de la cavité droite du cœur, & l'abondance de ſang qui ſortoit de la playe, ſembloit une vraye rupture. Les poûmons étoient en bon état, & ſans aucune léſion, dans ces deux corps ; & ceux qui aſſiſterent à la diſſection, ne purent même voir ſans étonnement un état naturel des poûmons auſſi rare & inattendu. C'eſt donc, ſelon toutes les apparences, dans le déſordre du mouvement du cœur qu'il faut chercher la cauſe de ces angoiſſes extrêmes qu'éprouvent les hydropiques, & de leur augmentation, après que les eaux ſont

évacuées. L'hydropiſie s'accroit auſſi par l'affoibliſſement de l'action du cœur ſur le ſang & ſur les vaiſſeaux, d'où réſulte l'épaiſſiſſement des liquides, & leur effuſion dans les vénules ſéreuſes. L'Obſervation ſuivante va faire voir que cette maladie du cœur peut auſſi influër ſur les forces de l'ame.

OBSERVATION V.

Hiſtoire.

UN Soldat de la garniſon de Berlin, jeune homme de 26 ans, robuſte, aſſez réplet, & d'une conſtitution très ſaine, menant une vie réglée, & vaquant à tous ſes exercices autant que ſes forces le lui permettoient, ne laiſſoit pas d'être inquiet ſans aucune cauſe manifeſte, & le plus leger mouvement lui cauſoit d'abord des angoiſſes. Le 20 de Fevrier de cette année 1755. il ſortit le matin de chez lui, & alla ſe jetter dans la riviere, où il périt. Ayant été livré au Théatre Anatomique pour faire la diſſection, tous ceux qui en furent témoins admirerent d'abord la beauté & l'intégrité de ſon corps. Comme on ne connoiſſoit aucune cauſe morale, qui eut pû le déterminer au ſuicide, je m'attachai à rechercher ſoigneuſement ſi l'on pourroit en découvrir de phyſiques dans l'état de ſon corps, & dans la ſtructure de ſes organes. J'ouvris premièrement l'abdomen, qui étoit entouré de muſcles très robuſtes, & qui contenoit les viſceres les plus ſains & les plus parfaits que l'on ait jamais vûs. Les vaiſſeaux étoient gonflés, comme je les ai trouvés dans les noyés, d'un ſang non coagulé, mais fluide; ce qu'il faut attribuer à ſa partie volatile & ſpiritueuſe, qui ne ſçauroit s'exhaler des vaiſſeaux, lorſque le corps eſt dans l'eau. Je procédai enſuite à l'ouverture du thorax, qui étoit exactement rempli de ſes viſceres; je préparai la pleure dans les interſtices des côtes; je trouvai le poûmon qui lui étoit étroitement contigu de toutes parts, au point qu'il ſembloit être à nud, ſans le moindre veſtige d'air entre lui & la pleure. Je n'ai auſſi jamais rencontré d'air dans un grand nombre d'expériences que j'ai faites ſur des chiens, en préſence d'une foule d'Auditeurs & des

des Spectateurs ; car, toutes les fois que l'eau entroit dans la cavité du thorax par le trou fait à la pleure, il ne ſortoit pas la plus petite bulle d'air. Les poûmons étoient très gonflés, mais parfaitement ſains, tout à fait remplis de ſang & d'air, ſans aucune obſtruction, ni corruption des glandes bronchiales ; ils n'étoient point adhérens à la pleure, excepté le gauche qui étoit en partie attaché à ſa ſurface poſtérieure par une celluleuſe molle. Une choſe aſſez rare dans les adultes, c'eſt que la partie ſuprême du médiaſtin antérieur étoit remplie par deux glandules thymus, d'une grandeur conſidérable, ayant trois pouces & demi de longueur, & ſix à dix lignes de largeur, leur extrémité allant en croiſſant. D'ailleurs l'un & l'autre ſe laiſſoient enfler, étant lobuleux, & parfaitement ſemblables à ceux du fœtus, ayant des vaiſſeaux remarquables, tant artériels qui viennent de la mammaire interne, & de la thyreoide inférieure, que veineux qui s'inſerent dans les veines ſouclavieres. La couleur étoit d'un blanc tirant ſur le rouge ; & la celluleuſe d'alentour étoit molle, ayant peu de graiſſe. Il s'agiſſoit après cela d'ouvrir le péricarde pour examiner l'état du cœur. Mais, contre toute attente, je le trouvai très fortement attaché au cœur, par des fibres celluleuſes. Ces fibres étoient fort ſerrées, & lioient toutes les parties du cœur avec le péricarde ; elles étoient molles, & arroſées dans leurs interſtices par un liquide ſéreux, gluant, & un peu gélatineux. A la pointe du cœur, & vers l'entrée de ſa cavité droite, les fibres plus nombreuſes & plus dures formoient une liaiſon plus étroite avec le cœur, que dans le reſte de ſa ſurface, qui n'étoit pourtant libre nulle part. Le cœur lui-même étoit extrêmement rempli d'un ſang tenace, quoique non coagulé ; mais dans ſa ſtructure il étoit beaucoup plus lâche que les autres muſcles, & plus pâle. Il n'y avoit aucun défaut dans ſes orifices, ni dans ſes vaiſſeaux ; le cerveau n'étoit non plus endommagé en rien, mais il rempliſſoit la cavité du crane dans un état d'intégrité parfaite.

Explication Phyſiologique.

Il paroit donc clairement que la cauſe du dérangement de l'eſprit dans ce Soldat étoit corporelle ; & qu'elle étoit comme cachée dans

cette cohéſion du péricarde au cœur, qui tourmentoit continuellement ce malheureux par une ſenſation incommode. En effet il eſt bien difficile de ſoutenir une ſemblable ſenſation, qui ne laiſſe point de relâche, ſans que l'eſprit en ſoit troublé; ſurtout, ſi les angoiſſes qui s'y joignent, mettent le malade hors d'état de vaquer à ſes occupations. Peut-être même qu'il n'y a point de ſenſation qui cauſe un plus grand tourment que celle-là, puiſqu'elle accompagne ſans ceſſe la reſpiration. Et comme l'habitude du corps peut cependant paroître robuſte, & ne point indiquer un mal ſemblable, il eſt aiſé qu'on regarde comme un pareſſeux, & un négligent, & qu'on châtie comme tel, un homme qui ne ſe trouvera pas capable de ſoutenir ſans une extrême angoiſſe un mouvement du corps véhément & continué. C'en eſt aſſez pour engager un ſimple Soldat à s'ôter la vie; & il s'y déterminera plutôt qu'un homme qui jouïſſant de toutes ſortes de commodités, peut ſe diſpenſer des travaux rudes, & éviter à ſon gré les mouvemens trop forts. Les jeunes gens ſont ſujets à cette maladie auſſi bien que les adultes; ceux ſurtout qui dès leurs plus tendres années ont été nourris d'alimens glutineux, & farineux, de bouïllies, qui ont augmenté la ténacité des humeurs, & engorgé les glandes lymphatiques. Le plus ou le moins de voracité des enfans, le trop d'indulgence des parens, ou leur pauvreté qui les prive de nourritures plus ſaines, donnent des accroiſſemens plus rapides à ce mal, & font qu'il y en a diverſes eſpeces rélatives aux matieres qui cauſent cette liaiſon d'humeurs.

OBSERVATION VI.

Hiſtoire.

Un jeune garçon de neuf ans étoit malade d'une obſtruction des glandes lymphatiques, ou conglobées par tout ſon corps. Il appartenoit à des parens très pauvres, & gagnoit ſa vie en mendiant. Il mourut d'une fievre étique, ſans qu'on en eut pris aucun ſoin; & ſon cadavre ayant été envoyé à notre Théatre Anatomique, y fut ſoumis à la diſſection.

Diſſec-

Diſſection Anatomique.

Je remplis tous les vaiſſeaux de matiere céreule; mais, comme les inteſtins avec le ventricule étoient corrompus, ils ſe déchiroient trop aiſément en pouſſant cette matiére dans les artères, pour que l'injection pût pénétrer dans les plus petits vaiſſeaux du corps. Ce travail fut donc inutile; mais, en examinant attentivement ce corps, j'y fis les obſervations ſuivantes. Les glandules méſaraïques, ſquirreuſes partout, rendoient le méſentére noüeux, & inacceſſible à la circulation du ſang & du chyle. Le ventricule étoit ſi relâché dans la cohéſion de ſes fibres, qu'une partie de ſa ſurface poſtérieure s'écouloit comme une mucoſité, étant entierement gangréné dans cette partie. Les inteſtins auſſi ſe déchiroient très aiſément & d'eux-mêmes, s'entr'ouvrant par leur propre poids. Les gros boyaux étoient extrêmement remplis d'excrémens, qui rendoient l'abdomen gonflé; & ſa ſtructure étoit pareillement tout à fait relâchée, à cauſe de la corruption des matieres fécales amollies. Le foye étoit attaché au diaphragme par pluſieurs ligamens qui n'étoient pas naturels; & il étoit auſſi plus relâché que dans ſon état ordinaire. Les vaiſſeaux artériels avoient de même conſidérablement perdu de leur force & de leur cohéſion naturelle. Les poûmons rempliſſoient le thorax, attachés presque partout à la pleure; & ils étoient tout remplis de glandules endurcies & ſtéatomateuſes, tant conglobées de l'œſophage que bronchiales, de façon que les vaiſſeaux, tant les plus grands, comme l'artère pulmonale & la veine cave ſupérieure, que les plus petits, ſçavoir ceux qui environnoient les bronchies & le péricarde, formoient une ſi grande compreſſion, qu'ils ne laiſſoient pas le moindre paſſage à l'injection la plus ſubtile. En ouvrant le péricarde, je le trouvai entierement adhérent au cœur par des fibres celluleuſes courtes & épaiſſes, en ſorte qu'il étoit presque impoſſible de l'en ſéparer ſans offenſer les vaiſſeaux du cœur, vû la ſéchereſſe & la multitude de ces fibres. Le cerveau étoit mou, mais il ne ſe trouva nulle part ſquirreux.

Expli-

Explication Phyſiologique.

Ce cas nous fait voir que les humeurs, devenuës trop épaiſſes & tenaces, à cauſe d'une nourriture mal-ſaine, forment des fibres celluleuſes, qui lient partout les viſceres entr'eux d'une maniere contraire à l'état naturel ; & que l'adhérence du péricarde qui nait de ce vice des humeurs, favoriſe à ſon tour cet épaiſſiſſement, parce que l'action du cœur ſur le ſang diminuë ; d'où vient un déſordre qui ne tarde pas à affecter toutes les parties du corps. De là le ſuc rendu acre dans les inteſtins, & s'épaiſſiſſant de plus en plus, s'arrête dans les plus petits vaiſſeaux du ventricule & des boyaux, y diſſout la liaiſon des fibres, & y cauſe la ſtagnation & la gangrène. Cela ne ſçauroit arriver ſans que tout le corps ſoit attaqué de conſomption & d'étiſie, vû que les ſecrétions qui ſervent à la nutrition, ſçavoir celles du chyle & de la lymphe, ſont empêchées & gâtées ; d'où perſonne ne doutera que ne doivent auſſi-tôt s'enſuivre une deſtruction conſidérable des forces dans tout le corps, qui ne tarde pas à devenir mortelle. Pour conſerver quelque doute à cet égard, il faudroit n'avoir aucune connoiſſance de la maniere dont ſe fait la ſecrétion du fluide nerveux, dans les petits canaux les plus ſubtils du cerveau.

C'eſt également de la tenacité & de l'épaiſſiſſement des humeurs, que procède cette cohéſion du péricarde au cœur, dont la force eſt irréſoluble, & l'effet mortel. Elle s'exécute par le moyen de la liqueur ſtéatomateuſe. Je vais rapporter à ce ſujet deux Obſervations, dont la premiere eſt extrêmement utile, parce que mon reſpectable beau-père, M. le Docteur *Sprögel*, qui avoit traité le jeune homme dont il s'agit ici, a bien voulu me communiquer le cours entier de ſa vie & de ſa maladie.

OBSER-

OBSERVATION VII.

Hiſtoire.

Un jeune homme, qui a fini ſa carrière à l'âge de quatorze ans, s'étoit parfaitement bien porté pendant les cinq premieres années de ſa vie. A' huit ans il eut la petite vérole péréchiale, dont il ne laiſſa pas de ſe rétablir tout à fait. Mais n'ayant pas enſuite obſervé une bonne diéte par rapport à la quantité des alimens, il ſe remplit d'humeurs corrompues, & la gale l'attaqua dans ſa onzième année. L'ayant fait rentrer très mal à propos, ſes membres ſe deſſécherent, & ſes mains & ſes pieds eurent un arthritiſme noueux avec une fièvre continuë, de ſorte qu'il paroiſſoit presque boſſu, & la difficulté de reſpirer le tourmentoit continuellement. A' la faveur des meilleurs remèdes qui lui furent donnés, il ſe remit de cette maladie au bout de ſix mois, & recouvra même les forces du corps avec la ſanté. Mais ayant commis de nouveaux excès dans ſon régime, ſon ventre s'enfla; il eut des douleurs de colique & des vomiſſemens fréquens, la reſpiration ſurtout étant fort embarraſſée par la trop grande expanſion de l'abdomen. Les remèdes vinrent pourtant encore à bout de ſurmonter cette attaque, de ſorte qu'à douze ans il jouïſſoit de ſa premiere ſanté. Parvenu à quatorze, il retomba par la trop grande quantité d'alimens qui lui rempliſſoient l'abdomen, & lui cauſoient des indigeſtions continuelles; le vomiſſement, la diarrhée, la fièvre, les oppreſſions, les angoiſſes, & les ſueurs colliquatives, le tourmenterent ſans relâche. Une pareille maladie devint bientôt mortelle. Au bout de ſept jours, le pouls, auſſi bien que toutes les forces du corps, s'étant continuellement affoibli, ſans aucune cauſe ſenſible, & les remèdes réſolvans, évacuans, & fortifians, les plus efficaces, n'ayant ſervi de rien, le malade expira.

Les Parens eux-mêmes attribuant la rapidité avec laquelle cette maladie avoit été ſuivie de la mort, à l'effet de quelque poiſon, parce qu'auparavant ils avoient vû ce jeune garçon ſe remettre de maladies

beaucoup plus violentes, cauſées par de ſemblables indigeſtions, deſirerent qu'il fut ouvert, pour mieux s'aſſurer de la cauſe d'un mal auſſi violent.

Diſſection Anatomique.

L'ouverture de l'abdomen ayant donc été faite, il ne parut aucun défaut dans les viſceres ; & lorsque le ſternum eut été écarté, la ſtructure des poûmons ſe montra pareillement dans une parfaite intégrité. Mais il y avoit entre le cœur & le péricarde une matiere ſtéatomateuſe, épaiſſe d'un pouce en pluſieurs endroits, très denſe, & adhérant ſi fortement tant à la ſurface du cœur qu'au péricarde, qu'on ne pouvoit l'en ſéparer ſans léſion de ces parties. Quant à la ſubſtance muſculeuſe du cœur, qui forme les cavités des ventricules, elle étoit comprimée, pâle, flasque, & relâchée.

OBSERVATION VIII.

Hiſtoire.

J'ai trouvé pareillement, dans un autre jeune garçon de dix ans, une ſemblable matiere ſtéatomateuſe ſéche, de l'épaiſſeur d'un demi-pouce, qui environnoit le cœur de toutes parts, & y adhéroit très fortement auſſi bien qu'au péricarde, les ventricules du cœur étant ſi comprimés que ce cœur, bien que rempli de cire, égaloit à peine en groſſeur celui d'un enfant de quatre ans. Les artères coronaires n'avoient pas pû être remplies, leur compreſſion fermant le paſſage à la liqueur injectée. Les autres viſceres, excepté le relâchement exceſſif, qu'on y remarquoit partout, & leurs veines trop remplies, étoient dans un état parfait, le reſte du corps étant tout défiguré par une maigreur étique.

Explication Phyſiologique.

La matiere qui croupiſſoit dans le péricarde fait voir, que cette maladie avoit été longtems à ſe former, & qu'elle avoit pris des accroiſſemens inſenſibles. En effet la liqueur lymphatique coagulable du péricarde, ſe change par la longueur de ſon ſéjour & par ſa propre

pre nature en fibres, comme l'ont prouvé les Obſervations rapportées précédemment, ou comme on le voit dans celle-ci; cette liqueur ayant trop de crudité dans ſes particules, devient une ſemblable matiere ſtéatomateuſe, plus terreſtre, moins glutineuſe, & cohérente. Il eſt aſſez manifeſte qu'un tel chyle, crud & mal préparé, vient d'indigeſtions cauſées par une quantité copieuſe d'alimens; & cette gale qui s'étoit répanduë ſur toute la peau du corps le confirme encore davantage. Lorſqu'on eut donc fait paſſer la gale, il ne put s'en enſuivre que l'épanchement de cette matiere impure dans les parties intérieures. Les liquides épaiſſis s'arrêtant par la preſſion des vaiſſeaux artèriels dans les plus petits conduits des artères qui charrient la lymphe, ont occaſionné l'arthritisme nouëux, qui a pû neanmoins être preſſé plus aiſément par la force des vaiſſeaux, & ſe réſoudre tant à l'aide de la circulation qu'en employant les remèdes réſolvans néceſſaires. Mais cette liqueur pleine de particules impures, ayant été portée dans le péricarde, s'eſt refuſée à une réſorption complette. Sa partie la plus ſubtile eſt la ſeule qui rentre dans les veines; la matiere épaiſſie s'arrête, & ſa maſſe s'accroit enſuite inſenſiblement, parce qu'en vertu de l'attraction, d'autres particules ſemblables y adhérent avec une extrême facilité; & l'excés des alimens, ſuivi d'une mauvaiſe digeſtion, ne ceſſe d'en augmenter le nombre. Le mouvement du cœur durcit de plus en plus cette matiere croupiſſante dans le péricarde, lorsque le cœur dans ſa dilatation s'appliquant au péricarde en exprime ce qu'il renferme de plus fluide, ce qui reſte continuant à ſe coaguler & à ſe durcir de plus en plus. Une maladie de cet ordre a dû faire des progrès inſenſibles, jusqu'à ce que la maſſe de la matiere ſoit parvenuë à un point que par ſa réſiſtance elle ſe ſoit oppoſée à la dilatation du cœur, & ait enfin détruit les forces dont il a beſoin pour ſa contraction, & pour chaſſer les liqueurs, par la compreſſion des vaiſſeaux coronaires & des nerfs, d'où réſulte l'écoulement du fluide artèriel & nerveux, néceſſaire pour le mouvement des muſcles. On comprend ſans peine que toutes les ſecrétions requiſes pour la conſervation du corps, ſont entierement dérangées dans un ſemblable cas, dès qu'on ſçait quelle eſt

la quantité ſuffiſante de ſang qui doit paſſer par les artères, & enſuite être intimement mêlée & atténuée par la force du cœur & des vaiſſeaux, laquelle eſt requiſe pour que la ſecrétion des humeurs s'éxécute d'une maniere convenable. Après cela, toutes les choſes qui par quelque compreſſion réſiſtent encore plus à la dilatation du cœur, augmentent les effets mortels que ce désordre produit dans la circulation. Telle eſt entr'autres l'expanſion du ventricule & des inteſtins, cauſée par une trop grande quantité d'alimens, qui n'ont pû être digérés, & qui eſt nuiſible en ce qu'elle repouſſe le diaphragme vers le cœur. En effet la quantité de ſang ſuffiſante pour produire les ſecrétions ne ſçauroit alors entrer dans le cœur qui eſt trop comprimé ; la circulation libre du ſang eſt auſſi empêchée dans les poûmons par leur compreſſion, le diaphragme réſiſtant à cette reſpiration parfaite qui eſt néceſſaire pour le paſſage du ſang, parce qu'il eſt repouſſé dans la cavité du thorax par la trop grande expanſion des inteſtins & du ventricule. De là l'anxiété, & la palpitation cauſée par le ſang que la compreſſion des vaiſſeaux dans l'abdomen détermine plus fortement vers les parties ſupérieures, ce qui irrite continuellement le cœur ; & il en réſulte auſſi une réſiſtance plus grande à la circulation du ſang qui doit paſſer par les artères dans les veines. Le cœur affoibli par les cauſes dont on vient de faire l'enumération, eſt un principe d'accroiſſement du mal, & finalement de la mort. Car l'impulſion du ſang dans les artères étant diminuée, les forces de tout le corps périſſent faute de fluide nerveux, de ſorte que, ni les artères ne peuvent agir ſuffiſamment ſur le ſang, ni les inteſtins ſur les matieres qui y entrent ; les humeurs particulieres du ventricule & des inteſtins, qui ſervent à délayer & à aſſimiler le chyle, manquant par la même raiſon. Le chyle étant ainſi réſorbé tout crud, ſans avoir été mêlé & atténué par la circulation, augmente la ténacité des humeurs, & par conſéquent la maladie, de façon qu'en peu de tems le cœur comprimé, & affoibli par la matiere croupiſſante, perd avec les forces le mouvement néceſſaire à la vie. Quand le mal s'eſt accrû à ce point, les remèdes ne ſçauroient plus produire aucun effet, n'y ayant point d'art qui puiſſe réſoudre une matiere épaiſſie dans

une

une cavité. Cela fait aſſez voir, comment ce jeune garçon a été emporté ſi vîte par un mal, qu'il avoit auparavant ſurmonté pluſieurs fois avec facilité. C'eſt que le mal s'étant accrû, la compreſſion cauſée par l'expanſion du ventricule & des inteſtins eſt devenuë d'autant plus nuiſible, ſoit en diminuant l'action impulſive du cœur ſur les artères, ſoit en ôtant les forces néceſſaires pour ſe débarraſſer de l'indigeſtion; d'où ſont venus le relâchement des inteſtins, l'écoulement de la ſueur, une fièvre incurable, & cette extrême diminution du pouls & des forces. La pâleur de la ſubſtance muſculeuſe du cœur, à l'ouverture du cadavre, a auſſi indiqué l'effet du mal; car la compreſſion des vaiſſeaux coronaires, le défaut du fluide artériel, & les obſtacles au paſſage du fluide nerveux par les nerfs comprimés, ont cauſé le relâchement de toutes les fibres avec la pâleur.

On peut apprendre par là, combien la trop grande quantité d'alimens, dont on permet aux enfans de ſe gorger, & les indigeſtions qui en proviennent, leur attirent de maux, en leur faiſant raſſembler dès les premieres années de leur vie un chyle viſqueux & crud, matiere qui, dès qu'elle abonde, produit des maladies incurables. C'eſt auſſi un avertiſſement du danger auquel on s'expoſe, en faiſant rentrer inconſidèrement la gale, qui cauſe de grands dégâts intérieurs, en ſe jettant ſur les viſceres du corps, & les attaquant ſouvent d'une maniere dont l'iſſuë eſt mortelle.

RÉLATION ABRÉGÉE
CONCERNANT UNE EXCRESCENCE MONSTRUEUSE
QUI A ÉTÉ TROUVÉE SUR UN SAPIN.

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

La ſaiſon ne m'ayant pas permis de continuer & d'achever les eſſais que j'ai entrepris au ſujet de la pouſſière des fleurs, je me vois obligé de ſubſtituer à leur place le récit d'une production monſtrueuſe très rare, & tout à fait remarquable. Depuis que je m'applique à l'étude de l'Hiſtoire naturelle, je n'ai encore pû trouver rien d'exact & de ſatisfaiſant ſur un ſujet ſemblable. J'ai l'honneur de mettre ſous les yeux de l'Académie en nature ce qui doit faire le ſujet de ce Mémoire, & j'y joins le deſſein que j'en ai fait tirer, où l'on a fort bien exprimé tout ce qu'il étoit poſſible de repréſenter dans une figure ainſi réduite. Comme ce morceau a déjà dix ans d'ancienneté, & qu'à cauſe de ſa ſubſtance en partie friable, en partie caſſante, il ne ſçauroit être conſervé fort longtems dans un Cabinet d'Hiſtoire naturelle, je n'ai pû me diſpenſer d'en faire deſſiner la figure.

Je me ſuis crû autoriſé à prendre ce ſoin, non ſeulement à cauſe de la rareté & de la figure extraordinaire de cette piece, mais auſſi parce qu'elle a été trouvée dans la Marche Electorale, & cela près de *Zehdenick*, dans le bois nommé *Bürger-Heyde ;* comme le témoigne plus au long l'Atteſtation que je m'en ſuis fait donner. D'ailleurs je regarde cette production monſtrueuſe rare, (qu'on pourroit plutôt nommer le débris d'une production plus conſidérable,) comme un objet dont l'examen eſt très important en Phyſique, puisque, pour opérer ſa formation, il a falu entr'autres cauſes une coaleſcence préternaturelle

relle de parties, dans l'union de branches qui appartiennent à des Plantes dont la ſtructure intérieure eſt tout à fait différente, comme on le voit au ſimple coup d'oeil ; & c'eſt ce dont nous parlerons dans la ſuite avec plus d'étenduë.

Voici l'occaſion qui m'a conduit à cette découverte. Le Garde des forêts à *Zehdenick* cherchoit un jeune & mauvais ſapin, pour en faire une hutte où il vouloit renfermer un cheval ; & il choiſit pour cet effet un Arbre qui avoit environ ſeize jets de haut, qu'il regardoit comme ayant ſeize bonnes années, mais qui, ſuivant ma conjecture, n'étoit qu'une foible tige à faire des lattes. En abattant cet arbre, (ce qui ſe fit le 18 Mars, 1746.) on y remarqua une excreſcence particuliere, qui étoit placée immédiatement ſous la touffe de l'arbre, fermement fixée au deſſous des jeunes jets extérieurs, & qui ſe partageoit en deux branches principales, ſous la forme d'un bois de cerf monſtrueux. Ce qui en reſte actuellement peut faire juger aiſément, combien elle doit avoir perdu de ſa beauté, ſi l'on penſe combien il y manque de branches, qui ſe ſont rompuës d'elles-mêmes en abattant l'arbre, ou qu'on a été obligé d'en couper depuis, parce qu'elles s'étoient peu à peu gâtées : ſans compter que cette piece a demeuré quelque tems entre des mains fort groſſieres, avant que de tomber entre celles de M. *Feldmann*, qui raſſemble avec beaucoup de ſoin & d'habileté les Curioſités naturelles du Cercle de *Ruppin*, du *Prignitz*, & de la Vieille-Marche. Ce n'eſt qu'au bout de pluſieurs années qu'il a rencontré l'occaſion de la ſauver de ſa deſtruction totale, & de la préſerver de l'oubli où elle ne pouvoit manquer de tomber.

C'eſt de cet habile homme, dont le nom n'eſt pas d'ailleurs inconnu aux Savans, & ſe trouve même dans les Mémoires de notre Académie, que j'ai reçu cette production ſinguliere, qu'il a jugée avec beaucoup de raiſon mériter un examen plus attentif.

Comme de ſemblables recherches ſur les Plantes & les Animaux qui dégénerent, ou dont les eſpeces forment des mêlanges ſinguliers, ont

ont, & auront toujours, un véritable prix & une utilité conſidérable, par rapport à la Phyſique, à la Médecine, à l'Oeconomie, & à la Méchanique, on ne regardera ſans doute pas comme ſuperfluë une courte deſcription d'un ſemblable ſujet, accompagnée de quelques remarques: c'eſt ſur quoi va rouler le reſte de ce Mémoire.

Cette Piece, pour abréger, eſt donc, comme on l'a déjà remarqué, le debris encore très intéreſſant d'une production monſtrueuſe de la derniere rareté, dont la hauteur étoit d'environ deux pieds & quelques pouces, & qui ſe ſéparoit en deux branches principales, leſquelles ſe portoient vers en-haut, ayant tout à fait l'air d'un bois de cerf, les deux ramures, pour parler en termes de Vénerie, *A. A.* différant beaucoup l'une de l'autre par rapport à la figure, la hauteur, la force & la courbure, & ſe terminant par en-haut par divers ailerons *B. B.* friſés, en forme de peigne, ou de figure arrondie, avec de petites éminences, *O. O. O.*

Si les trois tiges principales, notées par les lettres *C. C. C.* ne s'étoient pas rompuës à la chûte de l'arbre, que celle qui eſt marquée *D.* ne ſe fut pas deſſéchée, & que la tige *E.* n'eut pas été caſſée par un tourbillon l'année d'après ſa formation, (comme le nœud *H.* qui s'en eſt formé, ſert à le prouver,) notre production auroit été garnie de ſept branches principales, qui l'auroient renduë beaucoup plus agréable à voir.

Il s'agit d'expliquer diſtinctement, & de la maniere la plus vraiſemblable, l'origine de cette excreſcence monſtrueuſe. Pour cet effet nous ne dirons que ce que les circonſtances mêmes nous indiquent. Selon toutes les apparences, une très forte plante de Gui, qui ſe trouvoit trop près ſur un jet foible, ou même ſur celui où elle a été trouvée, y ayant été appliquée, & comme collée par quelque violent tourbillon, s'y eſt unie intimément, quoique d'une maniere tout à fait contraire à la Nature; & ces deux ſubſtances entièrement différentes entr'elles ont concouru à la formation de notre excreſcence monſtrueuſe.

C'eſt

C'eſt ce qui peut être inféré, non ſeulement de la conformité & reſſemblance extérieure de cette production avec le ſapin & le gui, mais auſſi de ce qu'à la baſe on trouve encore réellement du gui *F. F.* mêlé avec le bois de ſapin ; & quelques branches de gui *G. G.* qui ſont mortes d'abord après la ſeconde année, achevent de mettre la choſe hors de tout doute.

Autant qu'on en peut juger ultérieurement par la baſe de cette production, il faut qu'elle ait été ſuſpenduë à la touffe du ſapin ; & c'eſt ſon propre poids qui aura contribué à ce qu'on y remarque de particulier. Au reſte, en continuant à l'examiner de plus près, on s'apperçoit fort aiſément que tout a été originairement dans un état fort embarraſſé & embrouillé, de ſorte qu'il lui a falu quatre ans pour ſe développer entièrement. La forte compreſſion du gui & de la branche de ſapin, écraſés l'un contre l'autre, comme nous l'avons préſuppoſé, a été ſuivie de la guériſon, du recouvrement des parties endommagées, & de leur réünion en un ſeul tronc ; & c'eſt tout ce qui a pû s'exécuter dans le cours de la premiere année. On peut d'ailleurs s'aſſurer que les choſes ſe paſſent ainſi pour l'ordinaire, par quantité d'Expériences faites ſur d'autres arbres.

L'année ſuivante, de ce tronc bien réüni & paſſablement dur, comme d'une baſe commune, ſont ſorties, à cauſe de la force & de l'abondance du ſuc dans ce jeune ſapin, quatre fortes branches, de deux desquelles il reſte encore des marques à la partie poſtérieure de notre production, & les deux autres ſubſiſtent, & ſont demeurées de chaque côté. En effet le nœud *H.* qui eſt formé de la branche rompuë par l'abondance du ſuc en circulation, avec la partie inférieure qui reſte d'une branche du côté droit, & dont la figure a déjà été donnée à part, dont la baſe *I* eſt ronde, & va en s'étendant avec ſon bord recourbé, ne reſſemblent pas mal, dans l'endroit où ils ſe joignent avec le tronc noüeux, à l'aîle d'un oiſeau de médiocre grandeur, renverſée, rognée, & déployée.

Les deux principaux jets particuliers, qui ſe trouvent encore dans cette piece, paroiſſent être nés la troiſième année ; ils ſortent par enhaut, & tiennent fortement enſemble l'un derrière l'autre. Le jet inférieur de la branche *a* qui eſt placé au côté droit, a environ un pied de longueur ; au commencement il eſt épais de deux doigts, & ſe diviſe à quatre doits de largeur de ſa baſe en deux branches rondes, de la groſſeur du doigt ; & la branche *b* reſſemble aux jets d'un jeune ſapin, quand ils pouſſent hors de leurs boutons. Il ſe penche un peu en dehors, cependant il tend en même tems encore plus vers le haut ; & ſa branche d'à côté *c* a été briſée juſqu'à quelques pouces.

L'autre jet de la branche principale, qui ſubſiſte vis à vis à main gauche, a un pied & demi de haut, *A.* +. Il ſort tout près du premier par derrière ; & après avoir acquis beaucoup de force, à la largeur d'une bonne main de ſon origine, il forme pareillement une fourchette fort étroite *d.* Il eſt applati en large, & donne dans ſa diviſion deux rameaux particuliers, dont l'intérieur *K.* qui a le côté plat en dehors, ſe racourcit & ſe recourbe par en-haut en forme de ſabre ; le reſte eſt moins courbé : & il ſe termine par dedans en un bord qui va de biais, un peu friſé & dentelé, *L.*

La branche extérieure *M.* ſe tourne d'abord après ſa diviſion ; elle préſente ſon côté uni en dedans, & elle a auſſi vers le bas, au bord de derrière, deux grandes infléxions *N.* & enſuite en tirant vers le haut quelques dentelures *O.* après leſquelles elle devient aſſez unie en ſe tournant en dehors, formant en même tems-du côté intérieur un bord en biais, friſé & dentelé, *P.*

Sur ces deux branches principales & leurs diviſions, ſont venuës enfin, dans le cours de la quatrième année, les plus belles bordures friſées & dentelées, paſſablement droites, applaties, & minces ; & il eſt auſſi ſorti de nouveaux jets tendres, où l'on peut bien remarquer l'effet d'un ſuc tardif, & qui a de la peine à s'élever. Deux cependant d'entr'eux avoient atteint la longueur de près d'un pied, & ſont unis comme *Q.* ou fort endommagés, comme *R.* Les autres ſont de différen-

férentes groſſeurs, mais en général beaucoup plus petits, taillés en dentelures, crûs l'un dans l'autre, la plûpart gâtés, mais qui ne laiſſent pas de conſerver leurs petites feuïlles, ou pointes de ſapin, dans l'ordre convenable. Voilà tout ceque je trouve à décrire dans cette production ; & il n'eſt pas néceſſaire d'en dire davantage, parce que toutes ſes autres propriétés, qui lui viennent du gui & du ſapin, peuvent être fort aiſément compriſes & expliquées par ce que nous venons de rapporter.

Ceux qui ſont au fait de toutes les deſcriptions qui ſe trouvent dans les Naturaliſtes, par exemple, dans les *Ephémerides des Curieux de la Nature*, dans les *Recueils de Breslau*, dans *le Commerce Littéraire de Nuremberg*, & dans d'autres Journaux, ou Ecrits qui roulent ſur ces matieres, au ſujet des productions monſtrueuſes que la Nature fournit en aſſez grand nombre, ne douteront aſſurément pas que celle qui vient d'être décrite ne ſoit une des plus rares ; quoique les eſpeces de monſtres qu'on appelle *faſciata*, *laticantia*, & *compreſſa*, ſoyent d'ailleurs aſſez communes parmi les Plantes tant ſauvages, que cultivées. Car, outre la ſingularité de la figure, on trouve dans notre ſujet des propriétés, qui différent eſſentiellement entr'elles. Dans toute l'Hiſtoire naturelle il ne ſe rencontre, autant que je puis le ſçavoir, que deux monſtres de ſapin, qui ayent quelque analogie avec le nôtre. Le premier eſt celui que M. *G. W. Wedel* a décrit dans les *Ephémerides des Curieux de la Nature*, Dec. I. Ann. 3. Obſ. 142. p. 224. en le qualifiant *ramus Pini monſtroſus & faſciatus*, & en joignant une figure à la deſcription. On avoit trouvé cette branche dans une forêt de Thuringe, d'où elle avoit été portée dans le Cabinet des Curioſités du Duc de *Weymar* ; elle conſiſtoit en deux jeunes jets de pin d'une aſſez bonne hauteur. La figure en avoit aſſez de rapport à celle de notre ſujet ; mais cette branche n'étoit pas auſſi endommagée, ni déjà autant diviſée que la notre, & l'on n'y découvroit point des traces de gui, comme ici. Elle ſe terminoit par en-haut en bords larges, épais, & dentelés, avec de petits nœuds & des pointes de pin.

Le ſecond monſtre eſt celui qui ſe trouve à *Nüremberg*, dans le Cabinet de Curioſités naturelles de M. le Conſeiller de Cour *Trew*, & qui eſt décrit dans le *Commerce Litteraire de Nüremberg*, ann. 1737. pag. 163. ſous la qualification de *ramus Pini monſtroſus*, *faſciatus*, & *bifurcatus*. Suivant cette deſcription, ce n'eſt qu'un jet d'été, (*ramus novus*,) de deux pieds, épais d'un pouce par en-bas, mais vers le haut de deux, uni, & diviſé en deux parties, qui ſont garnies de pointes larges, & qui forment un arrondiſſement beau à voir. Il n'y a donc point de gui non plus à obſerver ici. Outre les monſtres qui viennent d'être indiqués, on en trouve un du même ordre, avec ſes fruits, dans le Cabinet de l'Académie ; mais, à parler exactement, il n'a aucun rapport avec celui que nous traitons, non plus que les précédens.

Notre production monſtrueuſe étant donc compoſée, comme on l'a déjà dit, de gui & de ſapin, & les traces de l'un & de l'autre y ſubſiſtant d'une maniere auſſi ſenſible, elle ne doit pas être regardée comme une ſimple excreſcence de ſapin, parce que la réünion de ces deux ſubſtances a produit certains changemens, auxquels le gui n'a pas peu contribué : & nous ſommes à cet égard du même ſentiment, M. *Feldmann* & moi. Mais que le gui ſeul, & ſans l'addition d'autres arbres, puiſſe former des *monſtra faſciata*, c'eſt ce dont on trouve une conviction ſuffiſante dans la belle figure, & dans la deſcription exacte, qui ont été fournies par M. le Profeſſeur *Gottſched*, dans ſa *Flora Pruſſica Læſeliana*, pag. 288. Tab. 85. On y voit un gui crû ſur un Frêne, conſiſtant en ſix plantes, dont chacune a ſa tige particuliere, avec des fruits d'un blanc jaunâtre, & qui eſt réellement comme un gui tombé en hyver. Nous aurions tort d'oublier auſſi dans cette énumération celui qui ſe trouve quelquefois en Pruſſe ſur les Aunes, dont on voyoit ci-devant une piece conſidérable dans l'*Herbarium vivum* de feu M. le Conſeiller de Cour *Neumann*.

Quand on compare ſoigneuſement enſemble toutes les circonſtances qui viennent d'être rapportées, il en réſulte une conviction ſuffiſante,

ſante, qu'aucun des *monſtra vegetabilia faſciata* ſusdits, ne peuvent être rapportés à la claſſe qui comprend notre ſujet, puisqu'il ne s'y trouve aucune *ſymphyſe* de parties, ou *coaleſcence préternaturelle* de diverſes Plantes.

M. le Profeſſeur *Bœhmer*, dans le Programme qu'il a donné à *Wittemberg*, en 1752. *de Plantis faſciatis*, pourra nous fournir des inſtructions plus étenduës à cet égard, parce qu'il y a raſſemblé un grand nombre de ces cas, qui à la vérité ne ſont plus auſſi rares qu'ils l'étoient autrefois, parce qu'on n'y apportoit pas alors le même degré d'attention qu'on y donne à préſent.

Quoiqu'il en ſoit, une choſe qui eſt encore très remarquable, c'eſt qu'il y a des années où l'on trouve plus de ſemblables monſtres, ou même d'eſpeces différentes, que dans d'autres; & l'on peut diſtinguer à cet égard les années 1740. 1741. 1743. au moins dans certains païs, ou contrées. Car, par exemple, il eſt certain, que dans les années ſusdites, on a trouvé dans les territoires de *Francfort*, de *Fürſtenwalde*, de *Cüſtrin*, de *Lebus*, & de quelques autres lieux, un plus grand nombre des plantes qu'on nomme *Plantæ faſciatæ*, *proliferæ*, *frondoſæ*, & *floribus plenis donatæ*, de pluſieurs eſpeces, qu'il ne s'en étoit rencontré au moins dans l'eſpace de vint ans. Sur quoi il convient encore d'obſerver, que, bien que les cauſes de ces productions monſtrueuſes dans le Régne végétal puiſſent beaucoup différer entr'elles, cependant elles dépendent aſſez généralement de la température des ſaiſons, & de la ſurabondance d'un ſuc nourricier de diverſes qualités, dont il faut conſidérer les effets extraordinaires, quoiqu'en même tems analogues, dans toutes les évolutions des Plantes. C'eſt à quoi nous pourront conduire annuellement les Herbes & les Plantes que l'on cultive dans les Jardins tant de plaiſir que d'uſage, dont nous n'alléguerons que les aſperges, les camomilles, les épinars, les bettes, les courges, les melons, les amaranthes, les choux, la ſalade, & autres eſpeces ſemblables, qui ont de ces tiges larges & plattes, avec des têtes taillées en friſures, dentelures, & autres arrondiſſemens; ce qui peut

s'étendre jusqu'aux champignons, dont la petite tête eſt ſurmontée d'une friſure dentelée. Mais tout cela ne ſçauroit pourtant être rapporté à une même claſſe avec notre production monſtrueuſe, n'y ayant rien de commun que la figure extérieure.

Pour revenir à préſent aux Plantes qui s'étant réünies croiſſent enſemble, on peut à leur occaſion faire uſage des remarques ſuivantes.

Tous les végétaux, qui ont entr'eux une affinité conſidérable, par rapport à leur ſtructure tant intérieure qu'extérieure, peuvent ſe réünir, & croître enſemble, ſoit en tout, ſoit en partie ; mais cela arrive auſſi quelquefois à ceux qui différent totalement entr'eux par leur ſtructure, ſoit extérieure, ſoit intérieure. Cet accroiſſement de Plantes réünies peut s'exécuter d'une maniere tout à fait naturelle, auſſi bien dans des Plantes, ou dans quelques unes de leurs parties, qui tirent une nourriture commune de la même Plante, que lorsque deux Plantes ſont entièrement diſtinctes l'une de l'autre. Celles-ci venant à ſe toucher, s'il arrive que leurs écorces, encore minces & remplies de ſuc, ſoyent froiſſées & bleſſées en différentes manieres, les Plantes s'appliquent alors les unes aux autres, & continuent à croître enſemble, comme l'Expérience commune en fait foi.

Quand donc un pareil cas exiſte, l'union de ces Plantes dure le plus ſouvent d'une maniere conforme aux loix de la végétation, & cela même aſſez longtems, ſans que la maniere de ſe nourrir, de croître, de ſe multiplier, & de ſe conſerver dans l'exercice des autres fonctions néceſſaires, ſoit altérée dans l'une des deux Plantes ; auquel cas une ſemblable coaleſcence peut à bon titre paſſer pour naturelle. En effet il arrive alors une véritable union entre deux corps organiſés, qui étoient auparavant tout à fait ſéparés ; & cette union eſt d'une telle force que de part & d'autre ils s'inſinuent, s'inſérent, & s'incorporent l'un dans l'autre, leurs ſucs reſpectifs paſſant d'une partie dans l'autre, ſans trouver le moindre obſtacle, & ſans qu'il en réſulte aucune conſéquene fâcheuſe.

Mais,

Mais, lorsqu'une ſemblable coaleſcence ne ſe fait qu'en partie, & par conſéquent d'une maniere ſeulement apparente & imparfaite ; ou qu'il ſe trouve réellement dans cette reünion quelque choſe d'où naiſſent des conſéquences deſavantageuſes à l'une ou à l'autre des Plantes, parce qu'elles troublent plus ou moins les loix naturelles de l'accroiſſement, de la nutrition, & de la multiplication, on eſt alors en droit de lui donner le nom d'une réünion d'accroiſſement non-naturelle, & contraire même à la Nature.

Nous trouvons de côté & d'autre divers exemples fort remarquables d'accroiſſemens réünis d'une maniere naturelle & fortuite dans des arbres, buiſſons, ou ronces, ſans que l'Art y ait contribué en rien. On trouve, par exemple, des Tilleuls ſur des Ormes, des Chênes ſur des Tilleuls, des Aunes ſur des Saules, des Bouleaux ſur des Sapins, des Sureaux ſur des Trembles, & ainſi de pluſieurs autres ; & quoique cela arrive communément par l'union qui ſe forme déjà entre les tiges & les branches, il eſt pourtant certain auſſi, que la ſemence qui eſt jettée par le vent ſur les branches encore tendres, ou que les Oiſeaux y apportent, peut s'y attacher, pouſſer ſes racines à travers l'écorce, & en tirer une nourriture ſuffiſante pendant longtems, juſqu'à ce qu'elle s'uniſſe auſſi parfaitement qu'une ente ou une greffe.

De même donc que de pareilles circonſtances peuvent exiſter d'elles-mêmes, indépendamment de l'Art, & cauſer, ou du moins aider, une coaleſcence entre les Plantes ; de même auſſi l'Art peut mettre en œuvre divers ſecrets, pour imiter & perfectionner ces opérations naturelles ; & les manieres différentes de copuler, d'inoculer, d'enter, de greffer, &c. qui confirment ce que j'avance, ſont trop connuës pour que je ſois obligé d'entrer à cet égard dans un plus grand détail.

Cependant les eſſais & les obſervations de M. *Du Hamel* ſur ces matieres méritent une attention particuliere ; il y enſeigne fort bien la maniere de traiter toutes les playes de Plantes, & il explique avec clarté

clarté comment s'exécute l'union des greffes avec les arbres qui les reçoivent. On trouve cet Ecrit dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1746. page 319 & ſuivantes. C'eſt auſſi un cas bien remarquable que celui dans lequel un arbre s'unit par ſes branches à deux autres arbres, de façon que c'eſt d'eux ſeulement qu'il tire & reçoit toute ſa nourriture, ſes racines demeurant ſuſpenduës en l'air, ſans être le moins du monde couvertes de terre. C'eſt ſur quoi on peut conſulter la *Statique des Végétaux* de M. *Hales*, p. 131. Il ſe rencontre de tems à autre des exemples ſemblables dans les Jardins de Berlin; & même dans de vieilles hayes fort négligées, d'Ormes, de Charmes, & d'Aunes.

Tout comme l'accroiſſement réüni a lieu dans les groſſes Plantes à bois, ſuivant le détail qu'on vient de lire; de même il peut arriver auſſi, en partie naturellement & par quelque cas fortuit, en partie d'une maniere contraire à la Nature, dans d'autres Plantes tendres, & qui ont beaucoup de ſuc: & particulièrement même dans les herbes, comme l'Expérience nous l'apprend. Néanmoins on y rencontrera plutôt ce cas à l'égard des parties d'une même Plante qui ſe réüniſſent, que par rapport à deux Plantes tout à fait ſéparées, qui viendroient à ſe joindre; & cela arrivera beaucoup moins encore, quand ces plantes ont une ſtructure tout à fait différente. Lors donc qu'une pareille union a lieu, on peut aſſurément la mettre au nombre des cas les plus rares, qui méritent une attention toute particuliere; & bien qu'on n'ait encore eu que fort peu d'occaſions de les remarquer, il ſe peut qu'ils ayent aſſez ſouvent lieu parmi les Plantes ſauvages, ſans tomber pour cela ſous nos yeux & entre nos mains.

Il y a préſentement deux exemples de cet ordre, qui ſont connus des Naturaliſtes; le plus récent eſt celui du *Ranunculus Belliflorus*, dont M. le Profeſſeur *Geſner* de Zurich a donné une deſcription circonſtanciée avec une belle figure. Deux cauſes rendent ce cas d'un ordre ſi ſingulier, qu'on peut bien dire qu'il n'a pas encore ſon ſemblable. Car 1. il s'y trouve une coaleſcence préternaturelle de Plantes de

de divers Genre, de divers Ordre, & de diverſe Claſſe, ſçavoir de la Pâquerette & de la Renoncule. 2. On n'avoit point encore d'exemple de cette nature dans les Plantes herbacées, parce que perſonne n'avoit encore fait attention à une choſe que j'indiquerai tout à l'heure; de ſorte que dans les commencemens les Naturaliſtes n'ont pu qu'être un peu déconcertés, lorsque de ſemblables cas ſe ſont préſentés.

Outre l'exemple ſi remarquable qu'on vient de rapporter, il s'en trouve encore un, qui peut paſſer pour tout auſſi extraordinaire que merveilleux, & qui ſert à conſtater encore mieux le précédent. Il a déjà eu lieu avant notre tems, & cela dans l'eſpece d'herbe cultivée, à laquelle nous donnons le nom particulier de grain (*Cerealia*). On en trouve la rélation dans le *Muſeum* d'*Olaus Wormius* L. II. cap. 7. pag. 150. & il auroit été à ſouhaiter que la figure néceſſaire y eut été en même temps jointe.

Wormius avoit conſervé dans ce tems-là dans ſon Cabinet de Curioſités naturelles cette production monſtrueuſe, née de la coaleſcence jusqu'alors inouïe du ſeigle avec l'orge; & il la nommoit *Hordeum hermaphroditicum.*

Il raconte qu'il l'avoit reçüe d'un Miniſtre, nommé *Butrup*, & que celui-ci l'avoit trouvée en ſe promenant dans ſes champs parmi les grains. Quant à la Plante monſtrueuſe même, il dit que c'étoit un court épi, partagé en quatre pointes, d'un pouce de longueur, qui à la premiere vüe paroiſſoit être un vrai épi d'orge, mais qui renfermoit réellement du ſeigle & de l'orge. Les quatre branches de cet épi, ſuivant ſon récit, étoient diſpoſées de façon qu'alternativement la premiere n'avoit que des grains d'orge, (au nombre de cinq,) & la ſeconde des grains de ſeigle. A l'egard des grains d'orge, ils avoient comme à l'ordinaire, leur longueur, leur dureté, leur rudeſſe, & les barbes dont ils ſont garnis; caractères qui ne ſe trouvoient point dans ceux de ſeigle. En ſuppoſant que le rapport de *Wormius* eſt exactement vrai, nous devons regarder ce cas comme tout auſſi extraordinaire que celui du *Ranunculus Bellidiflorus* de M. *Gesner;* puisque jusqu'à pré-

ſent, dans toutes les coaleſcences des Plantes, on n'a pû encore en montrer aucune où ſe ſoit trouvé un pareil entrelaſſement, & pour ainſi dire, entortillement des parties, & ſurtout des vaiſſeaux, qu'une Plante ait porté les feuïlles, les fleurs, & les fruits d'une autre, en même tems que ſes propres feuïlles, fleurs, & fruits.

Il ſe préſente encore quelques phénomenes, que des perſonnes qui ne ſont pas ſuffiſamment exercées dans l'étude de la Nature pourroient être tentées de rapporter aux accroiſſemens de Plantes réünies dont il eſt ici queſtion, mais qui n'y appartiennent pas. Néanmoins ils ne laiſſent pas de répandre quelque jour ſur cette matiere. Les racines, par exemple, de chien-dent & de convolvule percent celles de pluſieurs Plantes bulbeuſes, ou tubereuſes, & par ce moyen paroiſſent être cruës enſemble, quoiqu'il n'en ſoit rien.

Bien que les deux exemples ſus-mentionnés d'une réünion fortuite de deux herbacées, ſoient réels & exactement vrais, cependant on n'eſt pas encore en état d'en produire aucun qui ſoit l'effet de l'art; & on n'a pu obſerver dans ces Plantes aucun effet analogue à ceux qui ſe manifeſtent dans les Plantes ligneuſes. Les prétendus ſecrets qu'on annonce quelquefois dans ce genre, ne ſont que des imaginations creuſes de cerveaux vuides, ou des inventions d'eſprits badins, qui veulent tromper les Naturaliſtes, & ſe moquer d'eux. Sans entrer donc ici dans le détail des tentatives faites à ce ſujet à Leipſig, à Berlin, & dans quelques lieux voiſins de la Marche, nous nous contenterons d'indiquer une couple de ces ſecrets les plus communs du Jardinage, qui peuvent être rapportés ici; c'eſt la prétenduë inſertion, ou greffe, des fraiſes ſur des choux, & des oignons de hyacinthe ſur des bettes-raves; à quoi l'on pourroit en ajouter d'autres ſemblables.

Ayant parlé ci-deſſus des accroiſſemens réünis des végétaux & de leurs parties, qui ſe font d'une maniere fortuite ou artificielle, naturelle ou contraire à la Nature, & ayant traité en abrégé des premiers, il nous reſte à dire ici quelque choſe des autres. Pour ce qui concerne donc en particulier l'accroiſſement réüni des végétaux & de

leurs

leurs parties, qui ſe fait d'une maniere non-naturelle, ou contraire à la Nature, de façon qu'elle eſt troublée de plus en plus par là dans ſes fonctions, que l'ordre & la régularité ne peuvent plus s'y maintenir, qu'elle devient imparfaite, foible, malade, & qu'à la fin elle meurt; nous avons quelques remarques à propoſer, qui éclairciront cette matiere.

Les eſſais de l'Art, (qu'on peut appeller ici au ſecours pour arriver à une plus grande conviction,) nous conduiſent aſſez loin pour être en état d'affirmer, que, quand on veut unir entr'elles des Plantes différentes, ou leurs parties, de maniere qu'elles ayent une communication réelle de ſuc, d'écorce, & de bois, en ſe fourniſſant des ſecours réciproques, ſans qu'il en réſulte aucune mauvaiſe conſéquence, en ſorte que ce ne ſoit pas une ſimple liaiſon ſuperficielle, apparente, & imparfaite, comme cela arrive le plus ſouvent; le meilleur moyen de parvenir à ſon but, c'eſt en prenant des Plantes d'une même eſpece naturelle, que diverſes cauſes ont modifiées & changées, ou en un mot, des variétés d'une ſeule & même eſpece. On peut encore ſe promettre une réüſſite ſemblable, ſi l'on aſſocie enſemble les eſpeces naturelles d'un ſeul & même genre, comme des poires, des pommes, & des coins; ce que s'étend également aux eſpeces de deux Plantes qui ont beaucoup de rapport entr'elles, comme le gui, l'épine blanche, l'aliſier, le ſorbier planté, &c. ou même les prunes, les abricots, les pêches, les amandes, &c. avec leurs variétés. Mais, comme il y a toujours entre les individus même une certaine différence, & des propriétés qui leur ſont particulieres, il en peut réſulter des limitations & des exceptions. Suivant cela, une eſpece d'arbre, dont l'écorce eſt épaiſſe & pleine de ſuc, qui pouſſe des jets hâtifs, où il y a auſſi beaucoup de ſuc & de force, conviendra fort mal, & pourra très difficilement être unie, à une autre eſpece, dont l'écorce eſt mince & ſéche, & qui pouſſe des branches tardives & foibles. Je ne prétens pas que cette aſſociation ne puiſſe jamais réüſſir; mais la raiſon ſeule fait voir, que, quand même on ſeroit venu à bout d'unir réellement, ou apparemment, deux pareilles eſpeces pour les faire croître enſem-

ble, l'une ne pourroit pourtant pas donner à l'autre une nourriture convenable & ſuffiſante, ou réciproquement, que l'une ne pourroit recevoir & employer tout le ſuc nourricier que l'autre lui fourniroit trop abondamment. Les ſuites d'une ſemblable réünion ſont toujours mauvaiſes. Car, quand on ſe contenteroit d'en faire l'application à la greffe, elle pouſſera toujours au bout de quelques années au delà de ſa tige, & périra; ou bien la partie inférieure ſe ſéparera de la partie ſupérieure, & donnera des rejettons de côté. Suppoſé même que rien de tout cela n'arrivât, cela donne toujours des arbres monſtrueux, noueux, crévaſſés, ou qui demeurent foibles & presque infructueux. Tout cela eſt fondé ſur l'expérience.

Je ſçais bien que des gens induſtrieux, & qui auroient envie de pouſſer leur induſtrie au delà des bornes dans lesquelles la Nature & l'Art ſemblent nous avoir renfermés, trouvent bien des choſes à objecter; ſurtout ceux qui ſont maîtres en l'art de greffer dans leur poële, où ils font beaucoup plus de greffes & de tailles qu'on n'en exécute dans les Jardins, parce qu'ils poſent pour fondement de leurs opérations imaginaires la conſéquence du *poſſe ad eſſe*. En effet, bien que ſouvent les Ormes, les Tilleuls, les Chênes, les Saules, & même les pieds de Vigne, les Ceriſiers, & d'autres arbres ſemblables, ſe joignent & croiſſent enſemble, au moins ſelon l'apparence extérieure; cependant la courte durée de ces réünions en fait voir les mauvaiſes ſuites: & leur promte mort prouve clairement, que les choſes n'étoient pas à cet égard, telles qu'on les avoit imaginées; ce dont l'examen de ces arbres morts eſt très propre à convaincre.

Nous devons mettre encore au nombre des accroiſſemens réünis dans les Plantes, qui ſont ſuivis de quelque déſavantage pour l'une ou pour l'autre partie, les cas rélatifs aux Plantes qu'on nomme *paraſites*, & parmi leſquels on trouve encore des différences conſidérables. Car il ſe trouve de ces Plantes paraſites, qui s'attachent les unes à des Plantes annuelles, ou à des herbes, les autres à des arbuſtes foibles ou forts, & s'y uniſſent ſi étroitement, qu'elles ſucent la meilleure partie de leur

ſuc

ſuc nourricier, de ſorte qu'elles les font périr entièrement, ou du moins les affoibliſſent, & les rendent infructueuſes. La *Cuſcuta*, (Goutte, ou Augure de Lion,) les deux ſortes d'*Orobanche* qui croiſſent dans ce païs-ci, & d'autres, en fourniront aiſément les preuves. Au contraire l'*Hyppopitis*, l'*Hippociſtis*, le *Nid d'oiſeau*, & la *Latharée*, qui ſe placent ſur la racine des arbres, ne font pas un dommage auſſi conſidérable, à moins qu'elles ne s'emparent à la fois de toutes les racines, ou de moins des principales, & les revêtent enſemble; mais c'eſt ce que nous n'avons encore obſervé, ni chez nous, ni ailleurs. Cependant ce qu'il y a à remarquer par rapport aux Plantes ſusdites; c'eſt 1. qu'elles ſont la plûpart abondantes en ſuc, 2. qu'elles ne ſçauroient s'unir réellement avec les arbres, ou pour un tems long & durable, comme nous l'avons fait voir ci-deſſus.

Mais les choſes ne ſe paſſent pas de même à l'égard des autres Plantes paraſites, qui peuvent ſubſiſter pendant pluſieurs années, & qui ſont auſſi ligneuſes que les arbres d'où elles tirent leur nourriture; elles s'y uniſſent réellement & d'une façon particuliere. Le gui peut nous ſervir d'exemple & de preuve pour toutes les autres. On l'a regardé comme la Plante la plus dangereuſe de toutes, parce qu'il ſe place en plein air ſur les jeunes arbres les plus forts & ſur les branches, & qu'à l'aide d'une eſpece de peau large & d'une racine platte, il s'inſinuë dans l'écorce, & ſe multiplie tellement, qu'à la fin il prend la ſupériorité, rendant tout à fait infructueuſes les branches qu'il ſuce fortement & continuellement, ou les conduiſant au point qu'elles ſe changent en productions monſtrueuſes, ſe deſſechent, & finalement périſſent.

Cette circonſtance à laquelle on ne prend guères garde dans les forêts, par rapport aux Noiſetiers, Chênes, Bouleaux, Sapins, Pins, Saules, Aunes, Ormes, Peupliers, Tilleuls, Erables, & autres Arbres ſemblables, eſt de la derniere importance, quand il s'agit d'Arbres fruitiers, comme les Pommiers, Poiriers, Piſtachiers, Amandiers, Oliviers, & autres. On ne ſçauroit obvier à un ſemblable mal, qu'en

délivrant l'arbre du gui qui l'infeſte, & pour lui rendre ſa premiere fertilité il faut l'étêter; mais par là on eſt quatre ou cinq ans, ſans qu'il donne aucun rapport.

Le gui s'inſinuant toujours plus d'année en année, comme nous l'avons dit, ſous l'écorce ſupérieure des Arbres, auſſi avant qu'il eſt poſſible d'y pénétrer, pouſſe en même tems en deſſous partout, & ſouvent très près l'un de l'autre, une quantité de petits coins, qui entrent dans les interſtices utriculeux de l'écorce inférieure, & quand le bois eſt jeune, vont plus avant, jusqu'à la contexture celluleuſe, où non ſeulement ils s'affermiſſent, mais s'approprient une quantité conſidérable de ſuc. On pourroit donner à ces petits coins, qui prennent leur accroiſſement avec le bois, & qui à la fin deviennent eux-mêmes du bois, on pourroit, dis-je, à cauſe de leur délicateſſe & de la figure qu'ils ont dans les commencemens, leur donner le nom d'*avances*, ou *productions mammillaires*. Dans leur fort accroiſſement, ils preſſent & dérangent les fibres du jeune & nouveau bois avec la texture celluleuſe, & les tirent enſemble des deux côtés dès le commencement, de façon que ces vaiſſeaux prennent une toute autre direction, fauſſe & contraire à la Nature, qui s'augmente d'année en année, à meſure que ce corps qui eſt en forme de hache s'accroit, de ſorte que le paſſage des ſucs, qui ſans cela eſt libre, eſt néceſſairement bouché: puis, quand cette organiſation déréglée a eu lieu pendant un certain tems, il ne ſçauroit en réſulter que divers effets contraires à la Nature, ſemblables à ceux que nous avons obſervés dans notre production monſtrueuſe; effets qui ſont en ſi grand nombre, & ſi variés, que perſonne ne ſçauroit être en état de les déterminer d'avance.

Une des queſtions qui peuvent encore ſe préſenter à ce ſujet, c'eſt de ſçavoir, ſi le gui s'attache d'abord à une tronc fort de quelque arbre qui vient bien, & qui a déjà des années, ou ſur ſes branches; & ſi, avec ſa baſe, ou racine large, qui va toujours en s'étendant, il peut prendre le deſſus, ou ſi cela n'arrive, que quand l'arbre eſt encore tout jeune? Ce qui fait encore une différence remarquable, c'eſt lors-

lorsque le gui, placé ſur un jeune arbre, & qui croit fort vîte, s'eſt fortifié en même tems que lui, s'étant principalement enraciné & affermi ſur ſes jets extérieurs, & ſur des branches encore jeunes & tendres.

Dans le premier cas, on peut toujours dire que le gui produit de mauvais effets, mais beaucoup plus lentement, de ſorte qu'ils ne ſont pas ſi tôt ſenſibles. Meis quand il s'attache à de nouveaux jets vers la cime des jeunes arbres, ou qu'en général il s'attaque à de tendres branches, qui ne ſe ſont pas encore formées, ou qui le ſont tout récemment, de ſorte que leur ſubſtance eſt encore pleine de ſuc, tendre & poreuſe, le mal fait des progrés rapides, auxquels on ne ſçauroit s'oppoſer trop tôt.

En effet les fibres, qui, ſi elles n'avoient pas été troublées dans leur ſituation naturelle, ſe feroient arrangées régulierement, & auroient donné aux parties de la Plante la forme qui leur convient, ſont obligées par le déſordre qui s'y répand, par les compreſſions & les ſéparations qu'elles éprouvent, & par les embarras multipliés qui traverſent leur cours, de prendre toutes ſortes de directions & de figures, devenant plattes, calleuſes, nouëuſes, friſées, écaillées, dentelées, tailladées, faiſant des branches eſtropiées, & donnant des productions monſtrueuſes, comme l'expérience le fait voir. Si nous réfléchiſſons donc ſur tout ce qui ſe paſſe alors dans les ſucs nourriciers, & autres qui traverſent une Plante, dont toutes les parties ont une ſtructure ainſi endommagée, nous verrons qu'il doit arriver toutes ſortes d'accidens & de ſingularités, ſuivant que ces ſucs ſont pouſſés avec plus ou moins de force ; & il ne nous reſtera aucun doute ſur les dommages dont le gui peut devenir la cauſe.

Nous nous étendrions ici davantage, comme l'importance du ſujet le mérite aſſurément, ſi nous n'avions deſſein de pouſſer encore plus loin nos obſervations ſur le gui, & ſur les ſuites fâcheuſes qu'il entraine, pour en rendre compte dans une autre occaſion à cette Illuſtre Académie.

NOU-

NOUVELLES EXPÉRIENCES
SUR LA RÉSISTANCE QUE SOUFFRE UNE BALLE DE FUSIL EN PASSANT PAR L'AIR.

PAR M. SULZER.

Il eſt généralement reconnu, que la théorie du jet des bombes & des boulets de canon eſt encore défectueuſe, malgré les travaux de tant de Géométres qui ſe ſont appliqués à la perfectionner. Les difficultés qu'on trouve dans cette matière viennent principalement de la réſiſtance de l'air, dont on ne connoit pas exactement les loix. Il eſt démontré que la réſiſtance que ſouffre une balle, qui ſe meut dans l'air avec une petite viteſſe, eſt égale à la preſſion d'un cylindre d'air, dont la baſe eſt égale à l'aire du grand cercle de la balle, & la hauteur à la moitié de la hauteur, de laquelle un corps tombant dans le vuide acquerroit la viteſſe de la balle ; en ſorte que nommant cette hauteur v, la hauteur du cylindre d'air ſeroit $\frac{1}{4}v$. Il y a longtems qu'on a obſervé, que cette loi de la réſiſtance n'a point lieu dans les grandes viteſſes, comme ſont celles des bombes & des boulets de canon. M. *Robins*, Géometre Anglois, eſt le premier qui ait fait des Expériences exactes pour découvrir la loi de la réſiſtance pour ces grandes viteſſes: & il paroit par ſes Expériences, que la réſiſtance devient quelquefois le double de la quantité $\frac{1}{4}v$.

Quoique ces Expériences de M. *Robins* ſoyent très ingénieuſes, j'avouë quelles ne me paroiſſent pas d'une aſſés grande certitude pour établir les loix de la réſiſtance d'une maniere à ne laiſſer plus aucun doute. Ces Expériences ſont fondées principalement ſur l'eſtimation de la force de la poudre à canon. Or cette matiere étant ſujette à de grandes difficultés, on ne peut pas ſe fier entièrement ſur les principes

ſur

ſur leſquels tout le reſte de la théorie eſt fondé. C'eſt ce qui m'a engagé à faire de nouvelles Expériences, qui ne fuſſent ſujettes à aucun doute, en employant des forces parfaitement connues. J'eſpérois que ces Expériences confirmeroient la théorie de M. *Robins*, ou qu'elles me donneroient aſſés de lumières pour en établir une autre.

Mon premier ſoin étoit de trouver un moyen d'employer une force exactement connuë, pour jetter des balles avec des viteſſes ſuffiſantes. Le fuſil à vent pouvoit me rendre ce ſervice, ſi je pouvois le charger de façon à connoitre exactement l'élaſticité de l'air, qui devoit chaſſer la balle. J'ai obtenu cette commodité de la maniere ſuivante.

J'ai fait adapter à une pompe une eſpece de barometre, où le mercure monte dans le tuyau de verre, à meſure que l'on comprime l'air dans la boëte moitié remplie de mercure, & dans laquelle le tuyau paſſe. J'ai donné à cette boëte une communication avec la pompe, moyennant laquelle on y peut très fortement comprimer l'air. D'un autre côté j'ai fait accomoder un cylindre de métal, de façon à y pouvoir comprimer & renfermer l'air pour le faire ſervir enſuite au fuſil à vent. En comprimant donc l'air dans ce cylindre, on le comprimoit également dans la boëte du barometre, ce qui fit monter le mercure, dont la hauteur m'indiquoit toujours au vrai l'élaſticité de l'air comprimé. Toutes les fois que je jugeois l'air aſſez comprimé dans le cylindre, je le fermois pour empêcher l'air comprimé d'en ſortir.

Voici maintenant la deſcription de ce cylindre, & la manière de l'employer pour le fuſil à vent. A B C D eſt le cylindre; à un des fonds eſt attaché un petit tuyau E F, dont la moitié E*e* eſt au dehors du cylindre, & l'autre moitié *e* F en dedans. La pièce G H eſt une eſpèce de ſoupape de cuivre, doublée de cuir pour fermer ce tuyau en F, & pour l'ouvrir. Cette ſoupape a une queüe I K, qui paſſe en L par l'autre fonds du cylindre. Le trou rond en L étant doublé de cuir, & la queüe bien polie, l'air n'y trouve point de ſortie. M N eſt un levier, moyennant lequel on peut fermer & ouvrir la ſou-

pape. Lorsqu'on veut charger le cylindre, on affermit le tuyau E *e*, qui a un écrou, contre l'extrémité d'un des tuyaux de la pompe, l'autre tuyau communiquant au barometre. Alors on charge le cylindre d'autant d'air que l'on veut, on connoit toujours ſon élaſticité moyennant ſa communication avec le barometre. Quand on l'a aſſez chargé, on preſſe fortement la ſoupape contre l'ouverture du tuyau EF, pour empêcher l'air de ſortir. Cela fait, on détache le cylindre de la pompe. Maintenant pour décharger, on affermit un tuyau, qui tient lieu du fuſil, dans l'écrou E *e*; & on le charge de la balle. Cela étant fait, on met le tout ſur un affut; & l'ayant dirigé comme l'on veut, on frappe le levier en M avec un marteau, ce qui ouvre ſubitement la ſoupape, & laiſſe à l'air la liberté d'agir contre la balle. Je remarque encore, que j'ai eu grand ſoin de faire bien percer & bien polir la cavité, ou l'ame du fuſil, comme auſſi de bien arrondir les balles de plomb dont je me ſuis ſervi. Ces balles paſſoient librement par le fuſil, ſans pourtant laiſſer un eſpace ſenſible par lequel l'air auroit pu paſſer entre les parois du fuſil & la balle. Une zone du plus fin papier, colée autour de la balle, la rendoit déjà trop grande pour le fuſil. De cette maniere j'étois aſſuré que la balle ne ſouffriroit rien de la friction en paſſant par le fuſil, & que l'air n'échaperoit pas inutilement.

Je viens maintenant aux Expériences mêmes que j'ai faites. Ayant chargé le fuſil, je l'ai placé dans la poſition verticale, & j'ai obſervé les tems que la balle reſtoit dans l'air après l'exploſion. Je marquerai toujours les charges par les hauteurs du mercure dans le barometre en pieds de Rhin.

Charges.		Tems.
9.08	———	12. ½ ſecondes.
8.75	———	12.
6.54	———	11.
4.71	———	10.
2.36	———	7.½

J'ai

J'ai répété chaque coup trois fois, & je n'ai jamais trouvé une différence ſenſible entre les tems des mêmes charges.

Pour tirer maintenant de ces Expériences les concluſions néceſſaires pour la théorie de la réſiſtance ; je chercherai premièrement les viteſſes avec leſquelles chaque balle eſt ſortie du fuſil ; en ſecond lieu, je chercherai la hauteur à laquelle elle eſt parvenue dans l'air, & le tems de ſa montée, ſuivant les principes de la réſiſtance de M. *Robins* ; en troiſième lieu, je calculerai le tems de ſa deſcente, pour avoir le tems entier qu'elle a dû reſter dans l'air ſelon cette théorie. Les différences entre les tems calculés & les tems obſervés, nous fourniront un fondement ſolide de juger de la valeur des principes connus touchant la réſiſtance.

Calcul des viteſſes des balles.

Je crois pouvoir négliger dans ce calcul, tant la friction de la balle, qui doit avoir été très petite, que la réſiſtance de l'air, pendant le moment qu'elle a employé à parcourir la longueur du fuſil.

Soit la capacité du récipient A = a pieds.
L'amplitude du fuſil = b.
Sa longueur = c.
L'aire du grand cercle de la balle = e.
Son diamètre = g.
Son poids = p.
La hauteur de la colomne de mercure = f.
La raiſon des denſités du plomb & du mercure = $\frac{1}{m}$
La hauteur d'une colomne de plomb, dont le poids ſeroit égal à celui de la colomne de mercure, ſeroit donc = mf.

La balle eſt donc pouſſée au commencement par une force égale au poids d'une colomne de plomb haute de mf pieds, & dont le diamètre eſt égal au diamètre de la balle. Le poids de la balle étant p, le poids d'un cylindre de plomb de même hauteur, feroit $\frac{3}{4}p$, & le cylindre entier de la hauteur mf péſera $\frac{3mf}{2g}$ fois plus que la balle; donc la force accélératrice ſera au poids de la balle comme $\frac{3mf}{2g}$ à 1.

Que la balle ait parcouru une partie de la longueur du fuſil égale à x, & que les élaſticités ſoyent comme les denſités; (*) la force accélératrice en x ſera $\frac{3amf}{2ag+2bgx}$: Soit alors la viteſſe de la balle duë à la hauteur v, nous aurons cette équation

$$dv = \frac{3amf}{2ag+2bgx}\,dx, \quad \text{dont l'intégrale eſt}$$

$$v = \frac{3amf}{2bg}\ \text{Log. hyp.}\ \frac{a+bc}{a} \quad \text{en mettant } x = c;$$

ou bien en multipliant le ſecond membre par 2.30258, pour avoir après des Logarithmes ordinaires, la viteſſe avec laquelle la balle ſort du fuſil ſera due à la hauteur $\frac{3\cdot 45387\,amf}{bg}\ \log\ \frac{a+bc}{a}$.

En appliquant ce calcul à nos Expériences, nous avons les valeurs ſuivantes pour les lettres connues :

$a =$

(*) Les Expériences dont j'ai rendu compte à l'Acad. en 1753. prouvent à la verité, que les élaſticités croiſſent en moindres raiſons que les denſités. Voyez Mém. de l'Académ. Ann. MDCCLIII. Mais cela n'influe pas ſenſiblement ici, parce que l'air reſte presque également denſe pendant tout le tems de l'accélération. Mais il faut certainement avoir égard à cela, quand on calcule la force d'une balle jettée par la poudre; car alors, vers la fin de l'accélération, l'air eſt quelquesfois plus de 15. fois moins denſe qu'au commencement.

$a = 0.00677$ pieds. $\quad e = 0.000508$

$b = 0.000532.$ $\quad g = 0.02546.$

$c = 2.5833.$ $\quad m = 1.2378.$

$\frac{a+bc}{a} = 1.203.$ $\quad \frac{am}{bg} = 618.7$

Et au premier coup $f = 9.08$ ce qui donne

$v = 1557$

& les autres valeurs ſont comme ſuit,

ſi $f = 8.75$, $v = 1500.$

6.54, $v = 1121.$

4.71, $v = 807.$

2.36, $v = 404.$

Calcul du tems de la montée.

Ayant ainſi trouvé les viteſſes avec leſquelles les balles ſont jettées dans l'air, je chercherai les hauteurs auxquelles elles ont dû parvenir, & le tems de la montée. Je me ſervirai pour exprimer la réſiſtance, de la formule que M. *Euler* a donnée en conſéquence des concluſions, que M. *Robins* avoit tirées de ſes Expériences. En nommant v la hauteur génératrice de la viteſſe, la réſiſtance de l'air eſt égale à la preſſion d'un cylindre d'air, dont la hauteur eſt $\frac{1}{2}v + \frac{v^2}{2h}$, où la lettre h marque la hauteur de l'atmoſphère, qui eſt à peu près de 27979 pieds.

Que la balle commence donc à monter avec la viteſſe initielle duë à la hauteur $= l$, & qu'après un tems quelconque elle ait parcouru l'eſpace x, ayant alors une viteſſe duë à la hauteur u; il y a deux cauſes qui diminueront ſa viteſſe, lorſqu'elle continuera ſon chemin par l'eſpace infiniment petit dx, ſavoir ſon propre poids $= 1$, & la réſiſtance de l'air. Cette dernière force étant égale à la preſſion d'un cylindre d'air de $\frac{hu+u^2}{2h}$ pieds de hauteur, ce cylindre ſera $\frac{hu+u^2}{2gh}$ fois

fois plus haut que le diamètre de la balle ; &, ſi nous ſuppoſons le plomb n fois plus peſant que l'air, ce cylindre d'air ſera $\frac{3hu + 3u^2}{4hgn}$ plus peſant que la balle. De là nous avons cette équation pour la diminution de la viteſſe :

$$du = -dx - \frac{3hn + 3u^2}{4hgn}\,dx,$$

ou bien $$dx = \frac{-4hgn\,du}{4hgn + 3hu + 3u^2},$$

qui ſe change en celle-ci :

$$\frac{3\,dx}{4ghn} = \frac{du}{2m(u + \frac{1}{2}h + m)} - \frac{du}{2m(u + \frac{1}{2}h - m)}.$$

En poſant $m = V(\frac{1}{4}hh - \frac{1}{3}ghn)$, & en prenant les intégrales, on a

$$x = \frac{2ghn}{3m} \log \frac{u + \frac{1}{2}h + m}{u + \frac{1}{2}h - m} + \text{Log. C.}$$

La conſtante doit être telle que, lorsque $x = o$, u devienne $= l$; donc

$$x = \frac{2ghn}{3m} \log \frac{(u + \frac{1}{2}h + m)(l + \frac{1}{2}h - m)}{(u + \frac{1}{2}h - m)(l + \frac{1}{2}h + m)}.$$

Si l'on ſuppoſe dans cette équation $u = o$, on obtient la hauteur entière de la montée de la balle, que nous nommerons H. Nous avons donc

$$H = \frac{2ghn}{3m} \log \frac{(\frac{1}{2}h + m)(l + \frac{1}{2}h - m)}{(\frac{1}{2}h - m)(l + \frac{1}{2}h + m)},$$

& les 5 valeurs de cette formule, conformément aux 5 valeurs de la lettre l, que nous avons trouvées plus haut, ſeront telles :

l étant

l étant $= 1557$, H ſera $= 546$.
l . . $= 1500$, H . . $= 537$.
l . . $= 1121$, H . . $= 502$.
l . . $= 807$, H . . $= 393$.
l . . $= 404$. H . . $= 257$.

Maintenant, pour trouver les tems de la montée, nous mettrons dans l'équation différentielle $-dx = dt\sqrt{u}$, ce qui donne celle-ci pour le tems $dt = \frac{\frac{4}{3}ghn\,du}{(u+\frac{1}{2}h+m)(u+\frac{1}{2}h-m)}\cdot\frac{1}{\sqrt{u}}$.

Soit $\sqrt{u} = y$, cette valeur ſubſtituée donne

$$dt = \frac{\frac{4}{3}ghn\,dy}{(yy+\frac{1}{2}h+m)(yy+\frac{1}{2}h-m)} =$$

$$\frac{\frac{4}{3}ghn}{m}\left(\frac{dy}{(yy+\frac{1}{2}h-m)} - \frac{dy}{(yy+\frac{1}{2}h+m)}\right).$$

Soit $\frac{1}{2}h-m = \alpha^2$ & $\frac{1}{2}h+m = \beta^2$ nous aurons

$$dt = \frac{4ghn}{3m}\left(\frac{dy}{yy+\alpha\alpha} - \frac{dy}{yy+\beta\beta}\right),$$ équation

intégrable moyennant la quadrature du cercle. Car $\frac{dy}{yy+\alpha\alpha}$ eſt l'élément d'un arc, dont le rayon eſt $= \alpha$, & la tangente $= y$, & $\frac{dy}{yy+\beta\beta}$ eſt l'élément d'un arc dont le rayon eſt β, & la tangente $= y$. Nous avons donc en intégrant

$$t = \frac{4ghn}{3m}\text{ arc tang }y - \frac{4ghn}{3m}\text{ arc tang }y,$$

ou en réduiſant les deux arcs au même rayon qui ſoit $= 1$.

$$t = \frac{4ghn}{3\alpha m}\text{ arc tang }\frac{y}{\alpha} - \frac{4ghn}{3\beta m}\text{ arc tang }\frac{y}{\beta}.$$

Pour

Pour avoir ce tems en fecondes, il faut exprimer les quantités en parties millièmes du pied de Rhin, & enfuite multiplier par 250 ; ou bien, pour abréger, nous exprimerons tout en pieds de Rhin entiers, & nous multiplierons par $\frac{\sqrt{1000}}{250} = 0.12649$.

En appliquant cette équation à nos Expériences, nous aurons les valeurs fuivantes pour les élémens de notre formule.

$\sqrt{\frac{y}{\alpha}} = \sqrt{\frac{l}{\alpha}} = 2.2370 \sqrt{\frac{l}{\beta}} = 0.2374$

$= 2.1981.$	$= 0.2332$	$g = 0.02546.$	α	$= 17.62$
$= 1.9001.$	$= 0.2016$	$h = 2\ 7979.$	β	$= 166.03$
$= 1.6118.$	$= 0.1710$	$n = 9048.$	$\frac{4ghn}{3m}$	$= 628.24$
$= 1.1407.$	$= 0.1211$	$m = 13678.8$		

Arc tang $\sqrt{\frac{l}{\alpha}}$	$= 65°.55' = 1.1504$	Arc $\sqrt{\frac{l}{\beta}}$	$= 13°.21. = 0.2330$	$\frac{4ghn}{3\alpha m}$	$= 35.655$
	$= 65.\ 32 = 1.1437$		$= 13.\ 8. = 0.2292$		
	$= 62.\ 15 = 1.0864$		$= 11.\ 24. = 0.1982$	$\frac{4ghn}{3\beta m}$	$= 3.783$
	$= 58.\ 11 = 1.0155$		$= 9.\ 42. = 0.1605$		
	$= 48.\ 46 = 0.8512$		$= 6.\ 54. = 0.1204.$		

De là nous obtenons les valeurs fuivantes pour les tems de la montée.

t	$=$	5. 07	fecondes
t	$=$	5. 04	
t	$=$	4. 79	
t	$=$	4. 49	
t	$=$	3. 76	

Il nous reſte maintenant le

Calcul des tems de la deſcente.

En deſcendant la balle n'eſt accélérée que par ſon propre poids. Qu'après le tems t la balle ſoit deſcenduë par l'eſpace $= x$, & ſa viteſſe ſoit alors duë à la hauteur s, la réſiſtance ſera exprimée par cette formule $\frac{3hs + 3ss}{4ghn}$.

Nous avons donc cette équation :

$$ds = dx - \frac{3hs + 3ss}{4ghn}dx$$

ou $$\frac{3dx}{4ghn} = \frac{ds}{\frac{4}{3}ghn - hs - ss}.$$

Soit $V(\frac{1}{4}hh + \frac{4}{3}ghn) = \mu$; nous aurons

$$\frac{3dx}{4ghn} = \frac{ds}{(\mu - \frac{1}{2}h - s)(\mu + \frac{1}{2}h + s)}, \text{ ou}$$

$$dx = \frac{2ghn}{3\mu}\left(\frac{ds}{\mu + \frac{1}{2}h + s} + \frac{ds}{\mu + \frac{1}{2}h - s}\right).$$

Donc $$x = \frac{2ghn}{3\mu}\ \text{Log}\ \frac{(\mu + \frac{1}{2}h + s)(\mu - \frac{1}{2}h)}{(\mu - \frac{1}{2}h - s)(\mu + \frac{1}{2}h)}.$$

Ayant trouvé plus haut la hauteur entière H par laquelle la balle deſcend, nous la mettrons ici au lieu de x pour trouver la viteſſe finale de la balle. Nous avons donc

$$\frac{3\mu H}{2ghn} = \text{Log}\ \frac{(\mu + \frac{1}{2}h + s)(\mu - \frac{1}{2}h)}{(\mu - \frac{1}{2}h - s)(\mu + \frac{1}{2}h)}.$$

On en mettant le nombre dont le logarithme hyperbolique eſt $1 = e$.

$$e^{\frac{3\mu H}{2ghn}} = \frac{(\mu + \frac{1}{2}h + s)(\mu - \frac{1}{2}h)}{(\mu - \frac{1}{2}h - s)(\mu - \frac{1}{2}h)}.$$ Mettons

$e^{\frac{3\mu H}{2ghn}} = E$. Nous tirerons de notre équation cette valeur pour s.

$$s = \frac{(E - 1).\ \frac{4}{3}ghn}{(\mu + \frac{1}{2}h)E + \mu - \frac{1}{2}h}.$$

Il faut donc déterminer la valeurs de s pour nos cinq cas.

Nous avons ici $\mu = 14293.3$; donc

ſi $H = 546$	$E = 6.1471$	&	$s = 254$
$H = 537$	$E = 5.9655$		$s = 252$
$H = 502$	$E = 5.3068$		$s = 246$
$H = 393$	$E = 3.6951$		$s = 221$
$H = 257$	$E = 2.3568$		$s = 174$

Poſons maintenant $dt = \frac{dx}{\sqrt{s}}$; nous aurons dans l'équation différentielle $\frac{ds}{\frac{4}{3}ghn - hs - ss} = \frac{3\,dt\sqrt{s}}{4ghn}$.

Soit encore $\sqrt{s} = y$. Nous aurons

$$\frac{2\,dy}{\frac{4}{3}ghn - hyy - y^4} = \frac{3\,dt}{4ghn} \quad \text{ou}$$

$$dt = \frac{4ghn}{3\mu}\left(\frac{dy}{\beta^2 + y^2} - \frac{dy}{\gamma^2 - y^2}\right),$$

poſant $\beta^2 = \mu + \frac{1}{2}h$ & $\gamma^2 = \mu - \frac{1}{2}h$. Le premier terme du

du ſecond membre dépend encore de la quadrature du cercle, & l'autre des logarithmes. Nous avons donc

$$t = \frac{4ghn}{4\beta\mu} \text{ Arc. tang } \frac{y}{\beta} + \frac{2ghn}{3\gamma\mu} \, l\frac{\gamma+y}{\gamma-y}.$$

De là nous trouvons les tems des deſcentes, en ſubſtituant pour y ſucceſſivement $\sqrt{254}$, $\sqrt{252}$ &c.

Dans le premier cas, $t = 6.03$ ſecondes

2 - - $t = 5.94$

3 - - $t = 5.65$

4 - - $t = 5.75$

5 - - $t = 3.86$

En ajoutant les tems de la montée à ceux de la deſcente, nous avons les tems entiers.

	Tems calculés.	Tems obſervés
I.	11. 1 ſec. - - -	12. 5
II.	10. 98 - - - -	12.
III.	10. 44 - - - -	11.
IV.	10. 24 - - - -	10.
V.	7. 62 - - - -	7. 50.

On voit par ces réſultats, que dans les cas où la viteſſe a été peu conſidérable, les tems calculés ſont trop grands; dans les autres ils ſont trop petits. Le contraire auroit plutôt dû arriver. Car la friction de la balle dans le fuſil, que nous avons négligée, auroit diminué les viteſſes initielles; ce qui auroit fait le même effet, que l'augmentation

de la réſiſtance, & cela auroit eu plus d'effet dans les petites viteſſes. Cette circonſtance peut nous aſſurer, que la friction n'a pas été conſidérable, conformément à ce que j'ai ſuppoſé au commencement.

En examinant les équations finales, on verra que, plus la lettre *h* eſt grande, plus les tems deviennent grands. D'où il eſt évident, que la formule employée fait la réſiſtance trop grande pour les grandes viteſſes, & trop petite pour les petites viteſſes. Dans les grandes viteſſes des boulets de canon, on ſera obligé de donner à la lettre *h* la valeur de 30000, & davantage, pour avoir la véritable loi de la réſiſtance; dans les petites viteſſes il faudra diminuer cette valeur juſqu'à 25000 pour le moins.

THE'O

THÉORIE
DE L'INCLINAISON DE L'EGUILLE MAGNETIQUE,
CONFIRMÉE PAR DES EXPÉRIENCES,
PAR M. EULER LE FILS.

Traduit du Latin.

I.

Si l'Eguille magnétique étoit tellement mobile autour de ſon centre de gravité, qu'elle pût ſe diriger ſans aucun obſtacle vers toutes ſortes de ſituations; cependant, à cauſe de la vertu magnétique dont elle eſt imprégnée, elle affecteroit toujours une certaine ſituation préférablement à toutes les autres, & s'y fixeroit. Cette ſituation ſemble indiquer d'une maniere ſuffiſamment fondée la direction naturelle de la force magnétique; car l'éguille étant ſuſpenduë du centre de gravité, eſt indifférente à toutes les ſituations, entant qu'elle eſt animée par la gravité ſeule, & il n'y en a aucune dans laquelle il ne lui ſoit égal de s'arrêter. Puis donc que, ce nonobſtant, elle choiſit une ſituation qu'elle préfere à toute autre, la cauſe n'en ſçauroit être attribuée qu'à la ſeule force magnérique, qui ſe joint à l'action de la peſanteur; &, de quelque maniere que cette force agiſſe, dès là qu'elle réduit l'éguille dans cette ſituation, il eſt néceſſaire que ſa direction y ſoit conforme; ce qui met en état de faire une juſte eſtimation de la direction naturelle de la force magnetique.

II. Toutes les fois que cette direction n'eſt pas verticale, on peut toujours aſſigner un cercle vertical, ſur lequel elle tombe; & c'eſt ce cercle vertical qu'on a coûtume d'appeller *le méridien magnétique.* Mais ſi l'on conſidère ſon interſection avec l'horizon, la direction qui pour l'ordinaire s'écarte peu du point ſeptentrional, ſe nomme *le ſeptentrion*

magnétique, & celle qui lui eſt oppoſée *le midi magnétique*. Une ligne droite qu'on y tire normalement dans l'horizon, eſt dite regarder d'une part *l'Orient*, & de l'autre *l'Occident magnétique*. Mais comme, dans ce Mémoire, je ne m'attache pas aux vrais points cardinaux du Monde, j'appellerai pour abréger des noms de Septentrion, de Midi, d'Orient, & d'Occident, ces quatre régions déterminées par la direction magnétique. Ce qui fait voir que leur diſtinction ceſſe, lorsque la direction magnétique eſt verticale ; tout comme on ne diſtingue plus les points cardinaux du Monde ſous le pole même de la Terre.

III. S'il arrive donc à l'éguille de ſe trouver dans une ſituation que diffère de la direction magnétique, il n'eſt pas poſſible qu'elle y demeure, entant qu'elle eſt ſollicitée par la ſeule force magnétique. C'eſt pourquoi, ſi elle n'eſt aſſujetie à l'action d'aucunes autres forces, ce qui a lieu à l'égard de la gravité, quand elle eſt ſuſpenduë du centre même de gravité, alors elle ſoutiendra une force, par laquelle elle ſera déterminée vers la direction magnétique. Elle ne pourra donc, hors de cette ſituation, reſter en équilibre, à moins qu'elle ne ſoit outre cela ſollicitée par une autre force, par laquelle l'action de la force magnétique ſoit détruite. Avant toutes choſes on rencontre par conſéquent dans la Théorie de la direction magnétique cette Queſtion : *Quelle eſt la force, qui, lorsque l'éguille eſt dans une ſituation différente de la direction magnétique, la pouſſe vers cette direction ?* Il ſera donc convenable d'examiner ſoigneuſement cette Queſtion avant que d'aller plus avant, parce que toute la Théorie dont il s'agit eſt fondée ſur ſa déciſion.

IV. Quoique la ſolution de cette Queſtion paroiſſe ne devoir être cherchée que par la ſeule voye de l'Expérience, on a pourtant des raiſons qui peuvent y conduire d'une maniere aſſez probable. Soit donc A B la direction magnétique, dont le terme B regarde le Septentrion, & A le midi, non à la vérité dans un plan horizontal, mais qu'un cercle vertical, mené par A B, regarde par la partie B le Septentri-

tentrion, & par la partie A le Midi. Que l'on conçoive en même tems une éguille magnétique ſuſpenduë du point O, qui ſoit ſon centre de gravité ; & premièrement, que ſa ſituation s'accorde avec la direction A B, de façon que ſon terme boréal B, marqué par une flêche, tombe ſur la région de la direction magnétique qui porte le même nom : comme dans cette ſituation l'éguille ſe trouve en équilibre, & que la gravité n'entre pas dans le calcul, la force magnétique eſt auſſi deſtituée d'action. Ainſi, quand l'éguille garde la ſituation même A B, elle n'eſt affectée en nulle maniere par la force magnétique, & dans cette ſituation toute la force ſollicitante évanouït ; autrement il ne pourroit y avoir d'équilibre.

V. A préſent que l'éguille ait la ſituation C O D, qui dans un plan quelconque décline de la ſituation naturelle B A, de l'angle B O C : car, comme la gravité n'entre ici pour rien, il eſt égal dans quel plan on prenne cette déclinaiſon B O C de la ſituation naturelle B A. L'éguille ne s'arrêtant donc point dans cette ſituation naturelle, il doit néceſſairement y avoir une force qui produiſe ce mouvement ; & comme il ſe fait par l'angle C O B, c'eſt à dire, dans le plan C O B, cette force pourra être repréſentée par la ligne C *c*, normale à la droite C O dans le même plan, & poſée ſelon la direction du mouvement qui doit s'enſuivre. Mais, puiſque ce mouvement eſt angulaire, il ne faut pas tant conſidérer cette force, que ſon moment, par lequel l'éguille eſt pouſſé autour de O ſuivant la direction C *c* dans le plan C O B. Et d'abord il eſt évident que ce moment dépend tellement de l'angle B O C, qu'il évanouït en même tems que cet angle.

VI. Si l'éguille ſe trouve dans la ſituation E F perpendiculaire à la direction magnetique A B, ce moment paroit devenir le plus grand, où l'éguille E F être pouſſée par la plus grande force E *e* de là vers la ſituation B A, dans le plan E O B. Car ſi l'angle de déclinaiſon devient plus grand qu'un droit, & que l'éguille ait la ſituation G O H, il eſt hors de doute qu'elle ſoutiendra un moindre moment de

de la force magnetique, par lequel l'extrémité G ſoit pouſſée vers B; & ainſi la force Gg, normale à OG dans le plan GOB, eſt moindre que ſi l'éguille étoit dans la ſituation EOF. Mais cette force évanouït de nouveau entierement, ſi l'éguille eſt placée dans la ſituation AOB, tout à fait oppoſée à la direction magnetique ; ſans que cette ſituation puiſſe pourtant être priſe pour un veritable état d'équilibre, vû que l'éguille, lorsqu'elle eſt le moins du monde troublée dans cette ſituation, n'y retourne point, mais ſe porte plutôt à la ſituation totalement oppoſée BOA. Néanmoins, ſi l'on a pris ſoin de la placer une fois très exactement dans cette ſituation contraire AOB, & qu'aucune force extérieure ne l'en détourne, elle y perſéverera.

VII. Ces choſes étant bien conſidérées, ſi nous appellons Φ l'angle BOC, duquel l'éguille COD décline de la ſituation naturelle, & que nous dénotions par la lettre V le moment de la force Cc, par lequel l'éguille eſt preſſée dans le plan COB vers ſa ſituation naturelle ; il eſt manifeſte premièrement, que la quantité V dépend tellement de l'angle Φ, qu'elle évanouït tant dans le cas $\Phi = 0$ que dans le cas $\Phi = 180°$. Enſuite, comme tout arrive entièrement de même, ſi la déclinaiſon ſe porte vers l'autre partie de la droite BA, excepté que la force doit être eſtimée alors négative, parce qu'elle agit ſur l'éguille dans la direction contraire, il eſt néceſſaire, ſi l'angle Φ eſt pris négativement, que la valeur de V même devienne négative, mais en conſervant la même quantité. Enfin, ſi l'angle Φ devient droit, la quantité V doit obtenir la plus grande valeur. Lors donc que l'angle Φ s'accroit depuis 0° jusqu'à 180°, la quantité V aura des valeurs poſitives ; mais, en allant de 180° à 360°, elle n'obtiendra que des valeurs négatives.

VIII. Nous ſatisferons très aiſément à toutes ces conditions, ſi nous établiſſons le moment V proportionnel au ſinus de l'angle de la déclinaiſon Φ : car alors il évanouït non ſeulement dans les deux cas $\Phi = 0$ & $\Phi = 180°$; mais il demeure auſſi poſitif, lorsque l'angle Φ eſt

eſt augmenté de 0° à 180° ; au contraire il devient négatif, ſi l'angle φ eſt négatif, ou va de 180° à 360°. Cette poſition qui eſt la plus ſimple, paroit auſſi s'accorder le mieux avec la Nature ; cependant je ne veux pas affirmer qu'elle ſoit véritable, jusqu'à ce que les Expériences l'ayent entierement confirmée. Je demande ſeulement qu'on me l'accorde pour quelque temps comme une ſimple hypotheſe, ſur laquelle il me ſoit permis d'établir ma Théorie ; & il ſera enſuite aiſé de juger, en la comparant avec les Expériences, ſi cette hypotheſe eſt conforme à la vérité ou non. Or on verra que les Expériences mettent dans un grand jour ſon accord avec la vériré.

IX. Dans quelque ſituation que ſoit donc l'éguille magnétique, nous pourrons aſſigner ſur le moyen de cette hypotheſe la force avec laquelle le magnétiſme la ſollicite. En effet, qu'on cherche combien ſa ſituation décline de la direction magnétique naturelle, & qu'on appelle l'angle de cette inclinaiſon $= \varphi$, alors l'éguille dans cette ſituation, ſera incitée au mouvement angulaire, dont la direction tend à la ſituation naturelle, par une force, dont le moment eſt proportionel au ſinus de l'angle φ. Qu'on établiſſe donc ce moment pour l'éguille donnée, de ſorte qu'il obtienne la forme des momens $= P k \sin \varphi$; où la lettre k dénote une certaine ligne droite, & P une certaine force, de maniere que le produit $P k$ dépende, tant de la quantité de l'éguille, que principalement de la force magnétique dont elle eſt imbuë. Car il eſt manifeſte que, plus la même éguille ſera imprégnée de la force magnétique, & plus ſera grand le moment $P k$; que l'on peut donc prendre commodément pour la meſure de la force magnétique abſoluë de l'éguille.

X. Quand même outre cela l'éguille ſeroit immobile, cependant le magnétiſme exerceroit la même force ſur elle ; mais ſi, étant mobile comme elle l'eſt, d'autres forces quelconques viennent encore à la ſolliciter, on pourra par la comparaiſon de ces forces avec la force magnétique définir, conformément aux loix connuës du mouvement,

celui que toutes ces forces réünies doivent imprimer à l'éguille. Posons donc que l'éguille ſoit attachée au centre même de gravité par un petit eſſieu normal à ſa direction, & que ce petit eſſieu ſoit tellement placé ſur deux ſupports horizontaux, qu'il puiſſe tourner avec une parfaite liberté autour de l'axe ; cas qu'il eſt très facile de réduire en pratique : & le mouvement de cette éguille ne pourra ſe faire que dans le plan vertical, auquel ce petit eſſieu eſt normal. Si donc ce plan vertical tombe ſur le méridien magnétique même, la ſituation où l'éguille s'arrêtera, indiquera la direction magnétique même.

XI. Mais, ſi le petit eſſieu, autour duquel l'éguille eſt mobile, ne paſſe pas par ſon centre de gravité même ; alors, quand même elle ſeroit ſuspenduë de façon que ſon mouvement dût ſe faire dans le méridien magnétique, cependant elle ne ſe fixera pas à la direction magnétique, mais elle choiſira hors d'elle une ſituation telle, que le moment de la force magnétique s'y trouve en équilibre avec le moment qui naît de la force de gravité. Pareillement, ſi l'éguille eſt ſuspenduë de maniere qu'elle doive ſe mouvoir dans un autre plan vertical, il en réſultera toujours la ſituation, dans laquelle l'équilibre de la force de gravité avec la force magnétique a lieu. Une pareille ſituation d'équilibre auroit auſſi toujours lieu, quand même l'éguille, pour exécuter ſon mouvement, ſeroit miſe ſur un plan incliné ; mais, comme alors le petit eſſieu devroit être incliné à l'horizon, on auroit peine à éviter une friction, par laquelle le mouvement ſeroit troublé. C'eſt pourquoi je ne rapporterai mes recherches qu'aux mouvemens de l'éguille qui ſe font dans un plan vertical.

XII. L'éguille étant donc diſpoſée de façon à ſe mouvoir dans un ſemblable plan, ſi nous voulons définir la ſituation à laquelle elle s'arrêtera, ou bien ſon mouvement, il eſt néceſſaire, quelle que ſoit ſa ſituation dans ce plan vertical, que nous réſolvions la force magnétique par laquelle elle eſt ſollicitée en deux forces, dont l'une tombe ſur le plan du cercle vertical, & l'autre lui ſoit normale, la direction de l'une & de l'autre étant perpendiculaire à la ſituation de l'éguille. La

pre-

premiere de ces forces ſera la ſeule employée à imprimer le mouvement à l'éguille, & l'incitera vers le haut ou vers le bas ; tandis que l'autre fera effort pour chaſſer l'éguille du plan vertical dans lequel elle eſt mobile, à quoi réſiſte la poſition & la fermeté du petit eſſieu. Toutes ces choſes étant préſuppoſées, je vais renfermer mes recherches, & tout ce qui appartient encore à cette Théorie, dans les Propoſitions ſuivantes.

PROPOSITION I.

XIII. *Si l'éguille eſt mobile dans le méridien magnétique même, & qu'elle y tienne une ſituation quelconque* POQ, *trouver le moment, par lequel la force magnétique la ſollicite.* Fig. 1.

SOLUTION.

Que le cercle AEPBFQ repréſente le méridien magnétique, dans lequel AOB ſoit la direction magnétique naturelle, regardant par l'extrémité B au ſeptentrion, & par l'extrémité H au midi. Soit de plus EF une droite verticale, & HOI horizontale ; la direction magnétique AB eſt donc déprimée vers le Septentrion au deſſous de l'horizon HI, de l'angle HOB, qui ſoit appellé $= \alpha$. Que l'éguille ait dans ce méridien la ſituation POQ, ayant en P ſon pole boréal, & en Q ſon pole auſtral. Comme cette poſition s'incline donc, ſoit à la verticale EF, ſoit à l'horizon HI, on connoîtra par là l'angle $BOP = \phi$, duquel la ſituation de l'éguille décline de la direction magnétique BOA. Le moment donc de la force, par lequel l'éguille eſt pouſſée vers la direction OB, ou qui l'excite au mouvement angulaire autour de O vers la région PB, ſera $= Pk \text{ ſin } \phi$; d'où réſulte le même effet que ſi en P étoit appliquée à l'éguille la force Pp, dont le moment ſeroit $= Pk \text{ ſin } \phi$.

COROLLAIRE I.

XIV. Dans cette ſituation donc POQ, l'éguille ne ſçauroit être en équilibre, à moins qu'elle ne ſoit outre cela ſollicitée par une

autre force, dont le moment lui ſoit égal & contraire. Mais, ſi l'éguille n'eſt pouſſée par aucune autre force, ce qui arrive quand le petit eſſieu paſſe par le centre même de gravité, elle ne s'arrêtera que dans la ſituation BOA.

COROLLAIRE 2.

XV. L'éguille donc, par le centre de gravité de laquelle paſſe le petit eſſieu, montrera par ſa ſituation d'équilibre la direction magnétique naturelle, pourvu quelle ſoit mobile dans le méridien magnetique. De cette maniere l'angle HOB, qu'on nomme ordinairement l'inclinaiſon magnétique, peut être découvert.

SCHOLIE 1.

XVI. Mais il eſt ſi difficile de fabriquer une ſemblable éguille, dont le petit eſſieu paſſe par le centre même de gravité, que les Ouvriers, en y apportant les plus grandes précautions, ne peuvent presque jamais atteindre ce but. En effet la force magnétique étant fort foible au prix de la gravité, ſi en faiſant traverſer l'eſſieu on s'écarte le moins du monde du centre de gravité, quand même les Expériences ordinaires ne pourroient pas découvrir l'erreur, cependant le moindre moment qui réſulte encore de la gravité, peut troubler aſſez notablement la ſituation d'équilibre. C'eſt là ſans doute la cauſe pour laquelle on n'a pû découvrir jusqu'à préſent par de ſemblables éguilles la véritable inclinaiſon magnétique, toutes les Expériences qui ont été faites à cet ègard ne conduiſant à aucune concluſion certaine. Ajoutez à cela que les éguilles ordinaires, de quelque roideur qu'elles ſoyent, dans leurs diverſes inclinaiſons, ſe courbent tant ſoit peu par leur propre poids, par où leur centre de gravité ſouffre quelque changement; ce qui trouble notablement l'état d'équilibre. Ces raiſons nous portent donc à examiner, s'il n'y auroit aucun moyen de découvrir la véritable inclinaiſon magnétique par le moyen de ſemblables éguilles, par le centre de gravité desquelles les petits eſſieux ne paſſent pas exactement. Ici nous prendrons pour guide le célébre M. *Da-*

M. *Daniel Bernoulli*, qui a traité cette matiere avec beaucoup de pénétration, dans une Piece qui a remporté le prix de l'Académie Royale des Sciences de Paris. Il n'y a eu encore que l'habile Artiſte *Dieteric*, à Bâle, connu ſi avantageuſement par ſes Aimans artificiels, qui ſoit venu à bout d'exécuter des éguilles, telles que M. *Bernoulli* les a propoſées pour cette fin ; & comme il en a envoyé deux ici toutes montées, nous rapporterons la ſuite de nos recherches à ces éguilles, afin que les Expériences faites par leur moyen puiſſent être aiſément comparées avec notre Théorie.

SCHOLIE 2.

XVII. Puisque nous avons deſſein de trouver une formule aſſez ſimple, pour exprimer le moment de la force qui pouſſe l'éguille placée dans une ſituation quelconque vers la direction magnétique naturelle, je crois qu'il eſt à propos de mettre ici une conjecture ſur la maniere dont la force magnétique agit ſur l'éguille. Car, quoique la véritable action de cette force paroiſſe demander les plus profondes recherches, il convient pourtant de concevoir idéalement une force, d'où naiſſe pour une ſituation quelconque de l'éguille le même moment, que nous avons déjà trouvé conforme à la vérité. Or comme le moment trouvé de la force magnétique eſt $= Pk \sin \phi$, il eſt clair que l'action de cette force eſt la même, que ſi à l'eguille PQ étoit appliquée au pole boréal P la force $P\pi$ de grandeur conſtante, & exerçant continuellement une preſſion parallèle à la direction magétique OB. En effet, ſi cette force conſtante eſt dite $= P$, la diſtance du pole P du centre du mouvement étant $OP = k$, à cauſe de l'angle $BOP = \phi$, le moment de cette force ſera ſans contredit $= Pk \sin \phi$. Mais une choſe remarquable, c'eſt que la force magnétique pour toute ſituation de l'éguille eſt équivalente à une force conſtante, & dont par conſéquent la direction ſeroit par tout la même, ſçavoir, parallèle à la direction magnétique. Une ſemblable force $Q\xi$ appliquée à l'autre pole de l'éguille Q, eſt auſſi conſtante, & preſſe vers la région oppoſée ; & comme on ne ſçauroit attribuer de prérogative à un pole

ſur l'autre, ces deux forces peuvent être conçuës ſolliciter enſemble l'éguille, dont l'une & l'autre ſera $= \frac{1}{2} P$, de ſorte qu'en les réünissant il en naît le moment Pk ſin Φ, ſans néanmoins que le centre de l'éguille ſoit affecté par ces forces, à cauſe qu'elles ſont égales & contraires. Mais, bien que la force magnétique n'agiſſe pas de cette maniere ſur l'éguille, comme l'effet en eſt cependant le même, que ſi elle exerçoit une ſemblable action ; cela pourra fournir des ſecours utiles pour la recherche de cette action même, inconnuë jusqu'à préſent. Car cela ſert d'abord à rejetter pluſieurs moyens d'expliquer cette force magnétique, qui pourroient ſe préſenter à l'eſprit, par la ſeule raiſon qu'ils répugnent à cette action ainſi concuë. Et ſi quelcun pouvoit imaginer une action conforme à la Théorie magnétique, & dont l'effet s'accordât avec celui qui eſt aſſigné ici, on auroit tout lieu de croire qu'il a atteint de fort près la vérité.

PROPOSITION II.

XVIII. *Si l'éguille eſt mobile dans un cercle vertical quelconque* EKF, *& qu'elle y tienne une ſituation quelconque* POQ, *trouver le moment par lequel l'éguille eſt ſollicitée au mouvement à cauſe de la force magnétique.* Fig. 3.

SOLUTION.

Il faut réduire la queſtion à la doctrine ſphèrique, & placer le petit eſſieu de l'éguille au centre de la ſphère O ſur des ſupports horizontaux, de façon que l'éguille ſoit mobile dans le cercle vertical EKF, où elle parvienne à la ſituation POQ, ſon pole boréal étant en P; dont par conſéquent l'inclinaiſon ſe rapporte à la droite verticale EF. Ou bien, en menant du centre O ſur ce plan vertical la droite horizontale OK, on aura une inclinaiſon de l'éguille de l'horizon meſurée par l'angle KOP, dont la meſure eſt l'arc KP. Mais le cercle EHFI n'a qu'à repréſenter le méridien magnétique, dans lequel la droite BOA ſoit la direction magnétique naturelle, regardant le Septentrion magnétique par l'extrémité B, & OH la droite horizontale, en ſorte que

que la meſure de l'inclinaiſon magnétique ſoit l'arc HB, dont le complément au quart de cercle eſt l'arc FB. Donc le cercle vertical EKF, dans lequel l'éguille eſt mobile, déclinera du méridien magnétique EHF de l'angle HOK, auquel eſt égal l'angle ſphérique E ou F; leſquelles choſes pouvant être regardées comme données, poſons

I. La déclinaiſon du vertical EKF du méridien magnétique EHF, ou l'angle $HOK = BFP = \omega$.

II. L'inclinaiſon magnétique HOB, ou l'arc $HB = \alpha$.

III. La dépreſſion de l'éguille POQ ſous l'horizon, ou l'angle KOP, & ſa meſure l'arc $KP = \theta$.

Par ces ſuppoſitions on peut déjà définir, combien la ſituation de l'éguille POQ décline de la direction magnétique BOA; laquelle déclinaiſon eſt exprimée par l'angle BOP, dont la meſure eſt l'arc du plus grand cercle BP mené par les points B & P. Appellons pour quelque tems cet angle POB, ou l'arc $BP = \phi$, & la force magnétique exercera ſur l'éguille le moment Pk ſin ϕ, par lequel elle s'efforce de conduire cette éguille placée dans le plan POB autour du centre vers OB. On doit donc concevoir que cette force eſt appliquée à l'éguille en P, de façon qu'elle eſt normale à l'éguille OP dans le plan POB. Mais comme cette force ne ſçauroit exercer un ſi grand effet, qu'autant que l'éguille eſt mobile dans le plan vertical EPF, il faut la réſoudre en deux, dont l'une agiſſe ſuivant PF, & l'autre ſuivant Ph, normale à l'arc PF dans la ſurface ſphérique; & l'autre produira l'effet entier, tandis que cette derniere ſe conſumera inutilement toute à faire tourner le petit eſſieu de l'éguille. Il naîtra donc de là une force qui déprime l'éguille OP dans le plan vertical OPF, dont le moment ſera $= Pk$ ſin ϕ coſ BPF $= Pk$ ſin BP coſ BPF; mais le moment de l'autre force Ph, qui fait effort pour chaſſer horizontalement l'éguille du plan vertical, ſera $= Pk$ ſin BP ſin BPF.

Pour définir ces momens, que l'on conſidère le triangle ſphérique BFP, pour lequel nous aurons premièrement,

ſin

$$\text{ſin } BFP : \text{ſin } BP = \text{ſin } BPF : \text{ſin } BF; \quad \text{\& de là}$$
$$\text{ſin } BP . \text{ſin } BPF = \text{ſin } BF . \text{ſin } BFP;$$

& ainſi, à cauſe de $\text{ſin } BF = \text{cof } HB = \text{cof } \alpha$ & $\text{ſin } BFP = \text{ſin } \omega$, le ſecond moment qui fait effort pour chaſſer l'éguille du plan vertical, ſera $= Pk \text{ cof } \alpha \text{ ſin } \omega$.

Enſuite nous avons par la trigonométrie ſphérique

$$\text{cof } BPF = \frac{\text{cof } BF - \text{cof } FP . \text{cof } BP}{\text{ſin } FP . \text{ſin } BP}, \quad \text{\& de là}$$

$$\text{ſin } BP . \text{cof } BPF = \frac{\text{cof } BF - \text{cof } FP . \text{cof } BP}{\text{ſin } FP}.$$

Mais les mêmes régles donnent

$$\text{cof } BP = \text{cof } BFP . \text{ſin } BF . \text{ſin } FP + \text{cof } BF . \text{cof } FP,$$

laquelle valeur étant ſubſtituée, nous obtiendrons

$$\text{ſin } BP . \text{cof } BPF = \frac{\text{cof } BF}{\text{ſin } FP} - \text{cof } BFP . \text{ſin } BF . \text{cof } FP - \frac{\text{cof } BF . \text{cof } FP^2}{\text{ſin } FP},$$

ou bien $\text{ſin } BP . \text{cof } BPF = \text{cof } BF . \text{ſin } FP - \text{cof } BFP . \text{ſin } BF . \text{cof } FP.$

Puis donc que $\text{cof } BF$ eſt $= \text{ſin } \alpha$, & $\text{ſin } BF = \text{cof } \alpha$, alors $\text{ſin } FP$ eſt $= \text{cof } \theta$; $\text{cof } FP = \text{ſin } \theta$, & $\text{cof } BFP = \text{cof } \omega$; le moment de la force qui déprime l'éguille dans le cercle vertical, ſera

$$EPF = Pk (\text{ſin } \alpha \text{ cof } \theta - \text{cof } \omega \text{ cof } \alpha \text{ ſin } \theta).$$

De cette maniere nous avons défini par de pures quantités connuës ce moment qui ſe conſume tout entier à imprimer le mouvement à l'éguille.

COROLLAIRE I.

XIX. Si donc l'éguille eſt dans une ſituation horizontale OK, ſur le plan vertical EKF, à cauſe de $\theta = 0$, ſon pole boréal P ſera preſſé

preſſé vers en-bas par une force dont le moment eſt $= P k \sin \alpha$; c'eſt à dire, tout autant que ſi elle avoit une ſituation horizontale dans le méridien magnétique même.

COROLLAIRE 2.

XX. Il ſera de plus facile de définir par là la ſituation de l'éguille dans le plan vertical EKF, où elle ſera exemte de toute impulſion au mouvement de la part de la force magnétique. Ce cas arrivera ſi $\sin \alpha \cos \theta = \cos \omega \cos \alpha \sin \theta$, d'où l'on a $\operatorname{tang} \theta = \frac{\operatorname{tang} \alpha}{\cos \omega}$.

COROLLAIRE 3.

XXI. Si donc le petit eſſieu paſſe par le centre de gravité de l'éguille, & qu'ainſi quant à la gravité elle ſoit indifférente à toutes les ſituations dans le plan vertical EKF, à cauſe de la force magnétique, elle s'arrêtera dans ce plan à la ſituation $\alpha\beta$, tellement inclinée à l'horizon OK, que $\operatorname{tang} OK\beta$ ſoit $= \frac{\operatorname{tang} \alpha}{\cos \omega}$.

COROLLAIRE 4.

XXII. Cette inclinaiſon de l'éguille dans un plan vertical quelconque eſt donc plus grande, que dans le méridien magnétique même; & ſi le plan vertical EKF eſt normal au méridien magnétique, l'éguille en recevra une ſituation verticale, ſon pole boréal ſe tournant en-bas, ſi l'éguille eſt déprimée dans le méridien magnétique au deſſous de l'horizon.

COROLLAIRE 5.

XXIII. Comme nous n'avons fait entrer dans notre formule que le coſinus de la déclinaiſon du plan vertical EKF du méridien magnétique, le moment de la force magnétique inclinante eſt le mêmes ſoit que le plan vertical décline du méridien vers l'Orient ou ver, l'Occident.

COROLLAIRE 6.

XXIV. Si donc l'éguille magnétique ſe trouve incliner également dans deux plans verticaux, il eſt néceſſaire que ces deux plans déclinent également de part & d'autre du méridien magnétique ; & l'on pourra par conſéquent connoitre par ce moyen la poſition du méridien magnétique.

COROLLAIRE 7.

XXV. Mais, comme dans tout plan vertical ſe trouve, outre la force inclinante, celle qui fait effort pour appliquer l'éguille horizontalement au méridien magnétique, la ſuſpenſion même de l'éguille doit ſoutenir l'action de cette force. Il faut donc prendre garde qu'elle ne chaſſe l'éguille du plan vertical où nous voulons qu'elle ſe meuve.

SCHOLIE.

XXVI. Des difficultés inſurmontables ne permettant pas qu'on faſſe des éguilles, dont le petit eſſieu paſſe exactement par le centre de gravité, en ſorte que par leur moyen on puiſſe découvrir la véritable inclinaiſon magnétique dans le méridien magnétique, & obſerver en même tems l'inclinaiſon dans un cercle vertical quelconque ; notre principal ſoin doit être d'enſeigner ici comment, par le moyen d'une éguille dreſſée de quelque maniere que ce ſoit, & dont le petit eſſieu ne paſſe pas exactement par le centre de gravité, on peut cependant faire des expériences, desquelles on ſoit en état de conclure d'une maniere également certaine la véritable inclinaiſon magnétique. Néanmoins, pour la commodité des expériences faites dans ce deſſein, il y a une certaine conſtruction requiſe dans ces éguilles ; & nous allons donner une explication diſtincte des raiſons pour lesquelles elle eſt requiſe. Nous accommoderons principalement cette explication aux éguilles qui nous ont été envoyées par l'Artiſte *Dieteric*, dont nous avons déjà fait mention, parce que nous nous en ſommes ſervis pour les Expériences qui ſeront rapportées plus bas ; & par là nous pourrons dans la ſuite y faire plus aiſément l'application du calcul deſtiné à les développer.

PRO-

PROPOSITION III.

XXVII. *Expoſer la conſtruction d'une éguille magnétique, par le moyen de laquelle on puiſſe faire commodément les expériences néceſſaires pour définir les phénomenes magnétiques.*

EXPLICATION.

Qu'on prépare avec le meilleur acier l'éguille PQ, en forme de flêche aiguë des deux côtés, dont la longueur ſoit d'un pied & demi, & la largeur auſſi bien que l'épaiſſeur telles qu'il n'y ait aucune courbure à craindre. Cette éguille, après qu'elle aura été percée vers le milieu en O d'un petit trou, afin qu'on y puiſſe faire paſſer normalement le petit eſſieu, doit être durcie au plus haut point ; & après y avoir fait paſſer le petit eſſieu, il faut y joindre l'indice de léton OI, qui ne ſoit pas trop librement mobile autour, afin qu'il puiſſe être placé pour toute ſorte de ſituation. Enfin, qu'on affermiſſe à l'éguille l'anneau de léton ABCD, dans le centre duquel doit ſe trouver le petit eſſieu O normal au plan de l'anneau, & qu'on diviſe ſon bord de la maniere accoûtumée en degrés, par leſquels on puiſſe connoitre la poſition quelconque de l'indice OI, l'indice lui-même pouvant être placé à volonté ſur tous les degrés. On joint auſſi à l'indice OI un petit poids OM dont il eſt chargé, afin que le centre commun de gravité de tout cet inſtrument puiſſe être varié comme on le juge à propos, & que la raiſon de cette variation ſoit intelligible. Alors l'éguille doit être imbuë de la vertu magnétique, à l'aide de petites barres d'acier qui en ſoyent fortement doüées ; après quoi elle ſera toute préparée. Je prens l'extrémité P pour le pole boréal, & Q pour le pole auſtral ; je fais commencer la diviſion du limbe du point A, d'où le rayon AO ſoit normal à la direction de l'éguille PQ, & elle continuë ſelon l'ordre des lettres A, B, C, D, comme la figure la repréſente. Qu'on faſſe enſuite le demi-cercle EHF de cuivre, dont le bord ſoit diviſé comme à l'ordinaire en degrés ; & que ſon diametre *ef* ſurpaſſe un peu la longueur de l'éguille PQ. Que ce demi-cercle garde toujours une ſituation verticale, en ſorte que ſon diametre ſoit horizontal, vers

Fig. 4.

Fig. 5.

quelque côté du monde qu'on le dirige. Enſuite, qu'on le diſpoſe de façon que le petit eſſieu de l'aiguille puiſſe être poſé ſur ſon centre O, étant normal au plan du demi-cercle, & que l'éguille puiſſe ſe mouvoir librement autour de lui ſur le bord. Pour cet effet, tandis que le petit eſſieu repoſe par une de ſes extrémités ſur le centre O du demi-cercle, il doit y avoir devant le demi-cercle un petit poteau, qui n'eſt pas exprimé dans la figure, ſur lequel on poſe l'autre extrémité, de ſorte que l'éguille ainſi ſuſpenduë entre ce petit poteau & le demi-cercle, peut ſe remuer librement. Mais, afin que ce demi-cercle demeure toujours dans un plan vertical, il doit y avoir deſſous un disque LN, traverſé par le clou K*k*, au moyen duquel il puiſſe être fiché dans le
Fig. 6. cercle horizontal fixe VXYZ, & ſe tourner librement ſur lui de tous les côtés. Le bord de ce cercle eſt pareillement diviſé en degrés, & porte outre cela les noms des quatre points cardinaux du Monde, *Nord*, *Eſt*, *Sud*, & *Oueſt ;* & il faut l'affermir de maniere que le diametre Nord-Sud ſoit dirigé ſuivant le méridien magnétique. Alors le disque, ou la baſe du demi-cercle, a dans ſon plan l'indice L*l*, qui, après que le demi-cercle a été placé ſur le cercle horizontal, en touchant la diviſion de ce bord, indique perpetuellement combien le plan du demi-cercle décline du méridien magnérique. De cette ſorte, ſi l'indice L*l* eſt appliqué au point du Nord, on comprend que le bord E*e* du demi-cercle regarde le Septentrion magnétique. Le cercle horizontal étant donc poſé à bon droit comme fondement, ſi l'on met deſſus un demi-cercle qui porte au centre une éguille magnétique, l'inſtrument ſe trouvera pourvu de tout ce qui eſt néceſſaire pour faire des Expériences dans quelque genre que ce ſoit. Car premièrement, on peut tourner à ſon grè de tous côtés le plan vertical du demi-cercle dans lequel l'éguille eſt mobile ; & enſuite, par le moyen de l'indice OMI, on peut auſſi varier à volonté l'état de l'éguille magnétique par rapport au centre de gravité.

SCHOLIE I.

XXVIII. Les Expériences qui peuvent être faites par le moyen de cet Inſtrument, conſiſtent en ce que l'indice de l'éguille OMI ayant

ayant été posé sur un certain degré du bord A B C D, & le demi-cercle ayant été placé en même tems à un certain angle de déclinaison du méridien magnétique, on observe quelle est l'inclinaison vers le bord du demi-cercle, lorsque l'éguille se trouve en équilibre. Dans chaque Expérience donc deux choses seront connuës, sçavoir premièrement la déclinaison du demi-cercle du méridien magnétique, qui est indiquée par l'angle V K *l* sur le bord horizontal du cercle ; & nous avons auparavant designé cet angle par la lettre ω. Enfuite la situation de l'indice O M I, dont l'éguille même est pourvuë, est aussi donnée ; & elle est définie par l'angle A O I depuis le commencement de la division A sur le bord A B C D. Posons donc cet angle A O I $= \eta$. Ces deux angles ω & η étant ainsi donnés, l'Expérience montrera l'inclinaison de l'éguille, ou la situation P O Q, dans laquelle elle est ramenée à l'équilibre ; donc cette inclinaison sera définie sur le bord du demi-cercle par l'angle E O P, que nous avons marqué ci-dessus par la lettre θ : & de cette maniere chaque Expérience pour les deux angles ω & η donnés fournira l'angle θ. Mais, comme cet angle θ dépend non seulement des angles ω & η, mais surtout de la nature de l'éguille, c'est à dire, de son centre de gravité, & du poids, ou de la masse, ensuite du petit poids de l'indice O M I, & de son centre de gravité propre ; en troisième lieu de la direction magnétique, dont l'inclinaison au dessous de l'horizon a été désignée ci-dessus par l'angle α, & en quatrième lieu, de la force magnétique même dont l'éguille est imprégnée, qui a été indiquée plus haut absolument par le moment P *k* ; si l'on fait plusieurs de ces Expériences, on pourra en déduire par le calcul toutes ces choses qui étoient encore inconnuës. Ainsi on sera en droit d'en conclurre, non seulement la vraye inclinaison magnétique α, mais aussi la quantité de la force magnétique de l'éguille même, avec sa nature, ou l'aberration du petit essieu à l'égard du centre de gravité : ce qui n'étend pas médiocrement les connoissances que nous possédions sur ce sujet.

SCHOLIE 2.

XXIX. Pour rappeller donc au calcul les autres choſes, que nous avons laiſſé comme inconnuës, ſoit, en ôtant le premier l'indice OMI, le poids de l'éguille avec le petit eſſieu & l'anneau de léton $= A$, qu'on pourroit aiſément regarder comme connu ; mais, parce que dans le calcul il eſt joint conſtamment aux autres élémens, il importe peu qu'on le prenne pour connu, ou non. Enſuite, ſoit le centre de gravité de ce même poids compoſé de l'éguille, du petit eſſieu, & de l'anneau ABCD, en G diſtant de l'axe du mouvement O de l'intervalle $OG = g$, lequel pouvant très difficilement être anéanti, qu'il ſoit au moins extrêmement petit, ce qui peut aiſément avoir lieu. De plus, en y joignant la droite OG, qu'il décline de la droite OA de l'angle $AOG = g$; & l'éguille pourroit aiſément être miſe en équilibre, de façon que le point G tomberoit ſur la droite OA : mais, pour ne pas trop exiger de l'induſtrie de l'ouvrier, ayons auſſi égard à cette déclinaiſon $AOG = \gamma$, quoique cela rende le calcul un peu plus compliqué. Enſuite, ſoit le poids de l'indice OMI, mobile autour du petit eſſieu de l'éguille $= M$, le centre de gravité en M, & ſa diſtance de l'axe du mouvement, $OM = d$. Ce ſont donc là les quantités, qui appartiennent à la fabrique de l'éguille même, & qu'on eſt en état de définir par les Expériences ſusdites ; mais, quant aux conſéquences qui peuvent en être déduites pour connoître la force magnétique, elles ſe rapportent premièrement à l'inclinaiſon magnétique naturelle, dont la dépreſſion au deſſous de l'horizon eſt exprimée par l'angle α, & enſuite à la quantité de la force magnétique dont l'éguille eſt imbuë, pour la meſure de laquelle on peut prendre le moment abſolu Pk. Or il eſt clair, qu'en faiſant bien les expériences, & au cas que notre Théorie ſoit conforme à la vérité, quelle que ſoit la ſtructure de l'aiguille, & ſoit qu'elle poſſede plus ou moins de vertu magnétique, il doit en réſulter toujours la même inclinaiſon magnétique pour le même lieu & pour le même tems. De là même on pourra auſſi inférer, ſi la Théorie eſt d'accord avec la vérité, ou non ; ſurtout en faiſant de ſemblables Expériences avec différentes éguilles.

SCHO-

SCHOLIE 3.

XXX. Ces Expériences peuvent auſſi être faites avec la même éguille avant qu'elle ſoit imprégnée de la vertu magnétique ; & dans ce cas la déclinaiſon du demi-cercle du méridien magnétique n'entrera pas dans le calcul. Pourvû donc que le demi-cercle ſoit dans une ſituation verticale, qu'on recherche pour toutes les poſitions de l'indice OMI la ſituation d'équilibre de l'éguille ou ſon inclinaiſon EOP au deſſous de l'horizon. Poſons donc, ayant pris l'angle $AOI = \eta$, qu'on obſerve l'angle $EOP = \zeta$, qui, après que l'éguille aura reçu la vertu magnétique, ſera $= \theta$, de ſorte qu'alors la différence des angles ζ & θ doive être attribuée à l'action de la force magnétique, laquelle différence, lorſqu'elle ſe trouvera nulle, on peut eſtimer que la ſituation de l'éguille s'accorde avec la ſituation naturelle que la force magnétique affecte ; & ſi cela arrive dans le méridien magnétique même, les inclinaiſons conſpirantes ζ & θ déclareront la vraye inclinaiſon magnétique. Comme cette maniere n'exige aucun calcul, elle eſt très remarquable, & cela d'autant plus qu'elle ne dépend d'aucune théorie ; c'eſt auſſi celle que l'habile Artiſte *Dieteric* s'eſt principalement propoſé de ſuivre dans ſa conſtruction des éguilles. Si donc nous voulons nous en ſervir, il eſt néceſſaire, avant que de donner la force magnétique aux éguilles, de faire des Expériences pour découvrir tous les angles η de l'angle ζ, & les noter dans une Table ; ou auſſi, comme l'a fait l'Inventeur, ces angles ζ peuvent être marqués ſur le bord au lieu de la diviſion accoûtumée. Mais, comme l'éguille ne ſe trouve preſque jamais dans un état où elle ſoit entiérement deſtituée de force magnétique, il ſera plus ſûr de détourner ſon attention de ces angles ζ, & de procéder uniquement dans nos recherches par des Expériences faites ſur une éguille déjà imbuë de la force magnétique. Expoſons cependant auparavant la methode de trouver les angles ζ ; & nous accommoderons ce calcul aux éguilles magnétiques.

PRO-

PROPOSITION IV.

XXXI. *Si l'éguille eſt deſtituée de toute force magnétique, définir pour une ſituation quelconque de l'indice* OMI, *la ſituation d'équilibre à laquelle l'éguille s'arrêtera.* Fig. 5.

SOLUTION.

L'angle $AOI = \eta$ étant donc donné, on doit trouver l'angle $EOP = \zeta$, afin que l'éguille ſoit en équilibre. Or, la droite OA étant normale à la direction de l'éguille PQ, & la droite OH verticale par l'hypotheſe, on aura l'angle $AOH = \zeta$, & $HOI = \eta - \zeta$. Enſuite, à cauſe de l'angle $AOG = \gamma$, HOG ſera $= \zeta + \gamma$, d'où naîtra du propre poids A de l'éguille le moment propre à tourner l'éguille vers la région PE $= Ag \sin(\zeta + \gamma)$; mais le petit poids de l'indice M fournira le moment pour la region oppoſée $= Md \sin(\eta - \zeta)$. C'eſt pourquoi, comme l'éguille eſt en équilibre, & qu'on ne ſuppoſe pas qu'elle ſoit ſollicitée par aucune autre force, nous aurons cette équation

$$Ag \sin(\zeta + \gamma) = Md \sin(\eta - \zeta),$$

qui en réſolvant les ſinus des angles ſe change en celle-ci

$$Ag \sin\zeta . \cos\gamma + Ag \cos\zeta . \sin\gamma = Md \sin\eta . \cos\zeta - Md \cos\eta . \sin\zeta,$$

d'où l'on tire

$$\operatorname{tang}\zeta = \frac{Md \sin\eta - Ag \sin\gamma}{Ag \cos\gamma + Md \cos\eta}.$$

COROLLAIRE I.

XXXII. On pourroit donc définir *à priori* pour un angle quelconque $AOI = \eta$, ou pour la ſituation de l'indice OMI, la ſituation d'équilibre de l'éguille qui y répond, ou l'angle $EOP = \zeta$, ſi premièrement l'on étoit aſſuré de l'angle γ, & enſuite de la raiſon d'Ag à Md. Car, en poſant $\frac{Ag}{Md} = m$, on aura

$$\operatorname{tang}\zeta = \frac{\sin\eta - m \sin\gamma}{\cos\eta + m \cos\gamma},$$

où

où l'on doit noter, que ſi tang ζ ſe trouve négatif, l'angle EOP devient négatif, & l'extrémité de l'éguille P s'éleve au deſſus de la droite horizontale FE.

COROLLAIRE 2.

XXXIII. Si le petit eſſieu O paſſoit par le centre même de gravité G, en ſorte que OG fut $= g = 0$, alors tang ζ ſeroit $=$ tang η, par conſéquent $\zeta = \eta$. C'eſt à dire que dans l'équilibre l'indice OMI tiendroit toujours la ſituation verticale.

COROLLAIRE 3.

XXXIV. Mais, de quelque maniere que le centre de gravité s'écarte du petit eſſieu O, deux Expériences ſuffiſent pour définir les quantités m & γ, & dès que celles-ci ſeront connues, les angles répondans pour tous les autres angles η pourront être déterminés par le ſeul calcul.

EXEMPLE.

XXXV. Suppoſons qu'on faſſe quatre Expériences, par leſquelles l'indice OMI ſoit placé dans quatre points principaux du bord, A, B, C, D : ſçavoir

ſi l'on poſe	être obſervé	on aura
I. $\eta = 0°$	$\zeta = \mathfrak{A}$	$\text{tang}\,\mathfrak{A} = \frac{-m \sin\gamma}{1+m\cos\gamma}$
II. $\eta = 90°$	$\zeta = \mathfrak{B}$	$\text{tang}\,\mathfrak{B} = \frac{1-m\sin\gamma}{m\cos\gamma}$
III. $\eta = 180°$	$\zeta = \mathfrak{C}$	$\text{tang}\,\mathfrak{C} = \frac{-m\sin\gamma}{-1+m\cos\gamma}$
IV. $\eta = 270°$	$\zeta = \mathfrak{D}$	$\text{tang}\,\mathfrak{D} = \frac{-1-m\sin\gamma}{m\cos\gamma}$

Et de deux quelconques on pourra définir tant le nombre m que l'angle γ : car du premier & du troiſième nous tirerons

$$\cot \mathfrak{A} + \cot \mathfrak{C} = \frac{2m \cos \gamma}{-m \sin \gamma} = -2 \cot \gamma \cdot \cot \mathfrak{A} - \cot \mathfrak{C} = \frac{2}{-m \sin \gamma},$$

ou bien $m = \frac{2}{(\cot \mathfrak{C} - \cot \mathfrak{A}) \sin \gamma}$; & du ſecond & du quatrième,

$$\text{tang}\,\mathfrak{B} + \text{tang}\,\mathfrak{D} = \frac{-2m \sin \gamma}{m \cos \gamma} = -2 \text{ tang } \gamma : \text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{D} = \frac{2}{m \cos \gamma},$$

ou $m = \frac{2}{(\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{D}) \cos \gamma}$.

On pourra donc trouver par là de deux manieres l'angle γ, ſçavoir,

$$\text{tang } \gamma = \frac{-2}{\cot \mathfrak{A} + \cot \mathfrak{C}}, \text{ \& tang } \gamma = \frac{-\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{D}}{2},$$

& enſuite auſſi de deux manieres le nombre m ſçavoir :

$$m = \frac{2}{(\cot \mathfrak{C} - \cot \mathfrak{A}) \sin \gamma}, \quad \& \quad m = \frac{2}{(\text{tang}\,\mathfrak{B} - \text{tang}\,\mathfrak{D}) \cos \gamma},$$

leſquelles deux valeurs doivent conſpirer, ſi les Expériences ont été faites avec tout le ſoin poſſible : mais ſi l'on remarque quelque legère différence, ce qui arrive pour l'ordinaire, en prenant un terme moyen, on approchera davantage de la vérité.

SCHOLIE.

XXXVI. De deux Expériences quelconques on pourra déduire le nombre m avec l'angle γ, de cette maniere,

ſi l'on prend	ſoit obſervé	& l'on aura
I. $\eta = \mathfrak{e}$	$\zeta = \mathfrak{E}$	$\text{tang}\,\mathfrak{E} = \frac{\sin \mathfrak{e} - m \sin \gamma}{\cos \mathfrak{e} + m \cos \gamma}$
II. $\eta = \mathfrak{f}$	$\zeta = \mathfrak{F}$	$\text{tang}\,\mathfrak{F} = \frac{\sin \mathfrak{f} - m \sin \gamma}{\cos \mathfrak{f} + m \cos \gamma}$

Qu'on

Qu'on tire donc de là les quantités $m \sin \gamma$ & $m \cos \gamma$, qui ſe produiront

$$m \sin \gamma = \frac{\sin f . \operatorname{tang} \mathfrak{E} - \sin e . \operatorname{tang} \mathfrak{F} + (\cos e - \cos f) \operatorname{tang} \mathfrak{E} . \operatorname{tang} \mathfrak{F}}{\operatorname{tang} \mathfrak{E} - \operatorname{tang} \mathfrak{F}}$$

$$m \cos \gamma = \frac{\sin e - \sin f + \cos f . \operatorname{tang} \mathfrak{F} - \cos e . \operatorname{tang} \mathfrak{E}}{\operatorname{tang} \mathfrak{E} - \operatorname{tang} \mathfrak{F}} .$$

Que ſi l'on a fait deux Expériences en vertu desquelles $\mathfrak{E}$ ſoit $= 0°$ & $\mathfrak{F} = 90°$, on aura $m \sin \gamma = \sin e$, & $m \cos \gamma = - \cos f$, & par conſéquent $\operatorname{tang} \gamma = - \frac{\sin e}{\cos f}$, & $m = V (\sin e^2 + \cos f^2)$. Et les angles e & f étant une fois obſervés, on aura pour tous les autres

$$\operatorname{tang} \zeta = \frac{\sin \eta - \sin e}{\cos \eta - \cos f} = - \frac{\cos \frac{\eta + e}{2} . \sin \frac{\eta - e}{2}}{\sin \frac{\eta + f}{2} . \sin \frac{\eta - f}{2}} .$$

Il ſeroit à la vérité facile de gouverner l'éguille de façon que l'angle γ évanouïroit, & que l'éguille ſeroit dans une ſituation horizontale, l'indice OI étant placé en A, dans lequel cas notre formule deviendroit ſans contredit plus ſimple.

Mais il faut obſerver de plus qu'on prend ici une éguille entièrement exempte de toute vertu magnétique ; car, ſi elle en avoit tant ſoit peu, toutes ces Expériences pourroient induire en erreur. C'eſt pourquoi il eſt expédient de ne pas même fonder nos recherches ſur cette hypotheſe capable de tromper ; mais, quoique l'angle γ paroiſſe évanouïr, quand on fait des Expériences avant que l'éguille ſoit imbuë de la vertu magnétique, il faut pourtant le retenir comme inconnu dans le calcul, afin qu'il puiſſe être finalement déterminé avec les autres élemens inconnus, par le moyen des Expériences qui ſe font après l'introduction de la vertu magnétique.

PROPOSITION V.

XXXVII. *Un cercle vertical étant donné, dans lequel l'éguille magnétique eſt mobile, & ſon indice* OMI *étant placé à un degré donné du bord, définir l'inclinaiſon* EOP, *par laquelle l'éguille ſe trouvera en équilibre.*

SOLUTION.

Premièrement donc eſt donnée la déclinaiſon du plan vertical dans lequel l'éguille eſt mobile, du méridien magnétique, ou l'angle VKL dans la Fig. 6. qui ſoit $= \omega$. Enſuite, pour l'indice de l'éguille eſt donné (Fig. 5.) l'angle $AOI = \eta$; après quoi, pour ce qui regarde la fabrique de l'éguille, ſoit ſon centre de gravité en G, & l'angle $AOG = \gamma$. Qu'on poſe de plus le poids de l'éguille $= A$, l'intervalle $OG = g$, le poids de l'indice $OMI = M$, & ſon éloignement du centre de gravité M de l'axe du mouvement $OM = d$. Enfin, que l'éguille ſoit imbuë d'une force magnétique, par laquelle ſon moment abſolu ſoit $= Pk$, moment par le quel elle ſeroit preſſée vers la direction magnétique, ſi elle en étoit diſtante d'un angle droit. Ces élémens étant ainſi conſidérés comme connus, ſoit l'inclinaiſon de l'éguille qui eſt en équilibre, ou l'angle $EOP = \theta$, qu'il faut trouver.

Comme à préſent la droite OE eſt horizontale, & OH verticale, l'angle AOH ſera $= \theta$, l'angle $GOH = \theta + \gamma$, & l'angle $HOI = \eta - \theta$: de là donc en vertu du poids de l'éguille naît le moment qui pouſſe l'éguille en haut $= Ag \sin(\theta + \gamma)$; mais le petit poids de l'indice donne le moment dépriment $= Md \sin(\eta - \theta)$. Or de la force magnétique procede, comme nous l'avons trouvé ci-deſſus §. XVIII. le moment qui fait effort pour déprimer l'éguille dans le vertical propoſé $= Pk(\sin\alpha.\cos\theta - \cos\omega.\cos\alpha\sin\theta)$, où α eſt l'inclinaiſon naturelle magnétique. Ces forces donc, par leſquelles l'éguille eſt ſollicitée, étant trouvées, comme l'éguille dans la ſituation POQ eſt en équilibre, nous aurons cette équation

$$Ag\sin(\theta+\gamma) = Md\sin(\eta-\theta) + Pk(\sin\alpha.\cos\theta - \cos\omega.\cos\alpha.\sin\theta).$$

Divi-

Diviſons d'abord cette équation par Md, & poſons pour abréger

$$\frac{Ag}{Md} = m \qquad \& \qquad \frac{Pk}{Md} = n,$$

après quoi faiſons la réſolution des ſinus des angles compoſés $\theta + \gamma$ & $\eta - \theta$, afin d'obtenir cette équation

$$m \sin\theta . \cos\gamma + m \cos\theta . \sin\gamma = \sin\eta . \cos\theta - \cos\eta . \sin\theta + n \sin\alpha \cos\theta - \cos\omega . \cos\alpha . \sin\theta ;$$

de laquelle nous tirerons auſſi-tôt

$$\text{tang}\ \theta = \frac{\sin\eta - m \sin\gamma + n \sin\alpha}{\cos\eta + m \cos\gamma + n \cos\alpha . \cos\omega}.$$

COROLLAIRE 1.

XXXVIII. Si donc l'éguille eſt mobile dans le méridien magnétique même, ou que (comme fig. 6.) l'indice K*l* ſoit placé au *Nord*, à cauſe de $\omega = 0$, on aura

$$\text{tang}\ \theta = \frac{\sin\eta - m \sin\gamma + n \sin\alpha}{\cos\eta + m \cos\gamma + n \cos\alpha},$$

mais, ſi l'indice K*l* eſt mis au *Sud*, on aura

$$\text{tang}\ \theta = \frac{\sin\eta - m \sin\gamma + n \sin\alpha}{\cos\eta + m \cos\gamma - n \cos\alpha}.$$

COROLLAIRE 2.

XXXIX. En plaçant l'indice à l'*Eſt*, ou à l'*Oueſt*, il en réſulte la même inclinaiſon de l'éguille

$$\text{tang}\ \theta = \frac{\sin\eta - m \sin\gamma + n \sin\alpha}{\cos\eta + m \cos\gamma}$$

En général l'inclinaiſon de l'éguille ſera la même, ſi le plan vertical décline également de part & d'autre du méridien magnétique.

COROLLAIRE 3.

XL. Pour les principales poſitions de l'indice OMI, l'inclinaiſon θ ſera de la maniere ſuivante :

I. ſi $\eta = 0$, on aura $\text{tang}\,\theta = \frac{-m \sin\gamma + n \sin\alpha}{1 + m\cos\gamma + n\cos\alpha\cos\omega}$

II. ſi $\eta = 90°$, on aura $\text{tang}\,\theta = \frac{1 - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{m\cos\gamma + n\cos\alpha\cos\omega}$

III. ſi $\eta = 180°$, on aura $\text{tang}\,\theta = \frac{-m\sin\gamma + n\sin\alpha}{-1 + m\cos\gamma + n\cos\alpha\cos\omega}$

IV. ſi $\eta = 270°$, on aura $\text{tang}\,\theta = \frac{-1 - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{m\cos\gamma + n\cos\alpha\cos\omega}$

COROLLAIRE 4.

XLI. Si le nombre $n = \frac{Pk}{Md}$ évanouïſſoit, dans toute ſituation verticale la même inclinaiſon de l'éguille répondroit au même angle $AOI = \eta$, & l'on ne pourroit en rien conclurre au ſujet de la vraye inclinaiſon. Ainſi, pour éviter que cela n'arrive, le moment de l'indice Md ne doit pas être trop grand par rapport au moment de la force magnétique abſoluë Pk.

COROLLAIRE 5.

XLII. Le même inconvénient auroit lieu, ſi le nombre $m = \frac{Ag}{Md}$ excédoit ſi énormement l'unité, que le nombre n fut trés petit à ſon égard. C'eſt pour prévenir ce cas que le moment Ag doit être le plus petit qu'il ſoit poſſible, c'eſt à dire, que le petit eſſieu O doit s'écarter du centre de gravité de l'éguille G le moins qu'il ſe peut.

SCHOLIE.

XLIII. Afin donc de rendre une éguille tout à fait propre aux recherches qu'on ſe propoſe ici, les régles ſuivantes doivent être obſer-

ſervées dans ſa conſtruction. D'abord qu'on faſſe une éguille aſſez longue, afin que les degrés marqués au bord du demi-cercle deviennent plus grands, & que l'on puiſſe connoitre plus exactement une inclinaiſon quelconque de l'éguille ; enſuite qu'on donne à l'éguille la largeur & l'épaiſſeur dont elle a beſoin pour recevoir une force magnétique conſidérable ; ſur quoi il faut conſulter l'expérience. En ſecond lieu, on doit tâcher de faire paſſer le petit eſſieu O auſſi près du centre de gravité qu'il ſera poſſible, & le placer dans la plus grande exactitude normalement à la longueur de l'éguille. En troiſième lieu, on joint à l'indice un poids tel, que ſi la diſtance de ſon centre de gravité de l'axe de mouvement cauſe une multiplication, le produit n'en ſoit, ni notablement moindre, que celui qui eſt donné par le poids de l'éguille & la diſtance de ſon centre de gravité de l'axe de mouvement, ni pourtant notablement plus grand que le moment abſolu de la force magnétique ; c'eſt à dire qu'il eſt néceſſaire, que la fraction $m = \frac{Ag}{Md}$ ne ſoit pas trop grande, ni la fraction $n = \frac{Pk}{Md}$ trop petite. Enſuite il eſt clair de ſoi-même, que l'éguille doit repoſer ſur le demi-cercle de façon que le petit eſſieu paſſe préciſément par ſon centre, & ſoit en même tems normal à ſon plan : afin qu'il puiſſe tourner en parfaite liberté, & ne rencontre aucune friction. Si l'on fabrique une éguille avec tout le ſoin poſſible conformément à ces régles, & que le demi-cercle ſoit placé ſur la baſe circulaire, de façon que, de quelque côté qu'il ſe tourne, le diametre EF demeure horizontal ; alors la machine entiere ſera diſpoſée d'une maniere convenable aux Expériences, qui conſiſtent en ceci : c'eſt que, pour un plan vertical quelconque, dans lequel le demi-cercle tourne avec l'éguille, & pour une ſituation quelconque de l'indice, ou pour l'angle $AOI = \eta$, on définiſſe l'inclinaiſon de l'éguille par la diviſion du bord du demi-cercle. Mais, avant que de voir ſi l'on peut tirer aucune concluſion de ſemblables Expériences, il conviendra d'examiner quelques rélations générales qui ont lieu entr'el-

trelles ; car il y a en effet entre ces Expériences une telle rélation que, quand on en a fait un certain nombre, on peut enſuite d'après elles définir par la ſeule théorie l'événement de toutes celles qui peuvent encore être faites ; de ſorte qu'il ſeroit ſuperflu de paſſer outre, de nouvelles Expériences ne pouvant plus mener à des concluſions ultérieures.

PROPOSITION VI.

XLIV. *Le demi-cercle ayant été affermi dans un plan vertical quelconque, ſi l'on a obſervé l'inclinaiſon de ſon éguille pour deux poſitions de l'indice, elles ſuffiſent pour mettre en état d'aſſigner l'inclinaiſon pour une autre ſituation quelconque de l'indice.*

DÉMONSTRATION.

L'angle de déclinaiſon $VKl = \omega$ demeurant le même, ſuppoſons que deux Expériences ayent été faites, & que

en prenant l'angle	on ait obſervé l'inclinaiſon	& à cauſe de cela ou aura
I. $\eta = \mathfrak{e}$	$\theta = \mathfrak{E}$	$\operatorname{tang}\mathfrak{E} = \frac{\sin\mathfrak{e} - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos\mathfrak{e} + m\cos\gamma + n\cos\alpha\cos\omega}$
II. $\eta = \mathfrak{f}$	$\theta = \mathfrak{F}$	$\operatorname{tang}\mathfrak{F} = \frac{\sin\mathfrak{f} - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos\mathfrak{f} + m\cos\gamma + n\cos\alpha\cos\omega}$

On tire donc delà

$$\operatorname{tang}\mathfrak{E}(\cos\mathfrak{e} + m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\omega) - \sin\mathfrak{e} = -m\sin\gamma + n\sin\alpha$$

$$\operatorname{tang}\mathfrak{F}(\cos\mathfrak{f} + m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\omega) - \sin\mathfrak{f} = -m\sin\gamma + n\sin\alpha$$

$$m\cos\gamma + n\cos\alpha\cos\omega = \frac{\sin\mathfrak{e} - \sin\mathfrak{f} - \cos\mathfrak{e}\operatorname{tang}\mathfrak{E} + \cos\mathfrak{f}\operatorname{tang}\mathfrak{F}}{\operatorname{tang}\mathfrak{E} - \operatorname{tang}\mathfrak{F}}$$

$$-m\sin\gamma + n\sin\alpha = \frac{\sin\mathfrak{e}.\operatorname{tag}\mathfrak{F} - \sin\mathfrak{f}.\operatorname{tag}\mathfrak{E} - (\cos\mathfrak{e} - \cos\mathfrak{f})\operatorname{tag}\mathfrak{E}.\operatorname{tag}\mathfrak{F}}{\operatorname{tang}\mathfrak{E} - \operatorname{tang}\mathfrak{F}}$$

On

On connoit donc par les ſeuls quatre angles $\mathfrak{e}, \mathfrak{E}, \mathfrak{f}, \mathfrak{F}$, les valeurs des formules $-m \sin\gamma + \mathfrak{e} \sin\alpha$, & $m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\omega$. C'eſt pourquoi ſi nous poſons pour abréger

$$-m \sin\gamma + n \sin\alpha = E, \text{ \& } m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\omega = F$$

où E & F ſeront des nombres connus ; pour l'angle AOI quelconque η l'éguille s'inclinera à l'angle $EOP = \theta$, de ſorte que tang θ ſoit $= \frac{\sin\eta + E}{\cos\eta + F}$, pourvû que l'on conſerve la même déclinaiſon ω du plan vertical, qui avoit été priſe en faiſant ces deux Expériences.

COROLLAIRE 1.

XLV. Les formules trouvées par la compoſition des ſinus & des coſinus pourront être renduës plus ſimples, de façon que ſoit

$$-m \sin\gamma + n \sin\alpha = E = \frac{\sin(\mathfrak{e}-\mathfrak{E})\sin\mathfrak{F} - \sin(\mathfrak{f}-\mathfrak{F})\sin\mathfrak{E}}{\sin(\mathfrak{E}-\mathfrak{F})}$$

$$m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\omega = F = \frac{\sin(\mathfrak{e}-\mathfrak{E})\cos\mathfrak{F} - \sin(\mathfrak{f}-\mathfrak{F})\cos\mathfrak{E}}{\sin(\mathfrak{E}-\mathfrak{F})}$$

ce qui étant trouvé, on aura tang $\theta = \frac{\sin\eta + E}{\cos\eta + F}$.

COROLLAIRE 2.

XLVI. Si l'on fait deux autres Expériences ſemblables pour la même déclinaiſon ω, les valeurs des mêmes quantités E & F peuvent être trouvées de pluſieurs manieres ; & ſi elles ne ſont pas parfaitement d'accord entr'elles, il faut l'attribuer à quelque erreur des Expériences mêmes ; mais ſi l'on prend des termes moyens entre pluſieurs de ces valeurs, ils pourroient être regardés comme les vrayes valeurs des quantités E & F.

COROLLAIRE 3.

XLVII. Mais, afin que l'erreur commiſe dans les Expériences ait le moins d'influence qu'il ſera poſſible, il conviendra d'attribuer à

l'indice deux ſituations telles, que les inclinaiſons qui en naiſſent différent extrêmement ce qui arrivera à peu près, ſi l'on prend $\epsilon = 90°$ & $\mathfrak{f} = 270°$; alors on aura

$$E = \frac{\cos\mathfrak{E}.\sin\mathfrak{F} + \sin\mathfrak{E}.\cos\mathfrak{F}}{\sin(\mathfrak{E}-\mathfrak{F})} = \frac{\sin(\mathfrak{E}+\mathfrak{F})}{\sin(\mathfrak{E}-\mathfrak{F})}$$

$$F = \frac{\cos\mathfrak{E}.\cos\mathfrak{F} + \cos\mathfrak{E}.\cos\mathfrak{F}}{\sin(\mathfrak{E}-\mathfrak{F})} = \frac{2\cos\mathfrak{E}.\cos\mathfrak{F}}{\sin(\mathfrak{E}-\mathfrak{F})}.$$

COROLLAIRE 4.

XLVIII. Ces deux nombres E & F ayant été déterminés avec toute l'exactitude poſſible, il en réſultera pour la connoiſſance de l'éguille & de la force magnétique, que

$$m = \frac{F\sin\alpha - E\cos\alpha.\cos\omega}{\sin\alpha.\cos\gamma + \cos\alpha.\sin\gamma.\cos\omega}; \quad n = \frac{E\cos\gamma + F\sin\gamma}{\sin\alpha.\cos\gamma + \cos\alpha.\sin\gamma.\cos\omega}.$$

PROPOSITION VII.

XLIX. *L'indice* OMI *demeurant immobile, ſi l'inclinaiſon de l'éguille a été obſervée pour deux plans verticaux, on peut déterminer par là au moyen du ſeul calcul l'inclinaiſon de l'éguille pour un autre plan vertical quelconque.*

DÉMONSTRATION.

Que l'angle AOI demeure donc $= \eta$, & que pour deux plans verticaux différens, ou pour deux angles ω, on obſerve l'inclinaiſon de l'éguille magnetique, de façon que

l'angle ω étant poſé		ſoit	on aura
I.	$\omega = \mu$	$\theta = \mathfrak{M}$	$\text{tang}\,\mathfrak{M} = \frac{\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos\eta + m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\mu}$
II.	$\omega = \nu$	$\theta = \mathfrak{N}$	$\text{tang}\,\mathfrak{N} = \frac{\sin\eta - m\sin\gamma + n\sin\alpha}{\cos\eta + m\cos\gamma + n\cos\alpha.\cos\nu}$

Com-

Comme donc il ſe fait de là

$$\text{tang}\,\mathfrak{M}(\text{cof}\,\eta + m\,\text{cof}\,\gamma + n\,\text{cof}\,\alpha.\text{cof}\,\mu) = \text{tg}\,\mathfrak{N}(\text{cof}\,\eta + m\,\text{cof}\,\gamma + n\,\text{cof}\,\alpha.\text{cof}\,\nu)$$

on aura $\text{cof}\,\eta + m\,\text{cof}\,\gamma = \dfrac{n\,\text{cof}\,\alpha\,(\text{cof}\,\mu.\,\text{tang}\,\mathfrak{M} - \text{cof}\,\nu.\,\text{tang}\,\mathfrak{N})}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}}$

& $\text{ſin}\,\eta - m\,\text{ſin}\,\gamma + n\,\text{ſin}\,\alpha = \dfrac{n\,\text{cof}\,\alpha\,(\text{cof}\,\mu - \text{cof}\,\nu)\,\text{tang}\,\mathfrak{M}.\,\text{tang}\,\mathfrak{N}}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}}$

Qu'on poſe pour abréger

$$G = \frac{\text{cof}\,\mu\,\text{tang}\,\mathfrak{M} - \text{cof}\,\nu\,\text{tang}\,\mathfrak{N}}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}} \;\&\; H = \frac{(\text{cof}\,\mu - \text{cof}\,\nu)\,\text{tang}\,\mathfrak{M}.\,\text{tang}\,\mathfrak{N}}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}},$$

afin d'avoir

$$\text{cof}\,\eta + m\,\text{cof}\,\gamma = n\,G\,\text{cof}\,\alpha, \;\&\; \text{ſin}\,\eta - m\,\text{ſin}\,\gamma + n\,\text{ſin}\,\alpha = n\,H\,\text{cof}\,\alpha$$

&, pour une autre déclinaiſon quelconque, ou pour l'angle $VK/ = \omega$, l'inclinaiſon de l'éguille θ aura lieu de façon que ſoit

$$\text{tang}\,\theta = \frac{H}{G + \text{cof}\,\omega},$$

pourvû que l'angle A O I demeure le même qui a été employé dans ces deux Expériences. Mais, parce que les Expériences données font connoitre les nombres G & H par les angles μ, ν, & $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, on pourra de là, par le moyen de cette formule, aſſigner l'inclinaiſon de l'éguille pour un angle quelconque ω.

COROLLAIRE I.

L. Mais la détermination de ces nombres G & H ſera d'autant plus certaine, que les angles $\mathfrak{M}$ & $\mathfrak{N}$ différeront plus entr'eux. Or, comme les déclinaiſons $\omega = +\mu$ & $\omega = -\mu$ fourniſſent des inclinaiſons ſemblables, la plus grande différence ſe trouvera entre les angles $\mathfrak{M}$ & $\mathfrak{N}$, ſi l'on prend $\mu = 0$ & $\nu = 180°$ afin que $\text{cof}\,\mu$ ſoit $= 1$ & $\text{cof}\,\nu = -1$.

COROLLAIRE 2.

LI. Prenons donc $\mu = 0$ & $\nu = 180°$, & nous aurons

$$G = \frac{\text{tang}\,\mathfrak{M} + \text{tang}\,\mathfrak{N}}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}} = \frac{\text{cof}\,\eta + m\,\text{cof}\,\gamma}{n\,\text{cof}\,\alpha}$$

$$H = \frac{2\,\text{tang}\,\mathfrak{M}.\,\text{tang}\,\mathfrak{N}}{\text{tang}\,\mathfrak{N} - \text{tang}\,\mathfrak{M}} = \frac{\text{fin}\,\eta - m\,\text{fin}\,\gamma + n\,\text{fin}\,\alpha}{n\,\text{cof}\,\alpha},$$

Nous obtiendrons de plus des nombres G & H

$$m = \frac{G\,\text{fin}\,\eta - H\,\text{cof}\,\eta + \text{cof}\,\eta\,\text{tang}\,\alpha}{H\,\text{cof}\,\gamma + G\,\text{fin}\,\gamma - \text{cof}\,\gamma.\,\text{tang}\,\alpha}$$

$$n = \frac{1}{\text{cof}\,\alpha} \cdot \frac{\text{fin}\,(\eta - \gamma)}{H\,\text{cof}\,\gamma - G\,\text{fin}\,\gamma - \text{cof}\,\gamma.\,\text{tang}\,\alpha}$$

PROPOSITION VIII.

LII. *Faire trois Expériences, au moyen desquelles on puiſſe enſuite définir l'inclinaiſon de l'éguille* $EOP = \theta$, *tant pour une ſituation quelconque de l'indice de l'éguille ou pour l'angle* $AOI = \eta$, *que pour une déclinaiſon quelconque du plan vertical, ou pour l'angle* $VKl = \omega$.

SOLUTION.

On comprend par les Propoſitions précedentes que ce problème peut ſe réſoudre, ſi dans les trois Expériences à faire, il y en a deux qui ayent l'angle ω commun, & deux qui ayent l'angle η commun. Suppoſons donc qu'on faſſe les Expériences ſuivantes.

Soit poſé	ſoit obſervé	
I. $\eta = \mathfrak{e}$ & $\omega = \mu$	$\theta = \mathfrak{A}$	$\text{tang}\,\mathfrak{A} = \frac{\text{fin}\,\mathfrak{e} - m\,\text{fin}\,\gamma + n\,\text{fin}\,\alpha}{\text{cof}\,\mathfrak{e} + m\,\text{cof}\,\gamma + n\,\text{cof}\,\alpha.\,\text{cof}\,\mu}$
II. $\eta = \mathfrak{e}$ & $\omega = \nu$	$\theta = \mathfrak{B}$	$\text{tang}\,\mathfrak{B} = \frac{\text{fin}\,\mathfrak{e} - m\,\text{fin}\,\gamma + n\,\text{fin}\,\alpha}{\text{cof}\,\mathfrak{e} + m\,\text{cof}\,\gamma + n\,\text{cof}\,\alpha.\,\text{cof}\,\nu}$
III. $\eta = \mathfrak{f}$ & $\omega = \nu$	$\theta = \mathfrak{C}$	$\text{tang}\,\mathfrak{C} = \frac{\text{fin}\,\mathfrak{f} - m\,\text{fin}\,\gamma + n\,\text{fin}\,\alpha}{\text{cof}\,\mathfrak{f} + m\,\text{cof}\,\gamma + n\,\text{cof}\,\alpha.\,\text{cof}\,\nu}$

De

De ces équations on tirera premièrement :

$$n \operatorname{cof} \alpha = \frac{(\operatorname{tang} \mathfrak{A} - \operatorname{tang} \mathfrak{B})\ (\operatorname{fin} e - \operatorname{fin} f + (\operatorname{cof} f - \operatorname{cof} e)\ \operatorname{tang} \mathfrak{C})}{(\operatorname{cof} \nu - \operatorname{cof} \mu)\ \operatorname{tang} \mathfrak{A}\ (\operatorname{tang} \mathfrak{B} - \operatorname{tang} \mathfrak{C})}$$

secondement :

$$m \operatorname{cof} \gamma = \frac{(\operatorname{cof} \nu . \operatorname{tg} \mathfrak{B} - \operatorname{cof} \mu . \operatorname{tg} \mathfrak{A})(\operatorname{fin} e - \operatorname{fin} f + (\operatorname{cof} f - \operatorname{cof} e) \operatorname{tg} \mathfrak{C})}{(\operatorname{cof} \nu - \operatorname{cof} \mu)\ \operatorname{tang} \mathfrak{A}\ (\operatorname{tang} \mathfrak{B} - \operatorname{tang} \mathfrak{C})} - \operatorname{cof} e$$

troiſièmement :

$$-m \operatorname{fin} \gamma + n \operatorname{fin} \alpha = \frac{\operatorname{tang} \mathfrak{B} (\operatorname{fin} e - \operatorname{fin} f + (\operatorname{cof} f - \operatorname{cof} e) \operatorname{tang} \mathfrak{C})}{\operatorname{tang} \mathfrak{B} - \operatorname{tang} \mathfrak{C}} - \operatorname{fin} e$$

Poſons donc pour abréger

$$\frac{(\operatorname{tang} \mathfrak{A} - \operatorname{tang} \mathfrak{B})(\operatorname{fin} e - \operatorname{fin} f + (\operatorname{cof} f - \operatorname{cof} e) \operatorname{tang} \mathfrak{C})}{(\operatorname{cof} \nu - \operatorname{cof} \mu) \operatorname{tang} \mathfrak{A}\ (\operatorname{tang} \mathfrak{B} - \operatorname{tang} \mathfrak{C})} = E$$

$$\frac{(\operatorname{cof} \nu . \operatorname{tang} \mathfrak{B} - \operatorname{cof} \mu . \operatorname{tang} \mathfrak{A})(\operatorname{fin} e - \operatorname{fin} f + (\operatorname{cof} f - \operatorname{cof} e) \operatorname{tang} \mathfrak{C})}{(\operatorname{cof} \nu - \operatorname{cof} \mu) \operatorname{tang} \mathfrak{A}\ (\operatorname{tang} \mathfrak{B} - \operatorname{tang} \mathfrak{C})} - \operatorname{cof} e = F$$

$$\frac{\operatorname{tang} \mathfrak{B}\ (\operatorname{fin} e - \operatorname{fin} f + (\operatorname{cof} f - \operatorname{cof} e)\ \operatorname{tang} \mathfrak{C})}{\operatorname{tang} \mathfrak{B} - \operatorname{tang} \mathfrak{C}} - \operatorname{fin} e = G$$

afin que ſoit

$$n \operatorname{cof} \alpha = E : \quad m \operatorname{cof} \gamma = F : \quad - m \operatorname{fin} \gamma + n \operatorname{fin} \alpha = G :$$

A' préſent, ſi la ſituation de l'éguille OMI eſt quelconque, ou l'angle $AOI = \eta$ & que la déclinaiſon du plan vertical dans lequel l'éguille eſt mobile, ſoit auſſi quelconque, ou l'angle $VKI = \omega$, l'inclinaiſon de l'éguille, ou l'angle $EOP = \theta$; où l'éguille ſe trouvera en équilibre, on définira en ſorte que ſoit

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{\operatorname{fin} \eta + G}{\operatorname{cof} \eta + F + E \operatorname{cof} \omega}$$

Les nombres E, F, & G, étant donc connus par trois Expériences, cette détermination ne demande plus d'autres élémens.

COROLLAIRE 1.

LIII. Après donc que ces trois Expériences ont été faites, tout ce qui peut être déterminé par la voye des Expériences le fera ; & quand on feroit mille Expériences au delà ſur la même éguille, on ne parviendroit à aucune détermination ultérieure ; de ſorte qu'il ſuffit pour toutes nos recherches d'avoir fait ſeulement trois Expériences avec toute l'exactitude poſſible.

COROLLAIRE 2.

LIV. En effet, de ces trois Expériences, ſi l'on n'y a négligé aucune précaution, doivent réſulter perpétuellement les mêmes valeurs pour les nombres E, F, & G ; leſquelles étant une fois connuës, on en conclut pour la nature de l'éguille & pour la force magnétique : $m = \frac{F}{\text{cof}\gamma}$: $n = \frac{E}{\text{cof}\alpha}$ & $E \text{ tang } \alpha - F \text{ tang } \gamma = G$, & par conſéquent $\text{tang } \alpha = \frac{G + F \text{ tang } \gamma}{E}$. C'eſt pourquoi, à moins que l'angle γ ne ſoit connu d'ailleurs, l'inclinaiſon magnétique α ne ſauroit être définie par là.

COROLLAIRE 3.

LV. Mais, pour rendre la détermination de ces valeurs plus certaine, nous avons déjà vû que les deux valeurs priſes pour ω doivent être telles, que ν ſoit $= 0$ & $\mu = 180°$, d'où l'on a

$$E = \frac{(\text{tang } \mathfrak{A} - \text{tang } \mathfrak{B})(\text{ſin } \mathfrak{e} - \text{ſin } \mathfrak{f} + (\text{cof } \mathfrak{f} - \text{cof } \mathfrak{e}) \text{tang } \mathfrak{C})}{2 \text{ tang } \mathfrak{A} \ (\text{tang } \mathfrak{B} - \text{tang } \mathfrak{C})}$$

$$F = \frac{(\text{tang } \mathfrak{A} + \text{tang } \mathfrak{B})(\text{ſin } \mathfrak{e} - \text{ſin } \mathfrak{f} + (\text{cof } \mathfrak{f} - \text{cof } \mathfrak{e}) \text{tang } \mathfrak{C})}{2 \text{ tang } \mathfrak{A} \ (\text{tang } \mathfrak{B} - \text{tang } \mathfrak{C})} - \text{cof } \mathfrak{e}$$

$$G = \frac{\text{ſin } \mathfrak{e} . \text{tang } \mathfrak{C} - \text{ſin } \mathfrak{f} . \text{tang } \mathfrak{B} + (\text{cof } \mathfrak{f} - \text{cof } \mathfrak{e}) \text{tang } \mathfrak{B} \text{ tang } \mathfrak{C}}{\text{tang } \mathfrak{B} - \text{tang } \mathfrak{C}}$$

COROL-

COROLLAIRE 4.

LVI. Si l'on prend de plus les deux angles η, de façon que ϵ ſoit $= 0°$ & $\zeta = 180°$ on obtiendra

$$E = \frac{\text{tang}\,\mathfrak{C}(\text{tang}\,\mathfrak{B}-\text{tang}\,\mathfrak{A})}{\text{tang}\,\mathfrak{A}(\text{tang}\,\mathfrak{B}-\text{tang}\,\mathfrak{C})} = \frac{\text{ſin}\,\mathfrak{C}\,.\,\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{A})}{\text{ſin}\,\mathfrak{A}\,.\,\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$$

$$F = -\frac{\text{tang}\,\mathfrak{C}(\text{tang}\,\mathfrak{A}+\text{tang}\,\mathfrak{B})}{\text{tang}\,\mathfrak{A}(\text{tang}\,\mathfrak{B}-\text{tang}\,\mathfrak{C})} = -\frac{\text{tang}\,\mathfrak{B}(\text{tang}\,\mathfrak{A}+\text{tang}\,\mathfrak{C})}{\text{tang}\,\mathfrak{A}(\text{tang}\,\mathfrak{B}-\text{tang}\,\mathfrak{C})} = -\frac{\text{ſin}\,\mathfrak{B}\,.\,\text{ſin}\,(\mathfrak{A}+\mathfrak{C})}{\text{ſin}\,\mathfrak{A}\,.\,\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$$

$$G = -\frac{2\,\text{tang}\,\mathfrak{B}\,.\,\text{tang}\,\mathfrak{C}}{\text{tang}\,\mathfrak{B}-\text{tang}\,\mathfrak{C}} = -\frac{2\,\text{ſin}\,\mathfrak{B}\,.\,\text{ſin}\,\mathfrak{C}}{\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$$

d'où ſe fait $\text{tang}\,\alpha = -\frac{\text{ſin}\,\mathfrak{A}\,.\,\text{ſin}\,\mathfrak{B}}{\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{A})} - \frac{\text{ſin}\,\mathfrak{B}\,.\,\text{ſin}\,(\mathfrak{A}+\mathfrak{C})}{\text{ſin}\,\mathfrak{C}\,.\,\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{A})}\,\text{tang}\,\gamma.$

COROLLAIRE. 5.

LVII. Mais, ſi l'on prend $\epsilon = 90°$ & $\zeta = 270°$. on aura

$$E = \frac{\text{tang}\,\mathfrak{A}-\text{tang}\,\mathfrak{B}}{\text{tang}\,\mathfrak{A}\,(\text{tang}\,\mathfrak{B}-\text{tang}\,\mathfrak{C})} = \frac{\text{cof}\,\mathfrak{C}\,.\,\text{ſin}\,(\mathfrak{A}-\mathfrak{B})}{\text{ſin}\,\mathfrak{A}\,.\,\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$$

$$F = \frac{\text{tang}\,\mathfrak{A}+\text{tang}\,\mathfrak{B}}{\text{tang}\,\mathfrak{A}\,(\text{tang}\,\mathfrak{B}-\text{tang}\,\mathfrak{C})} = \frac{\text{cof}\,\mathfrak{C}\,.\,\text{ſin}\,(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{\text{ſin}\,\mathfrak{A}\,.\,\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$$

$$G = \frac{\text{tang}\,\mathfrak{B}+\text{tang}\,\mathfrak{C}}{\text{tang}\,\mathfrak{B}-\text{tang}\,\mathfrak{C}} = \frac{\text{ſin}\,(\mathfrak{B}+\mathfrak{C})}{\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$$

SCHOLIE I.

LVIII. Ce dernier cas, qui eſt contenu dans les formules les plus ſimples, eſt auſſi celui qui paroit le plus propre à conduire à la certitude des Expériences. Quiconque aura une éguille préparée de la maniere qui a été indiquée ci-deſſus, n'a qu'à faire les trois Expériences ſuivantes.

qu'il

	qu'il place	& qu'il obſerve l'inclinaiſon.
I.	$\eta = 90°$ & $\omega = 180°$	$\theta = \mathfrak{A}$
II.	$\eta = 90°$ & $\omega = 0°$	$\theta = \mathfrak{B}$
III.	$\eta = 270°$ & $\omega = 0°$	$\theta = \mathfrak{C}$

Pour cet effet, dans les deux premieres Expériences, qu'il tourne l'éguille OMI en B, de ſorte qu'elle regarde ſon pole boréal P ; mais dans la troiſième qu'il la place en D, afin qu'elle regarde le pole auſtral Q. Alors, dans les deux dernieres Expériences, qu'il place le demi-cercle vertical de facon que la partie E ſoit tournée vers le Septentrion magnétique, tandis que dans la premiere elle l'aura été vers le méridien magnétique. Ces Expériences pouvant être faites avec la derniere facilité, ſi les angles $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, ont été très ſoigneuſement obſervés, on n'a qu'à en définir les nombres E, F, & G, de façon que ſoit

$$E = \frac{\text{cof}\mathfrak{C}.\text{ſin}(\mathfrak{A}-\mathfrak{B})}{\text{ſin}\mathfrak{A}.\text{ſin}(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})};\quad F = \frac{\text{cof}\mathfrak{C}.\text{ſin}(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{\text{ſin}\,\mathfrak{A}.\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}\ \&\ G = \frac{\text{ſin}(\mathfrak{B}+\mathfrak{C})}{\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$$

leſquels étant trouvés, pourvû ſeulement que l'angle γ ſoit connu d'ailleurs, on pourra définir l'inclinaiſon magnétique α par le moyen de la formule

$$\text{tang}\,\alpha = \frac{G+F\text{tang}\gamma}{E} = \frac{\text{ſin}\,\mathfrak{A}.\text{ſin}(\mathfrak{B}+\mathfrak{C})}{\text{cof}\mathfrak{C}.\text{ſin}(\mathfrak{A}-\mathfrak{B})} + \frac{\text{ſin}\,(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{\text{ſin}\,(\mathfrak{A}-\mathfrak{B})}.\ \text{tang}\gamma$$

De plus on conclurra de là

$$m = \frac{Ag}{Md} = \frac{F}{\text{cof}\gamma} \quad \& \quad n = \frac{Pk}{Md} = \frac{E}{\text{cof}\alpha}$$

Et ainſi, comme il eſt facile d'eſtimer le moment Md qui nait de l'indice, on aura premièrement par le poids de l'éguille A la diſtance du centre de gravité de l'axe du mouvement $OG = g$; & enſuite le moment abſolu de la force magnétique Pk, dont l'éguille eſt imbuë.

SCHOLIE 2.

LIX. Ces trois Expériences ſuffiſent, quand même l'angle γ n'eſt pas connu, pour mettre en état de définir & de prédire l'événement

ment de toutes les autres Expériences qui pourroient être faites avec la même éguille. Car, en connoiſſant par leur moyen les trois nombres E, F, & G, ſi l'on attribuë à l'indice OMI une ſituation quelconque, de ſorte que l'angle AOI ſoit $= \eta$, & qu'on donne auſſi au demi cercle vertical une déclinaiſon quelconque, de ſorte que l'angle $VK/ = \omega$, alors l'inclinaiſon de l'éguille, ou l'angle $EOP = \theta$, ſe trouvera tel que ſoit

$$\text{tang } \theta = \frac{\text{ſin } \eta + G}{\text{cof } \eta + F + E \text{ cof } \omega}$$

Mais, comme le but principal qu'on ſe propoſe ici, c'eſt d'en tirer la détermination de l'inclinaiſon magnétique naturelle α, il eſt clair que cela ne peut avoir lieu, à moins que l'angle γ ne ſoit connu d'ailleurs : car il n'y a aucune de ces Expériences qui puiſſent ſervir à la déterminer, tant que l'éguille demeure imbuë de la même vertu magnétique. Il ſeroit facile à la vérité de prévenir cet inconvénient, en dépouillant l'éguille de toute vertu magnétique ; car alors à cauſe de $n = 0$, $\mathfrak{A}$ deviendroit $= \mathfrak{B}$; & ſi l'on faiſoit ſeulement les deux dernieres Expériences, on auroit

$$F = \frac{2 \text{ cof } \mathfrak{B} . \text{cof } \mathfrak{C}}{\text{ſin } (\mathfrak{B} - \mathfrak{C})} \quad \& \quad G = \frac{\text{ſin } (\mathfrak{B} + \mathfrak{C})}{\text{ſin } (\mathfrak{B} - \mathfrak{C})}, \quad \text{d'où reſulteroit}$$

$$\frac{-G}{F} = \text{tang } \gamma, \text{ ou } \text{tang } \gamma = \frac{-\text{ſin } (\mathfrak{B} + \mathfrak{C})}{2 \text{ cof } \mathfrak{B} . \text{cof } \mathfrak{C}} = -\tfrac{1}{2}(\text{tang } \mathfrak{B} + \text{tang } \mathfrak{C}).$$

Mais, comme il eſt extrêmement difficile de priver une éguille de toute vertu magnétique, le remède le plus ſûr paroit être, après que les Expériences précédentes auront été faites, d'imprimer une vertu magnétique oppoſée, en frottant dans le ſens contraire, de façon que P ſoit le pole auſtral, & Q le pole boréal. Cela fait, qu'on recommence les mêmes Expériences de la même maniere, & qu'on en tire $\text{tang } \alpha = \frac{G + F \text{ tang } \gamma}{E}$, laquelle expreſſion poſée égale à la précédente montrera la véritable valeur de l'angle γ. Cet angle étant une fois

fois connu, on pourra découvrir la vraye inclinaiſon magnétique dans tous les lieux de la terre, & par toutes ſortes de tems, en employant la même éguille d'une maniere conforme aux régles qui ont été preſcrites. Mais il ſera à propos pour cet effet de retourner de nouveau la ſituation de la force magnétique.

PROPOSITION IX.

LX. *Préparer une éguille magnétique de façon que par ſon moyen on puiſſe enſuite, dans tous les lieux de la terre, trouver la vraye inclinaiſon magnétique, en faiſant ſeulement deux Expériences.*

SOLUTION.

Après que l'éguille aura été fabriquée avec toutes les précautions requiſes, qu'on définiſſe pour elle, par le moyen des Expériences décrites ci-deſſus, les nombres

$$E = n \cos \alpha, \quad F = m \cos \gamma \quad \& \quad G = -m \sin \gamma + n \sin \alpha$$

dont celui du milieu retient par tout & conſtamment la même valeur; mais les deux autres, E & G, ſeront ſujets à des changemens, ſuivant que l'inclinaiſon magnétique, ou auſſi la force magnétique même de l'éguille, varient. Qu'on note donc la valeur de F, pour la réſerver à un uſage perpétuel. Enſuite, en changeant la force magnétique de place, de la maniere qui vient d'être indiquée, qu'on recherche l'angle γ, qui ſera auſſi gardé pour le même uſage. Ces deux nombres attachés à la nature de l'éguille ſeront indiqués par les lettres p & q, de ſorte que ſoit $p = F$ & $q = F \operatorname{tang} \gamma$.

Alors, dans quelque lieu que l'éguille vienne à être transportée, qu'on fixe le demi-cercle dans le méridien magnétique, de ſorte que la partie E regarde le Septentrion, & l'indice OMI d'abord le pole boréal P, & ſoit enſuite tourné vers le pole auſtral Q; & que l'inclinaiſon obſervée dans le premier cas ſoit $= \mathfrak{M}$, dans le ſecond $= \mathfrak{N}$.

Com-

Comme donc par la formule précédente on a

$$\text{tang } \mathfrak{M} = \frac{1+G}{F+E} \quad \& \quad \text{tang } \mathfrak{N} = \frac{-1+G}{F+E},$$

on aura de là

$$G = \frac{\text{tang } \mathfrak{M} + \text{tang } \mathfrak{N}}{\text{tang } \mathfrak{M} - \text{tang } \mathfrak{N}} = \frac{\text{fin } (\mathfrak{M}+\mathfrak{N})}{\text{fin } (\mathfrak{M}-\mathfrak{N})}$$

$$\& \quad E+F = \frac{2}{\text{tang } \mathfrak{M} - \text{tang } \mathfrak{N}} = \frac{2 \text{ cof } \mathfrak{M} . \text{ cof } \mathfrak{N}}{\text{fin } (\mathfrak{M}-\mathfrak{N})},$$

de ſorte que ſoit $E = \frac{2 \text{ cof } \mathfrak{M} . \text{ cof } \mathfrak{N}}{\text{fin } (\mathfrak{M}-\mathfrak{N})} - p$, par où l'on trouve

$$\text{tang } \alpha = \frac{\text{fin } (\mathfrak{M}+\mathfrak{N}) + q \text{ fin } (\mathfrak{M}-\mathfrak{N})}{2 \text{ cof } \mathfrak{M} . \text{ cof } \mathfrak{N} - p \text{ fin } (\mathfrak{M}-\mathfrak{N})}.$$

Autrement

LXI. En dreſſant l'inſtrument comme ci-deſſus, qu'on faſſe les deux Expériences ſuivantes. *L'indice de l'éguille étant placé vers le* pole boréal, qu'on tourne d'abord le demi-cercle vers le Septentrion magnétique, enſuite vers le méridien; & que dans la premiere ſituation on obſerve l'inclinaiſon de l'éguille $\theta = \mathfrak{P}$, & dans l'autre $\theta = \mathfrak{Q}$. Comme donc on a

$$\text{tang } \mathfrak{P} = \frac{1+G}{F+E} \quad \& \quad \text{tang } \mathfrak{Q} = \frac{1+G}{F-E},$$ on trouvera de là

$$E = F. \frac{\text{tang } \mathfrak{Q} - \text{tang } \mathfrak{P}}{\text{tang } \mathfrak{Q} + \text{tang } \mathfrak{P}} = \frac{p \text{ fin}(\mathfrak{Q}-\mathfrak{P})}{\text{fin}(\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})} \quad \&$$

$$1+G = \frac{2F \text{tang } \mathfrak{P} . \text{tang } \mathfrak{Q}}{\text{tang } \mathfrak{Q} + \text{tang } \mathfrak{P}} = \frac{2p \text{fin } \mathfrak{P} . \text{fin } \mathfrak{Q}}{\text{fin } (\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})} = \frac{p \text{cſ}(\mathfrak{Q}-\mathfrak{P}) - p \text{cſ}(\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})}{\text{fin } (\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})}$$

& par conſéquent $\frac{G}{E} = \frac{\text{cof}(\mathfrak{Q}-\mathfrak{P}) - \text{cof}(\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})}{\text{fin } (\mathfrak{Q}-\mathfrak{P})} = \frac{\text{fin}(\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})}{p \text{fin}(\mathfrak{Q}-\mathfrak{P})}$

$$\& \quad \frac{F \text{ tang } \gamma}{E} = \frac{q \text{ fin } (\mathfrak{Q}+\mathfrak{P})}{p \text{ fin } (\mathfrak{Q}-\mathfrak{P})}.$$

A préſent, par les moyen des nombres p & q définis par les premieres Expériences, qu'on cherche l'angle λ, en ſorte que ſoit $\text{tang } \lambda = \frac{q - 1}{p}$; & ainſi λ ſera l'angle connu, qu'il ſuffira ſeulement d'avoir noté. En effet, partout où ces deux Expériences auront été faites de la maniere qui a été décrite, & les deux angles $\mathfrak{P}$ & $\mathfrak{Q}$ convenablement obſervés, on pourra par là déterminer l'inclinaiſon magnétique α de ce lieu, de façon que ſoit

$$\text{tang } \alpha = \frac{\text{cof}(\mathfrak{Q} - \mathfrak{P}) - \text{cof}(\mathfrak{Q} + \mathfrak{P}) + \text{tang } \lambda \text{ ſin}(\mathfrak{Q} + \mathfrak{P})}{\text{ſin}(\mathfrak{Q} - \mathfrak{P})},$$

$$\text{ou tang } \alpha = \text{cot}(\mathfrak{Q} - \mathfrak{P}) - \frac{\text{cof}(\lambda + \mathfrak{Q} + \mathfrak{P})}{\text{cof}\lambda \cdot \text{ſin}(\mathfrak{Q} - \mathfrak{P})}.$$

Ces deux Expériences ſe rapportent donc préférablement aux autres à la fin propoſée, parce que, pour en conclure l'inclinaiſon magnétique il ſuffit de connoitre l'angle unique λ, qui doit donc être en quelque ſorte gravée ſur l'éguille comme un caractère immuable, afin de l'avoir ſous le main toutes les fois qu'on fait de ſemblables Expériences.

SCHOLIE.

LXII. Mais, afin que ces Expériences réüſſiſſent, on doit ſoigneuſement éviter le cas dans lequel l'angle γ feroit droit; car, ſi cela arrivoit, tang θ deviendroit $= \frac{\text{ſin } \eta \pm m + n \text{ ſin } \alpha}{\text{cof}\eta + n \text{ cof}\alpha \cdot \text{cof}\omega}$: & quelque quantité d'Expériences qu'on fit, on n'en pourroit conclurre autre choſe ſinon les valeurs des formules $\pm m + n \cdot \text{ſin } \alpha$ & $n \text{ cof } \alpha$; cela ne ſerviroit abſolument de rien pour connoitre l'angle α même. Cet inconvénient rend auſſi nos ſolutions inutiles; car, à cauſe de $F = 0$, on aura $p = 0$, & le nombre $q = F \text{ tang } \gamma$ n'eſt point défini; puis qu'il deviendroit $q = m$, laquelle valeur demeureroit inconnuë. Mais, dans l'autre ſolution l'angle λ deviendroit droit; & à cauſe de cela l'on n'en pourroit rien conclure. C'eſt pourquoi l'on doit prendre extrê-

extrêmement garde dans la conſtruction de l'éguille, que le petit eſſieu ne paſſe par le diametre de l'éguille, mais il eſt expédient de l'appliquer tant ſoit peu hors de la droite PQ, où eſt ſitué le centre de gravité, afin de pouvoir s'aſſurer que cet angle γ diffère beaucoup de l'angle droit : car, plus on pourra le diminuer, & plus les Expériences conduiront à une concluſion certaine.

PROPOSITION X.

LXIII. *Par le moyen d'une ſemblable éguille magnétique, préparée pour obſerver l'inclinaiſon, déterminer la vraye poſition du méridien magnétique par des Expériences.*

SOLUTION.

Une inclinaiſon quelconque ayant été obſervée dans un plan vertical, il eſt aiſé d'arriver par des tentatives à définir un autre plan vertical, dans lequel la même inclinaiſon ait lieu, pourvû que l'indice de l'éguille ſoit conſervé fixe dans la même ſituation : ce qui étant trouvé, le plan vertical qui traverſe ces deux plans par le milieu ſera le méridien magnétique. Et à proportion qu'on obſerve en plus grand nombre deux ſemblables inclinaiſons égales, on acquiert une plus grande certitude ſur la ſituation du méridien magnétique. Mais, ſi nous voulons éviter de ſemblables eſſais, il faudra recourir à trois Expériences, en s'y prenant de maniere ſuivante.

Le cercle horizontal ayant été placé par eſtimation, de façon que les points du bord V, X, Y & Z, ne différent pas beaucoup des points cardinaux magnétiques, ſoit le vrai Septentrion magnétique en *Nord* diſtant, de l'eſtimé V de l'arc V *Nord* $= \psi$ qu'il faut rechercher. A préſent l'indice de l'éguille étant placé dans une ſituation quelconque fixe, en ſorte que AOI $= \eta$, qu'on dirige ſucceſſivement le cercle vertical vers les points V, X & Z, & qu'on obſerve l'inclinaiſon de l'éguille, ſçavoir Fig. 7.

le demi-cercle étant tourné en	qu'on obſerve l'inclinaiſon	& on aura
I. V & ω ſera $= \psi$	$\theta = \mathfrak{V}$	$\text{tang}\,\mathfrak{V} = \frac{\sin\eta + G}{\cos\eta + F + E\cos\psi}$
II. X & ω ſera $= 90° - \psi$	$\theta = \mathfrak{R}$	$\text{tang}\,\mathfrak{R} = \frac{\sin\eta + G}{\cos\eta + F + E\sin\psi}$
III. Z & ω ſera $= -90° - \psi$	$\theta = \mathfrak{S}$	$\text{tang}\,\mathfrak{S} = \frac{\sin\eta + G}{\cos\eta + F - E\sin\psi}$

Maintenant, ſi l'on élimine de ces trois équations les expreſſions $\sin\eta + G$ & $\cos\eta + F$, on trouvera

$$\text{tang}\,\psi = \frac{\sin\mathfrak{V}.(\sin\mathfrak{S} - \mathfrak{R})}{\cos\mathfrak{V}.\cos(\mathfrak{S} - \mathfrak{R}) - \cos(\mathfrak{S} + \mathfrak{R} - \mathfrak{V})},$$

par où l'on définira le vrai Septentrion magnétique *Nord*.

SCHOLIE.

LXIV. Mais, avant que de faire des Expériences pour l'inclinaiſon magnétique, il eſt tout à fait néceſſaire, que les points cardinaux magnétiques ſoyent très exactement déterminés ; ce qui paroit pouvoir ſe faire beaucoup mieux de cette maniere, que par le moyen de l'éguille de déclinaiſon ordinaire. En effet, lorsque celle-ci eſt prête à atteindre le méridien magnétique, la force qui l'y pouſſe devient ſi petite, que le plus leger obſtacle peut arrêter ſon mouvement; au lieu qu'au contraire l'obſervation de deux inclinaiſons égales n'eſt pas ſujette à de ſemblables obſtacles : ſurtout lorsque l'inclinaiſon magnétique eſt fort grande, la force directrice, par laquelle l'éguille de déclinaiſon eſt pouſſée, devient ſi petite, qu'on a lieu de craindre une aberration énorme. Mais, afin que de deux inclinaiſons égales nous puiſſions conclurre avec d'autant plus de certitude la vraye ſituation du méridien magnétique, il convient de choiſir une ſituation, tant de l'indice de l'éguille, que du demi-cercle vertical, en vertu de laquelle, dès qu'il arrive le moindre changement dans l'azimuth, il en réſulte

une

une variation fort ſenſible dans l'inclinaiſon de l'éguille ; car de cette maniere, ces deux azimuths auxquels convient la même inclinaiſon de l'éguille, pourront être définis ſans erreur, & en prenant un terme moyen entr'elles on aſſignera le méridien magnétique. Ce n'eſt qu'en déterminant ainſi la ligne magnétique qu'on ſe trouvera en état de juger, ſi elle ſouffre des variations ſuivant les différentes ſaiſons de l'année, ou auſſi dans les heures d'un même jour ; comme pluſieurs Obſervateurs l'affirment. Car on ne ſçauroit ſe fier beaucoup ici aux éguilles déclinatoires communes.

PROPOSITION XI.

LXV. *Définir une diſpoſition de l'éguille d'inclinaiſon, par laquelle, ſi l'azimuth du demi-cercle vertical ſouffre le moindre changement, l'inclinaiſon de l'éguille en éprouve un très grand.*

SOLUTION.

Suppoſons pour cet effet que la nature de l'éguille ſoit déjà tellement découverte par le moyen des Expériences, que les valeurs des nombres E, F, G, introduits ci-deſſus, ſoyent au moins à peu près connuës. Soit donc pour la ſituation de l'indice de l'éguille l'angle $AOI = \eta$, & pour l'azimuth du demi-cercle vertical l'angle $VKI = \omega$; leſquels deux angles forment la diſpoſition de tout l'inſtrument ; alors qu'on obſerve l'inclinaiſon de l'éguille, ou l'angle $EOP = \theta$. Ayant donc trouvé $\text{tang}\,\theta = \frac{\text{ſin}\,\eta + G}{\text{coſ}\,\eta + F + E\,\text{coſ}\,\omega}$, lorſque l'angle ω prend l'incrément $d\omega$, l'incrément de l'inclinaiſon θ ſe trouvera tel que ſoit

$$\frac{d\theta}{\text{ſin}\,\theta\,\text{coſ}\,\theta} = \frac{E\,d\omega\,\text{ſin}\,\omega}{\text{coſ}\,\eta + F + E\,\text{coſ}\,\omega}$$

d'ou, ſi pour $\text{ſin}\,\theta$ & $\text{coſ}\,\theta$ on ſubſtituë les valeurs duës, cela ſera

$$\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{E\,\text{ſin}\,\omega\,(\text{ſin}\,\eta + G)}{(\text{ſin}\,\eta + G)^2 + (\text{coſ}\,\eta + F + E\,\text{coſ}\,\omega)^2}$$

for-

formule à laquelle on doit attribuër la plus grande valeur. Mais par ſon moyen il eſt d'abord manifeſte que, ſi ſin ω eſt $=0$, ou tang $\theta=0$, $\frac{d\theta}{d\omega}$ ſera auſſi $=0$: leſquels deux cas ſont donc les plus contraires à notre but. Cherchons donc premièrement l'angle ω, afin que la fraction $\frac{d\theta}{d\omega}$ obtienne la plus grande valeur, & de là nous parviendrons à cette équation

$$0=2E(\cos\eta+F)+(2EE+(\sin\eta+G)^2+(\cos\eta+F)^2)\cos\omega-EE\cos\omega^3$$

par la réſolution de laquelle l'angle ω doit être défini. Enſuite on peut auſſi attribuër à l'angle η une valeur telle, que celle de la fraction $\frac{d\theta}{d\omega}$ devienne la plus grande ; par où nous ſommes conduits à cette équation ;

$$-c\sin\eta(\sin\eta+G)^2+c\sin\eta(c\sin\eta+F+Ec\sin\omega)^2+2\sin\eta(\sin\eta+G)(c\sin\eta+F+Ec\sin\omega)=0$$

Soit pour abréger $F+E\cos\omega=S$, on aura

$$-\cos\eta+2S+(SS-GG)\cos\eta+2GS\sin\eta=0,$$

qui ſe réſout en ces deux équations

$$S\sin\eta-G\cos\eta+S+\cos\eta=0$$
$$S\sin\eta-G\cos\eta-S-\cos\eta=0$$

desquelles ſi la premiere vaut, en la ſoustrayant de la principale, après l'avoir multipliée par $2G$, on aura

$$\text{I. } \cos\eta=\frac{2(G-1)S}{(G-1)^2+SS} \text{ \& } \sin\eta=\frac{(G-1)^2-SS}{(G-1)^2+SS} \text{ \& tang } \tfrac{1}{2}\eta=\frac{G-1-S}{G-1+S};$$

& ſi c'eſt la derniere qui vaut, il en réſultera ſemblablement

$$\text{II. } \cos\eta=\frac{-2(G+1)S}{(G+1)^2+SS} \text{ \& } \sin\eta=\frac{-(G+1)^2+SS}{(G+1)^2+SS} \text{ \& tang } \tfrac{1}{2}\eta=\frac{S+G+1}{S-G-1}$$

Par

Par la premiere ſolution on obtiendra

$$\text{tang } \theta = \frac{G-1}{S} = \frac{G-1}{F+E\cos\omega}, \quad \text{\& de là}$$

$$\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{E\,(G-1)\sin\omega}{GG-1+(F+E\cos\omega)^2}$$

où il faut encore chercher l'angle ω, afin que cette formule parvienne à la plus grande valeur.

$$0 = (GG-1)c\omega + (F+Ec\omega)^2 c\omega + 2E(F+Ec\omega) - 2E(F+Ec\omega)c\omega^2$$

ou $\quad 0 = 2EF + (2EE+FF+GG-1)\cos\omega - EE\cos\omega^3$

Mais la ſeconde ſolution donne

$$\text{tang } \theta = \frac{G+1}{S} = \frac{G+1}{F+E\cos\omega} \quad \&$$

$$\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{E\,(G+1)\sin\omega}{GG-1+(F+E\cos\omega)^2}$$

laquelle valeur devient pareillement la plus grande, ſi l'angle ω eſt déterminé par cette équation

$$0 = 2EF + (2EE+FF+GG-1)\cos\omega - EE\cos\omega^3$$

Or cette équation peut être ainſi réſoluë par la triſection de l'angle :

Qu'on prenne $\quad N = \sqrt{\dfrac{2EE+FF+GG-1}{3\,EE}}$

Quon cherche alors l'angle ψ, de ſorte que ſoit $\cos\psi = \dfrac{F}{EN^3}$ ce qui étant trouvé, on aura $\cos\omega = 2N\cos\frac{1}{3}\psi$.

Enfin, cet angle étant trouvé, qu'on prenne pour la ſituation de l'indice

$$\text{ou tang } \tfrac{1}{2}\eta = \frac{G-1-F-E\cos\omega}{G-1+F+E\cos\omega}$$

$$\text{ou tang } \tfrac{1}{2}\eta = \frac{F+E\cos\omega+G+1}{F+E\cos\omega-G-1}$$

COROLLAIRE 1.

LXVI. Afin que cette ſolution ait la plus grande étenduë, l'angle ψ étant trouvé, dont le coſinus $= \frac{F}{EN^3}$, le même coſinus convient auſſi aux angles $360° - \psi$ & $360° + \psi$: c'eſt pourquoi on trouve auſſi par là trois valeurs pour l'angle ω, qui ſont

I. $\text{cof}\,\omega = 2N\,\text{cof}\,\frac{1}{3}\psi$. II. $\text{cof}\,\omega = 2N\,\text{cof}\,(120° - \frac{1}{3}\psi)$

III. $\text{cof}\,\omega = 2N\,\text{cof}\,(120° + \frac{1}{3}\psi)$

Mais celles-là ſeulement auront lieu, qui ne deviennent pas imaginaires ; ce qui fait qu'on doit exclurre les formules, dont la valeur ſurpaſſera l'unité.

COROLLAIRE 2.

LXVII. Mais, ſi le nombre N eſt trop grand, le même inconvénient aura lieu, qui arrive, lorsque l'éguille n'eſt pourvuë que d'une foible vertu *magnétique* : car, cette vertu venant à évanouïr entierement à cauſe de $E = 0$, N devient $= \infty$, & par conſéquent $\text{cof}\,\psi = 0$ & $\psi = 90°$. Néanmoins dans ce cas la ſeconde valeur fournit l'angle ω droit.

COROLLAIRE 3.

LXVIII. S'il arrive que ſoit $2EE + FF + GG < 1$. la réſolution par la triſection de l'angle ne réüſſira plus, parce que l'équation cubique

$$0 = 2EF + (2EE + FF + GG - 1)\,\text{cof}\,\omega - EE\,\text{cof}\,\omega^3$$

n'aura qu'une ſeule racine réelle pour $\text{cof}\,\omega$, laquelle doit par conſéquent être tirée par la régle de Cardan.

COROLLAIRE 4.

LXIX. Mais pour l'ordinaire nous nous écarterons pas beaucoup du but, ſi nous poſons l'angle ω droit, & que nous dirigions le demi-cercle, ſoit à l'Orient, ſoit à l'Occident *magnétique*. Mais alors l'indice de l'éguille doit être placé de façon que ſoit

I. ou

I. ou tang $\frac{1}{2}\eta = \frac{G - 1 - F}{G - 1 + F}$

II. ou tang $\frac{1}{2}\eta = \frac{F + G + 1}{F - G - 1}$

Dans le premier cas on a $\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{E(G-1)}{GG - 1 + FF}$

& dans le ſecond $\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{E(G+1)}{GG - 1 + FF}$

COROLLAIRE 5.

LXX. Par conſéquent, ſi G eſt un nombre poſitif, le ſecond cas doit être préféré au premier, & il faut prendre tang $\frac{1}{2}\eta = \frac{F + G + 1}{F - G - 1}$; mais ſi le nombre G eſt négatif, le premier cas a la préférence, & l'on prend tang $\frac{1}{2}\eta = \frac{G - 1 - F}{G - 1 + F}$. Car dans l'un & dans l'autre cas la fraction $\frac{d\theta}{d\omega}$ acquiert la plus grande valeur.

SCHOLIE.

LXXI. Si l'on rend donc l'éguille propre à toutes ſortes d'uſages, & qu'on détermine les valeurs des nombres F & G par des Expériences, afin d'en pouvoir conſerver l'angle λ (§. LXI.) pour un uſage perpétuel, on n'a qu'à noter en même tems la poſition de l'indice, ou l'angle η, qui eſt très convenable pour obſerver le vrai méridien magnétique. Car alors, ſi l'on tourne le demi-cercle vertical vers l'Orient ou vers l'Occident, la moindre variation arrivée dans l'azimuth changera conſidérablement l'inclinaiſon de l'éguille; & ainſi on pourra obſerver avec la plus grande certitude deux azimuths qui fourniſſent la même inclinaiſon de l'éguille, & aſſigner le méridien magnétique. Cet avantage parviendroit au reſte à ſon plus haut point, s'il

étoit poſſible de préparer l'éguille de maniere que $GG + FF$ fut $= 1$, & qu'on eut par là $\frac{d\theta}{d\omega} = \infty$. Mais alors l'éguille ſeroit trop mobile, & ne pourroit être réduite à une ſituation fixe, en ſorte que ſes oſcillations vagues permettent à peine de remarquer ſon inclinaiſon. Comme cette circonſtance mérite d'être examinée avec plus d'exactitude, il conviendra de réfléchir ſur la nature des oſcillations, que l'éguille a coûtume de faire dans une ſituation quelconque de l'inſtrument, avant que de ſe fixer à l'équilibre. Car cette conſidération nous fournira des ſecours qui ne ſont pas à mépriſer, tant pour faire les Expériences avec un meilleur ſuccés, que pour en tirer de juſtes conſéquences.

PROPOSITION XII.

LXXII. *Dans quelque ſituation que l'éguille magnétique ait été placée, déterminer le mouvement oſcillatoire qu'elle éprouve avant que de parvenir à l'équilibre.*

SOLUTION.

Soit, comme juſqu'à préſent, pour l'indice de l'éguille l'angle $AOI = \eta$, & la déclinaiſon du plan vertical, dans lequel l'éguille ſe meut, du méridien magnétique, ou l'angle $VK/ = \omega$, & l'inclinaiſon de l'éguille qui renferme l'équilibre ou l'angle $EOP = \theta$, en ſorte qu'il y ait, comme nous avons trouvé ci-deſſus,

$$\text{tang } \theta = \frac{\text{ſin } \eta - m \text{ ſin } \gamma + n \text{ ſin } \alpha}{\text{cof } \eta + m \text{ cof } \gamma + n \text{ cof } \alpha . \text{ cof } \omega}$$

où eſt $m = \frac{Ag}{Md}$ & $n = \frac{Pk}{Md}$. Concevons encore que l'inclinaiſon de l'éguille eſt moindre que θ, & poſons la $= \theta - \varphi$, en ſorte que l'éguille ſoit éloignée de la ſituation d'équilibre de l'angle φ. Dans cette ſituation donc l'éguille ne ſera pas en équilibre, mais elle ſera pouſſée par une certaine force vers la ſituation d'équilibre ; &

pour

pour trouver le moment de cette force dans la ſolution du problème (§. XXXVII.) au lieu de θ poſons $\theta - \Phi$, & du poids de l'éguille nait le moment qui éléve l'éguille ===

$$Ag \sin(\theta - \Phi + \gamma) = Ag\,[\sin(\theta - \Phi).\cos\gamma + \cos(\theta - \Phi)\sin\gamma] =$$

$$Ag(\sin\theta.\cos\Phi.\cos\gamma - \cos\theta.\sin\Phi.\cos\gamma + \cos\theta.\cos\Phi.\sin\gamma + \sin\theta.\sin\Phi\sin\gamma)$$

Mais de l'indice de l'éguille nait le moment dépriment ===

$$Md.\sin(\eta - \theta + \Phi) = Md\,[\sin\eta.\cos(\theta - \Phi) - \cos\eta.\sin(\theta - \Phi)] =$$

$$Md.(\sin\eta.\cos\theta.\cos\Phi + \sin\eta.\sin\theta.\sin\Phi - \cos\eta.\sin\theta.\cos\Phi + \cos\eta.\cos\theta.\sin\Phi)$$

Pour la force magnétique de l'éguille, elle fournit le moment qui preſſe vers embas === $Pk\,[\sin\alpha.\cos(\theta - \Phi) - \cos\alpha.\cos\omega.\sin(\theta - \Phi)] =$

$$Pk(\sin\alpha.c\theta.\cos\Phi + \sin\alpha.\sin\theta.\sin\Phi - \cos\alpha.\cos\omega.\sin\theta.\cos\Phi + \cos\alpha.c\omega.c\theta.\sin\Phi)$$

De ces choſes réünies nait le moment qui déprime l'éguille ===

$$+ Pk(\sin\alpha\, c\theta.c\Phi + \sin\alpha.\sin\theta.\sin\Phi - \cos\alpha.c\omega.\sin\theta.c\Phi + c\alpha.c\omega.c\theta.\sin\Phi)$$

$$+ Md(\sin\eta.\cos\theta.\cos\Phi + \sin\eta.\sin\theta.\sin\Phi - \cos\eta.\sin\theta.\cos\Phi + \cos\eta.\cos\theta.\sin\Phi)$$

$$- Ag\,(\cos\gamma.\sin\theta.\cos\Phi - \cos\gamma.\cos\theta.\sin\Phi + \sin\gamma.\cos\theta.\cos\Phi + \sin\gamma.\sin\theta.\sin\Phi)$$

Mais, entant que l'équilibre eſt joint avec l'inclinaiſon θ nous avons

$$+ Pk\,(\sin\alpha.\cos\theta - \cos\alpha.\cos\omega.\sin\theta)$$

$$+ Md\,(\sin\eta.\cos\theta - \cos\eta.\sin\theta)$$

$$- Ag\,(\cos\gamma.\cos\theta + \sin\gamma.\cos\theta) = 0$$

laquelle quantité évanouiſſante étant multipliée par $\cos\Phi$, & ſoustraite de cette expreſſion, laiſſe le moment par lequel l'éguille eſt pouſſée à la ſituation d'équilibre

$$+ Pk\,(\sin\alpha.\sin\theta + \cos\alpha.\cos\omega.\cos\theta)\sin\Phi$$

$$+ Md\,(\sin\eta.\sin\theta + \cos\eta.\cos\theta)\sin\Phi$$

$$- Ag\,(\sin\gamma.\sin\theta - \cos\gamma.\cos\theta)\sin\Phi$$

Or de la vient

$$Pk.\text{cof}\alpha.\text{cof}\omega + Md.\text{cof}\eta + Ag.\text{cof}\gamma = \frac{\text{cof}\theta}{\text{fin}\,\theta}(Pk.\text{fin}\alpha + Md.\text{fin}\eta - Ag.\text{fin}\gamma)$$

D'où le moment cherché pourra être exprimé plus commodément ainſi

$$(Pk.\text{fin}\,\alpha + Md.\text{fin}\,\eta - Ag.\text{fin}\,\gamma)\,\frac{\text{fin}\Phi}{\text{fin}\,\theta},$$

ou bien, à cauſe de $Ag = m.Md$ & $Pk = nMd$, de cette maniere

$$Md\,(\text{fin}\,\eta - m\,\text{fin}\,\gamma + n\,\text{fin}\,\alpha)\,\frac{\text{fin}\Phi}{\text{fin}\,\theta}.$$

Si à préſent on poſe le moment d'inertie de toute l'éguille, ſans en exclurre l'indice $= Mhh$, dans le petit tems dt le mouvement de l'éguille ſera accéléré, de ſorte que ſoit

$$\frac{-2\,dd\Phi}{dt^2} = \frac{Md}{Mhh}\,(\text{fin}\,\eta - m\,\text{fin}\,\gamma + n\,\text{fin}\,\alpha)\,\frac{\text{fin}\Phi}{\text{fin}\,\theta}.$$

Qu'on mette pour abréger ce coëfficient conſtant

$$\frac{Md\,(\text{fin}\,\eta - m\,\text{fin}\,\gamma + n\,\text{fin}\,\alpha)}{Mhh\,\text{fin}\,\theta} = Q$$

de ſorte que ſoit $\frac{-2\,dd\Phi}{dt^2} = Q\,\text{fin}\,\Phi$; laquelle équation étant multipliée par $d\Phi$, & intégrée donne $C - \frac{d\Phi^2}{dt^2} = -Q\,\text{cof}\,\Phi$.

Que l'oſcillation commence, lorsque l'éguille eſt encore diſtante de la ſituation d'équilibre de l'angle ζ, & la conſtante C doit être définie en ſorte que poſant $\Phi = \zeta$, il devienne $\frac{d\Phi}{dt} = 0$, & ainſi on aura

$$C = -Q\,\text{cof}\,\zeta \quad \& \quad \frac{d\Phi^2}{dt^2} = Q\,(\text{cof}\,\Phi - \text{cof}\,\zeta).$$

Mais, en ſuppoſant que les oſcillations ſoient les plus petites, il eſt évident que dans ce cas elles ſeront iſochrones entr'elles, car cofζ étant $= 1 - \frac{1}{2}\zeta\zeta$ & cof$\Phi = 1 - \frac{1}{2}\Phi\Phi$, on aura

$d\Phi^2$

$$\frac{d\Phi^2}{dt^2} = \tfrac{1}{2}Q(\zeta\zeta - \Phi\Phi) \quad \& \quad dt\sqrt{\tfrac{1}{2}}\Phi = \frac{-d\Phi}{\sqrt{(\zeta\zeta - \Phi\Phi)}},$$

d'où en intégrant $t\sqrt{\frac{1}{2}}Q = A.\text{cof}\frac{\Phi}{\zeta}$. Poſons à préſent $\Phi = -\zeta$, & à cauſe de $A.\text{cof} - 1 = \pi$, π dénotant la circonférence du cercle dont le diametre $= 1$, le temps d'une oſcillation la plus petite ſera $= \frac{\pi\sqrt{2}}{\sqrt{Q}}$. De là, ſi l eſt la hauteur qu'un corps peſant qui tombe librement parcourt en une ſeconde, puiſque le tems de cette chûte ſe trouve par le calcul $= 2\sqrt{l}$, une oſcillation s'achevera dans le tems $\frac{\pi}{\sqrt{2Ql}}$ ſecond.

Et ſi pour Q on reſtituë la valeur priſe, chaque oſcillation la plus petite s'achevera dans le tems

$$\pi\sqrt{\frac{M\,h\,h\,\text{ſin}\,\theta}{2\,M\,d\,l(\text{ſin}\,\eta - m\,\text{ſin}\,\gamma + n\,\text{ſin}\,\alpha)}} \text{ ſecond.}$$

Ou, en poſant comme auparavant

$n\,\text{cof}\,\alpha = E$; $m\,\text{cof}\,\gamma = F$, & $-m\,\text{ſin}\,\gamma - n\,\text{ſin}\,\alpha = G$,

à cauſe de $\text{tang}\,\theta = \frac{\text{ſin}\,\eta + G}{\text{cof}\,\eta + F + E\,\text{cof}\,\omega}$, ce tems ſera

$$\pi\sqrt{\frac{M\,h\,h : 2\,M\,d\,l}{\sqrt{[(\text{ſin}\,\eta + G)^2 + (\text{cof}\,\eta + F + E\,\text{cof}\,\omega)^2]}}} \text{ ſecond.}$$

ou bien $\frac{\pi\sqrt{M\,h\,h : 2\,M\,d\,l}}{\sqrt[4]{[(\text{ſin}\,\eta + G)^2 + (\text{cof}\,\eta + F + E\,\text{cof}\,\omega)^2]}}$ ſecond.

COROLLAIRE I.

LXXIII. Si donc la même éguille fait ſes oſcillations en diverſes poſitions de l'inſtrument, les tems de ces oſcillations ſeront entr'eux comme $\sqrt{\frac{\text{ſin}\,\theta}{\text{ſin}\,\eta - m\,\text{ſin}\,\gamma + n\,\text{ſin}\,\alpha}}$, ou réciproquement comme $\sqrt[4]{[(\text{ſin}\,\eta + G)^2 + (\text{cof}\,\eta + F + E\,\text{cof}\,\omega)^2]}$.

Le

Le tems donc d'une oſcillation, dans un état quelconque de l'éguille étant trouvé, on pourra par ſon moyen définir le tems d'une oſcillation pour un autre état quelconque.

COROLLAIRE 2.

LXXIV. Cette régle a auſſi lieu, ſi l'éguille vient par hazard à perdre quelque choſe de ſa vertu magnétique, ou bien qu'on lui communique une plus grande force : dans lequel cas les nombres E & G ſe changent. On peut auſſi l'employer pour la comparaiſon des oſcillations en divers lieux de la terre, pourvû que les nombres E & G ſoient exactement définis par les Expériences pour un lieu quelconque.

COROLLAIRE 3.

LXXV. Dans le même lieu, & avec la même éguille, les oſcillations les plus courtes auront lieu, ſi la quantité

$$(\text{ſin}\ \eta + G)^2 + (\text{cof}\ \eta + F + E\ \text{cof}\ \omega)^2$$

devient la plus grande ; mais ſi elle devient la plus petite, les oſcillations ſeront les plus grandes & les plus foibles.

COROLLAIRE 4.

LXXVI. Mais cette quantité devient par rapport à l'angle η la plus grande ou la plus petite, ſi l'on prend $\text{tang}\ \eta = \frac{G}{F + E\ \text{cof}\ \omega}$: laquelle valeur étant ſubſtituée, le tems d'une oſcillation ſera réciproquement comme

$$V(1 + V(GG + (F + E\ \text{cof}\ \omega)^2))$$

laquelle quantité, par rapport à l'angle ω, devient derechef la plus grande ou la plus petite, ſi $\text{ſin}\ \omega = 0$, ou ſi $\text{cof}\ \omega = -\frac{F}{E}$: dans ce dernier cas donc, le tems d'une oſcillation ſera le plus grand, lors que η eſt $= 90°$, ou $\eta = 270°$ & $\theta = 90°$.

COROL-

COROLLAIRE 5.

LXXVII. Mais ſi $F = m \cos\gamma$ eſt une quantité poſitive, les oſcillations ſe feront avec la plus grande rapidité, en prenant $\omega = 0°$, $\text{tang}\,\eta = \frac{G}{F+E}$ d'où ſe fait $\theta = \eta$; mais ſi F eſt un nombre négatif, les oſcillations ſeront les plus fréquentes, en prenant $\omega = 180°$ & $\text{tang}\,\eta = \frac{G}{F-E}$, où ſe fait de nouveau $\theta = \eta$.

SCHOLIE.

LXXVIII. La Théorie de ces ſortes d'éguilles magnétiques ſera conſidérablement perfectionnée, ſi en faiſant les Expériences on obſerve auſſi les tems des oſcillations, ce que l'on pourra faire fort commodément pour le tems dans lequel ſe paſſent 10, 20, ou même un plus grand nombre d'oſcillations, pourvû qu'elles ſoient les plus petites, parce que ce ſont les ſeules auxquelles l'iſochronisme convienne, car elles ont plus de durée lorsqu'elles ſont plus grandes. Or par la comparaiſon de pluſieurs de ces oſcillations on pourra auſſi conclurre les valeurs des nombres E, F, & G: qui paroiſſent néanmoins pouvoir être définis plus certainement par les Expériences qui ont été décrites ci-deſſus. Mais ces nombres étant déjà connus, ſi l'on obſerve le tems abſolu d'une oſcillation en ſecondes, cela fera connoitre le moment d'inertie de l'éguille Mhh, lequel pouvant auſſi être connu d'ailleurs aſſez exactement, on découvrira par ce moyen l'accord de la Théorie avec les Expériences. Je vais donc dans la ſuite de ce Mémoire m'attacher à éclaircir & à confirmer par des Expériences la Théorie qui vient d'être expoſée.

EXPE'RIENCES

concernant la force & la direction magnétique ramenées à la Théorie.

Les éguilles magnétiques avec toutes les pieces néceſſaires pour les Expériences, qui ont été envoyées ici par l'habile Inventeur &

ſcavant Artiſte de Bâle, *Dieteric*, ont fourni une occaſion très favorable de faire toutes les ſortes d'Expériences qui peuvent ſervir, tant à confirmer la théorie expoſée ci-deſſus, qu'à déterminer l'inclinaiſon magnétique qui a lieu à Berlin. J'ai donc deſſein d'en rendre compte ici, en y joignant les concluſions auxquelles elles m'ont conduites. M. *Dieteric* avoit envoyé trois éguilles, presque de la même longueur, ſçavoir d'un pied & demi ; qu'il avoit marquées des lettres A, B, & C. Les deux premieres A & B étoient déjà imbuës de la vertu magnétique, & la troiſième n'en avoit presque point ; mais il paroit qu'elle en avoit contracté un peu, en ſéjournant dans un Cabinet rempli de pluſieurs Aimans artificiels, de lames & de petites barres d'acier magnétiques. C'eſt pourquoi j'ai fait mes Expériences dans un autre appartement fort éloigné de là, & où il n'y avoit, ni fer, ni aimant. Ayant donc commencé par placer le demi-cercle vertical, & ayant bien déterminé le meridien magnétique, je me ſuis ſervi de l'éguille A, avec laquelle, en ſuivant les préceptes donnés au §. LVIII. j'ai fait les Expériences ſuivantes pour définir l'inclinaiſon.

EXPÉRIENCE I.

	Les angles étant placés.		l'inclinaiſon de l'éguille A a été obſervée.
I.	$\eta = 90°$:	$\omega = 180°$	$\theta = 93°, 45' = \mathfrak{A}$
II.	$\eta = 90$:	$\omega = 0$	$\theta = 73, 25 = \mathfrak{B}$
III.	$\eta = 270$:	$\omega = 0$	$\theta = 19, 30 = \mathfrak{C}$

Quant aux obſervations de l'inclinaiſon, je dois remarquer qu'elles ne peuvent pas ſe faire avec la derniere exactitude, ſoit parce que le bord du demi-cercle eſt ſeulement diviſé en degrés, ſoit principalement à cauſe que l'éguille elle-même eſt un peu vague, de ſorte qu'elle a peine à ſe fixer dans le petit eſpace d'environ $10'$: ce qui fait qu'on ne ſcauroit guères éviter une erreur d'autour de dix minutes dans ces Obſervations.

CALCUL.

Etant donc

$\mathfrak{A} = 93°,45'$

$\mathfrak{B} = 73,\ 25$

$\mathfrak{C} = 19,\ 30$

on aura

$\mathfrak{A}+\mathfrak{B} = 167°,10'$

$\mathfrak{A}-\mathfrak{B} = 20,\ 20$

$\mathfrak{B}+\mathfrak{C} = 92,\ 55$

$\mathfrak{B}-\mathfrak{C} = 53,\ 55$

mais eſt

$E = \frac{\text{cof}\,\mathfrak{C}.\ \text{ſin}\,(\mathfrak{A}-\mathfrak{B})}{\text{ſin}\,\mathfrak{A}\ \text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$

$F = \frac{\text{cof}\,\mathfrak{C}\ \text{ſin}\,(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{\text{ſin}\,\mathfrak{A}\ \text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$

$G = \frac{\text{ſin}\,(\mathfrak{B}+\mathfrak{C})}{\text{ſin}\,(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})}$ &

$\text{tang}\,\alpha = \frac{G+F\,\text{tang}\,\gamma}{E}$

du	l cof $\mathfrak{C}$	$= 9.9743466$	
fouſtr.	l ſin $\mathfrak{A}$	$= 9,9990691$	
		9.9752775	
fouſtr.	l ſin$(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})$	$= 9\ 9074980$	
		$0,0677795$	
ajout.	ſin $(\mathfrak{A}-\mathfrak{B})$	$= 9,5409314$	
	ſin $(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})$	$= 9.3465724$	
	l E	$= 9,6087109$	
	l F	$= 9,4143589$	
de là	E	$= 0,406173$	
	F	$= 0,259632$	
	G	$= 1,235773$	

& $\text{tang}\,\alpha = 3,042480 + 0,63921.\text{tang}\,\gamma$

du	l ſin$(\mathfrak{B}+\mathfrak{C})$	$= 9,9994370$	
fouſtr.	l ſin$(\mathfrak{B}-\mathfrak{C})$	$= 9,9074980$	
du	l G	$= 0,0919390$	
	l F	$= 9,4143589$	
fouſtr.	l E	$= 9\ 6087109$	
on aura	$l\,\frac{G}{E}$	$= 0,4832281$	
	$l\,\frac{F}{E}$	$= 9,8056480$	

CONCLUSIONS.

I. De là déjà on pourra définir l'inclinaiſon de l'éguille pour une ſituation quelconque de l'indice & du demi-cercle : car elle ſera

$$\text{tang}\,\theta = \frac{\text{ſin}\,\eta + 1,235773}{\text{cof}\,\eta + 0,259632 + 0,406173.\text{cof}\,\omega}$$

Mais cette formule eſt reſtrainte au tems & au lieu préſent, tant que la force magnétique de l'éguille demeure la même.

II. Si l'angle γ évanouiſſoit comme l'affirme l'Artiſte, l'inclinaiſon magnétique ſeroit ici à Berlin vers le milieu de cette année 1755, $71°48'$: & de là $m = \frac{Ag}{Md} = 0{,}259632$ & $n = \frac{Pk}{Md} = \frac{E}{\cos\omega} = 1{,}297$. Le premier nombre m eſt conſtant, mais le dernier n eſt proportionnel à la vertu magnétique abſoluë.

Mais, pour m'aſſurer d'autant mieux, ſi l'angle γ eſt effectivement égal à 0, j'ai donné à la même éguille A en la frottant une vertu magnétique contraire, afin que ſes poles ſe changeaſſent, & que la valeur de la lettre n devint negative.

EXPÉRIENCE II.

Les poles de l'éguille A étant donc changés ſuivant le §. LIX. j'ai obſervé les inclinaiſons ſuivantes:

Les angles étant poſés	l'inclinaiſon de l'éguille a été
I. $\eta = 90°$ & $\omega = 180°$	$\theta = 180° + 161°, 0' = \mathfrak{A}$
II. $\eta = 90$ & $\omega = 0$	$\theta = 180 + 58, 15 = \mathfrak{B}$
III. $\eta = 270$ & $\omega = 0$	$\theta = 180 + 86, 20 = \mathfrak{C}$

Ces inclinaiſons ſont plus grandes, que 180°, parce que l'extrémité de l'éguille Q touchoit déjà le bord du demi-cercle, l'autre extrémité étant élevée en l'air, mais les angles θ doivent être comptés du terme P.

CALCUL.

Etant donc	on aura
$\mathfrak{A} = 180° + 161°, 0'$	$\mathfrak{A}+\mathfrak{B} = 219°,15' : \sin(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) = -\sin 39°,15'$
$\mathfrak{B} = 180 + 58, 15$	$\mathfrak{A}-\mathfrak{B} = 102, 45 : \sin(\mathfrak{A}-\mathfrak{B}) = +\sin 77, 15$
$\mathfrak{C} = 180 + 86, 20$	$\mathfrak{B}+\mathfrak{C} = 144, 35 : \sin(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}) = +\sin 35, 25$
	$\mathfrak{B}-\mathfrak{C} = -28, 5 : \sin(\mathfrak{B}-\mathfrak{C}) = \sin 28, 5$

Du

Du l cof $\mathfrak{C} = -8{,}8058523$
foustr. l ſin $\mathfrak{A} = -9{,}5126419$
$+9{,}2932104$
foustr. l ſin $(\mathfrak{B}-\mathfrak{C}) = -9{,}6727952$
$-9{,}6204152$
ajout. l ſin $(\mathfrak{A}-\mathfrak{B}) = +9{,}9891571$
l ſin $(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}) = -9{,}8012015$
l E $= -9{,}6095723$
l F $= +9{,}4216167$

De là E $= -0{,}406979$
F $= +0{,}264008$
G $= -1{,}231069$

& tang $\alpha = 3{,}024820 - 0{,}64870 . \text{tang } \gamma$.

Remarque. Les ſignes + & — mis ici devant les logarithmes n'appartiennent pas aux logarithmes, mais il faut les rapporter aux nombres auxquels ils répondent.

Du l ſin $(\mathfrak{B}+\mathfrak{C}) = +9{,}7630671$
foustr. l ſin $(\mathfrak{B}-\mathfrak{C}) = -9{,}6727952$
Du l G $= -0{,}0902719$
l F $= +9{,}4216167$
foustr. l E $= -9{,}6095723$

$l \frac{G}{E} = +0{,}4806996$

$l \frac{F}{E} = -9{,}8120444$

CONCLUSIONS.

I. C'eſt à l'erreur des obſervations qu'il faut attribuër, que la valeur de F, qui cependant n'auroit dû ſubir aucun changement, ait été plus grande ici qu'auparavant. Mais j'obſerve que ſi l'on prenoit l'angle $\mathfrak{A}$ ſeulement moindre de 15′, il en réſulteroit un accord parfait ; & il eſt probable que l'erreur eſt encore moindre dans l'angle $\mathfrak{A}$, puiſqu'une partie de la différence doit être imputée, non ſeulement aux autres angles, mais auſſi à l'Expérience précédente.

II. Mais, ſi l'on fait une ſemblable correction à l'angle $\mathfrak{A}$, le nombre E devient un peu plus petit, d'où la fraction $\frac{G}{E}$ devient plus grande que dans la premiere expérience, en ſorte que l'angle γ devroit être poſitif, &, en ôtant à préſent cette correction, négatif ; au lieu

que dans l'un & dans l'autre cas il demeure au deſſous de $45'$. Ce qui met en droit de conclure avec aſſez de confiance, que cet angle γ, s'il n'eſt pas $= 0$, eſt encore beaucoup moindre.

III. Si donc avec l'Artiſte nous prenons pour cette éguille $\gamma = 0$, nous obtiendrons par cette ſeconde Expérience l'inclinaiſon magnétique $\alpha = 71°, 42'$, au lieu que la premiere donnoit $71° 48'$. En prenant donc le milieu, nous pourrons affirmer que l'inclinaiſon magnétique eſt préſentement à Berlin $71°, 45'$.

IV. Si nous prenons de la même maniere un' terme moyen entre les valeurs du nombre F, la vraye valeur du nombre F, qui à cauſe de $\gamma = 0$ convient auſſi au nombre m, paroit être $F = m = 0,261820 = \frac{Ag}{Md}$. D'où, vû que le moment de l'indice Md eſt le plus petit, il eſt clair que le centre de gravité de l'éguille eſt à la plus petite diſtance de l'axe du mouvement.

V. Au reſte, comme la valeur de E trouvée ici eſt presque égale à la précédente, on voit qu'en changeant les poles de l'éguille, on lui a imprimé de nouveau une force magnétique égale.

Puisqu'il eſt donc préſentement certain que l'angle γ eſt ſi petit, que le terme m ſin γ peut être négligé ſans erreur ſenſible, je me ſuis efforcé à remettre l'éguille dans ſa ſituation précédente à l'égard des poles, & à lui imprimer la plus grande force.

EXPÉRIENCE III.

L'éguille A étant ainſi rétablie, ce qui fut fait le 3 de Juillet, les inclinaiſons ſuivantes furent auſſi-tôt obſervées.

Les

Les angles état posés	l'inclinaiſon a été obſervée
I. $\eta = 90°$ & $\omega = 0°$	$\theta = 73°,12'$. donc $\frac{1+G}{F+E} = \text{tang}\,73°12'$
II. $\eta = 270$ & $\omega = 0$	$\theta = 23,35$. donc $\frac{-1+G}{F+E} = \text{tang}\,23°35'$
III. $\eta = 90$ & $\omega = 180$	$\theta = 94,10$. donc $\frac{1+G}{F-E} = -\text{tag}\,85°50'$
IV. $\eta = 270$ & $\omega = 180$	$\theta = -61.50$. donc $\frac{-1+G}{F-E} = -\text{tag}\,61°50'$

CALCUL.

Afin de pouvoir tirer de là des concluſions d'autant plus certaines, puisque trois Obſervations ſuffiſent, omettons la troiſième à cauſe qu'une legere faute qui y a été commiſe, changeroit trop la tangente de l'angle θ. Etant donc

I. $\frac{G-1}{E+F} = \text{tg}\,23°35'$: II. $\frac{G-1}{E-F} = \text{tg}\,61°50'$ & III. $\frac{G+1}{E+F} = \text{tg}\,73°12'$

on aura

$$\frac{G+1}{G-1} = \frac{\text{tang}\,73°12'}{\text{tang}\,23°35'} \;\&\; G = \frac{\text{ſin}\,96°,47'}{\text{ſin}\,49°,37'},\ \text{d'où}\ lG = 0,1140786 \;\&\; G = 1,300405$$

C'eſt pourquoi	$G-1 = 0,300405$	donc au	$l(G-1) = 9,4777071$
de plus	$E+F = 0,688145$	ajour.	$l\text{cot}\,23°35' = 0,3599731$
	$E-F = 0,160851$		$l\text{cot}\,61°50' = 9,7287161$
Donc	$E = 0,424498$		$l(E+F) = 9,8376802$
&	$F = 0,263647$		$l(E-F) = 9,2064232$
Du	$lG = 0,1140786$		
ſouſtr.	$lE = 9,6278757$		
	$l\,\text{tang}\,\alpha = 10,4862029$	&	$\alpha = 71°\ 55'$

CON-

CONCLUSIONS.

I. La valeur de F ſe trouve ici à peu près la même qui a été concluë des Expériences précédentes ; & parce que cette valeur eſt renfermée parmi les précédentes, elle doit être regardée comme ne s'éloignant pas beaucoup de la vérité.

II. La valeur de E ſe trouve ici un peu plus grande que dans l'Expérience précédente ; d'où il s'enſuit qu'on a donné à l'éguille une plus grande vertu magnétique qu'elle n'avoit auparavant : ce qui ſe conclut auſſi de la valeur de G qui eſt plus grande à préſent que ci-deſſus. La vertu magnétique préſente eſt donc à la précédente comme 21 à 20.

III. Si de ces valeurs des lettres E, F, G, nous définiſſons la troiſième inclinaiſon, nous trouverons qu'elle a dû être 94° 2′; comme elle a donc été obſervée 94° 10′ nous pourrons la ſtatuer 94° 6′, & l'introduire deſormais dans le calcul ſans craindre d'erreur notable.

IV. L'ayant ainſi introduite, omettons la premiere 73° 12′ dont la tangente pourroit auſſi recevoir une grande altération de la plus legère erreur. Conſidérons donc ces obſervations.

$$\frac{G-1}{E+F} = \text{tang}\, 23°,35' \qquad \frac{G-1}{E-F} = \text{tang}\, 61°,50' \qquad \frac{G+1}{E-F} = \text{tang}\, 85°,54'$$

d'où ſe fait

$$\frac{G+1}{G-1} = \frac{\text{tang}\, 85°\,54'}{\text{tang}\, 61°,50'} \quad \& \quad G = \frac{\text{ſin}\, 147°,44'}{\text{ſin}\, 24°,\ 4'} = \frac{\text{ſin}\, 32°\,16'}{\text{ſin}\, 24°,\ 4'}$$

de ſorte que ſoit $lG = 0,1169813$ & $G = 1,309126$, & de là

$$E + F = 0,708123 \qquad lG = 0,1169813$$
$$E - F = 0,165520 \qquad lE = 9,6403045$$
$$E = 0,436822 \qquad l\,\text{tang}\,\alpha = 0,4766768$$
$$F = 0,271302 \qquad \alpha = 71°,\ 33'$$

V. Ces

V. Ces valeurs étant prifes, on trouve $\frac{G+1}{E+F} = \text{tang } 72°,57'$; & ainfi la premiere inclinaifon paroit avoir été $73° 4'$. Soient donc nos quatre obfervations

$$\frac{G-1}{E+F} = \text{tang } 23°,35' : \frac{G-1}{E-F} = \text{tang } 61°,50' : \frac{G+1}{E+F} = \text{tang } 73°,4' : \frac{G+1}{E-F} = \text{tang } 85°,54'$$

qui s'accorderont, fi l'on pofe

$$\frac{E+F}{E-F} = \frac{\text{tang } 61°,\ 50'}{\text{tang } 23°,\ 35'} = \frac{\text{tang } 85°,\ 54'}{\text{tang } 73°,\ 4'}.$$

VI. Mais on peut arriver à cet accord, pourvû que les inclinaifons ne foyent pas changées au delà de deux minutes ; comme de cette maniere

$$\frac{G-1}{E+F} = \text{tang } 23°,36' : \frac{G-1}{E-F} = \text{tang } 61°,51' : \frac{G+1}{E+F} = \text{tang } 73°,5' : \frac{G+1}{E-F} = \text{tang } 85°,56'$$

D'où l'on tire

$E = 0,43274$: $F = 0,26875$: $G = 1,30647$ & $\alpha = 71°,40\frac{1}{2}'$.

VII. Si nous prenons de nouveau un terme moyen entre ces valeurs pour l'éguille A, nous ne nous écarterons pas beaucoup de la vérité, fi nous ftatuons $F = 0,265$, & l'inclinaifon magnétique à Berlin $\alpha = 71°,\ 45'$: alors pour la vertu préfente de l'éguille $E = 0,430$ & $G = 1,304$, d'où fe fait

$$m = \frac{A\,g}{M\,d} = 0,265 \quad \& \quad n = \frac{P\,k}{M\,d} = 1,373.$$

VIII. A' Berlin donc, tant que l'éguille A conferve la même vertu magnétique, on peut affigner l'inclinaifon θ pour un état quelconque de l'éguille. Car fi l'on appelle l'angle $AOI = \eta$, & la déclinaifon $VK\,I = \omega$, on aura

$$\text{tang } \theta = \frac{\text{fin } \eta + 1,304}{\text{cof } \eta + 0,265 + 0,430.\text{cof } \omega}.$$

IX. L'inclinaiſon donc la plus petite de toutes ſera produite ſi l'on prend $\omega = 0$, ou ſi l'on place le demi-cercle dans le méridien magnétique, & qu'on prenne l'angle $\eta = 270° + 19°, 21'$; car alors on obſervera l'inclinaiſon $19°, 21'$. Mais ω demeurant $= 0$, le pole boréal P de l'éguille inclinera le plus ſous l'horizon OE, en prenant $\eta = 180° + 14°, 32'$ puiſqu'on obſervera alors l'angle $\theta = 104°, 32'$.

X. Examinons donc plus attentivement les phénomenes de cette éguille; & parce que l'Inventeur, au lieu de la diviſion accoûtumée, en a miſe une autre ſur le cercle attaché à l'éguille, à la faveur de laquelle ont peut connoitre l'inclinaiſon magnétique partout ſans calcul, commençons par en rendre compte ici.

DIVISION

du cercle de l'éguille A, *pour déterminer une ſituation de l'indice, par le moyen de laquelle l'inclinaiſon magnétique puiſſe être trouvée par toute la terre ſans calcul.*

Au lieu de la diviſion ordinaire en degrés, l'Inventeur diviſe le cercle attaché à l'éguille de façon que chaque diviſion, ſi l'on y place l'indice, montre quelle inclinaiſon l'éguille auroit ſi elle étoit dépourvuë de vertu magnétique; c'eſt pourquoi il fait cette diviſion par la pratique, avant que l'éguille ſoit imbuë de vertu magnétique. Mais à préſent nous pourrons exécuter la même diviſion par la ſeule valeur de la lettre F; car, à cauſe de $\gamma = 0$, ſi la force magnétique de l'éguille évanouïſſoit, on aura tant $E = 0$, que $G = 0$; & par conſéquent l'indice OMI étant placé de façon que l'angle AOI ſoit $= \eta$, l'éguille dans toute ſituation du demi-cercle vertical inclineroit de façon que la tangente de l'inclinaiſon ſeroit $= \frac{\sin \eta}{\cos \eta + 0,265}$, ou en général $= \frac{\sin \eta}{\cos \eta + m}$. Soit donc ζ cette inclinaiſon, on aura $\text{tang } \zeta = \frac{\sin \eta}{\cos \eta + m} = \frac{\sin \zeta}{\cos \zeta}$, ou $\sin (\eta - \zeta) = m \sin \zeta$;

par

par laquelle équation on peut definir l'angle η pour une inclinaiſon quelconque ζ : & ainſi les degrés des angles ζ peuvent être inſcrits au lieu des angles η, ou bien on pourra dreſſer une table des angles ζ, ſi le bord a été diviſé en degrés à la maniere accoutumée. Voici quelle ſera cette table pour l'éguille A, lorsque m eſt $= 0,265$

angle ζ	angle $\eta - \zeta$	angle η		angle ζ	angle $\eta - \zeta$	angle η
0°	0° 0′	0° 0′		180°	− 0° 0	180° 0
10	2 38	12 38		190	− 2 38	187 22
20	5 12	25 12		200	− 5 12	194 48
30	7 37	37 37		210	− 7 37	202 23
40	9 49	49 49		220	− 9 49	210 11
50	11 43	61 43		230	−11 43	218 17
60	13 16	73 16		240	−13 16	226 44
70	14 25	84 25		250	−14 25	235 35
80	15 8	95 8		260	−15 8	244 52
90	15 22	105 22		270	−15 22	254 38
100	15 8	115 8		280	−15 8	264 52
110	14 25	124 25		290	−14 25	275 35
120	13 16	133 16		300	−13 16	286 44
130	11 43	141 43		310	−11 43	298 17
140	9 49	149 49		320	− 9 49	310 11
150	7 37	157 37		330	− 7 37	322 23
160	5 12	165 12		340	− 5 12	334 48
170	2 38	172 38		350	− 2 38	347 22
180	0 0	180 0		360	− 0 0	360 0

Comme à préſent, ſi l'éguille eſt magnétique, l'inclinaiſon de l'éguille ſe trouve telle, que tang θ eſt $= \frac{\text{ſin } \eta + G}{\text{cof } \eta + F + E \text{ cof } \omega} = \frac{\text{ſin } \eta + n \text{ ſin } \alpha}{\text{cof } \eta + m + n \text{ cof } \alpha \,.\, \text{cof } \omega}$, la différence $\theta - \zeta$ ſera l'effet produit par la force magnétique. D'où, ſi $\theta = \zeta$, parce que cet effet ſera nul, l'inclinaiſon obſervée $\theta = \zeta$ donnera l'inclinaiſon magnétique pour ce cercle vertical ; car on aura tang $\theta = \frac{\text{tang } \alpha}{\text{cof } \omega}$, & en plaçant l'inſtrument dans le méridien magnétique même, on tire de cette maniere la vraye inclinaiſon magnétique, ou $\theta = \alpha$. Ces angles ζ étant donc marqués ſur le cercle attaché à l'éguille A, l'Expérience ſuivante fournit les obſervations des inclinaiſons de l'éguille θ, qui conviennent à tous les angles ζ.

EXPÉRIENCE IV.

En avançant ſucceſſivement l'indice de l'éguille A par les dix degrés des angles qui viennent d'être déſignés par la lettre ζ, l'inclinaiſon θ s'eſt trouve telle

angle ζ	l'inclinaiſon de l'éguille θ	$\theta - \zeta$
0°	36° 30′	36° 30′
10	41 50	31 50
20	47 10	27 10
30	51 50	21 50
40	56 20	16 20
50	61 45	11 45
60	66 15	6 15
70	70 50	0 50
80	75 10	− 4 50
90	79 30	−10 30
100	83 25	−16 35

CON-

CONCLUSIONS.

I. Cette Expérience a été faite le 7 de Juillet, & ainſi quelques jours après que j'avois frotté de nouveau l'éguille; pendant lequel tems elle a pu perdre quelque choſe de la force magnétique. Ces Expériences précédentes ayant donc donné $G = 1,304$ & $E = 0,430$, de là pour le cas $\zeta = 0$, dans lequel η eſt auſſi $= 0$, à cauſe de $\omega = 0$, l'inclinaiſon θ auroit du être 37°, 34′. & elle n'eſt que 36°, 30′. Donc il eſt manifeſte que la force magnétique de l'éguille a ſouffert un peu de diminution.

II. Néanmoins on peut tout auſſi bien conclure la vraye inclinaiſon magnétique, puisque la méthode que l'Inventeur a recommandée ne dépend nullement de la force magnétique abſoluë, mais doit conduire à la même inclinaiſon, ſoit que l'éguille ſoit forte, ou foible.

III. Comme en effet, ſi l'éguille étoit deſtituée de toute force magnétique, θ ſeroit $= \zeta$, la différence $\theta - \zeta$ doit être attribuée à la force magnétique. Or il paroit que cette différence évanouït, ſi ζ excede tant ſoit peu 70°. C'eſt pourquoi, ſi l'on cherche par interpolation le cas, où $\theta - \zeta = 0$, ce qui arrive ſi $\zeta = 71\frac{1}{2}°$, on aura à peu près l'inclinaiſon magnétique.

IV. Mais on ne ſçauroit éviter non plus de cette maniere une erreur de pluſieurs minutes, ſoit parce que cette diviſion pratique des angles ζ n'eſt pas des plus exactes, ſoit auſſi parce que les erreurs commiſes dans les obſervations mêmes affectent trop la concluſion.

EXPÉRIENCE V.

Le 9 de Juillet, avec l'éguille A dont la force magnétique étoit tant ſoit peu diminuée, ont été obſervées non ſeulement les inclinaiſons pour les principales poſitions, mais auſſi les oſcillations ſuivantes:

en prenant les angles	20 oſcillations s'achevoient	l'inclinaiſon de l'éguille	Par la Théorie	l'inclinaiſon de l'éguille obſervée la 2de fois
$\omega = 0° : \eta = 0°$	68″	$\theta = 34° 10'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{1+F+E}$	34°, 5′
$\omega = 0 : \eta = 90$	64	$\theta = 72 , 30$	$\text{tang}\,\theta = \frac{1+G}{F+E}$	72 , 25
$\omega = 0 : \eta = 180$	89	$\theta = 106 , 20$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{-1+F+E}$	106 , 20
$\omega = 0 : \eta = 270$	110	$\theta = 13 , 40$	$\text{tang}\,\theta = \frac{-1+G}{F+E}$	13 , 40
$\omega = 180 : \eta = 0$	78	$\theta = 52 , 10$	$\text{ang}\,\theta = \frac{G}{1+F-E}$	52 , 10
$\omega = 180 : \eta = 90$	67	$\theta = 92 , 10$	$\text{tang}\,\theta = \frac{1+G}{F-E}$	92 , 10
$\omega = 180 : \eta = 180$	83	$\theta = 132 , 40$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{-1+F-E}$	132 , 50
$\omega = 180 : \eta = 270$	230	$\theta = 109 , 15$	$\text{tang}\,\theta = \frac{-1+G}{F-E}$	109 , 10
$\omega = \pm 90 : \eta = 0$	73	$\theta = 41 , 55$	$\text{ang}\,\theta = \frac{G}{1+F}$	42 , 0
$\omega = \pm 90 : \eta = 90$	67	$\theta = 83 , 0$	$\text{ang}\,\theta = \frac{1+G}{F}$	83 , 0
$\omega = \pm 90 : \eta = 180$	80	$\theta = 121 , 0$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{-1+F}$	121 , 0
$\omega = \pm 90 : \eta = 270$	150	$\theta = 29 , 20$	$\text{tang}\,\theta = \frac{-1+G}{F}$	29 , 10

REMAR-

REMARQUES.

I. Lors qu'il n'y avoit pas encore longtems que l'éguille étoit frottée, j'ai obſervé, pendant que les Expériences ſe faiſoient, que ſa force magnétique ſouffroit quelque legère diminution ; c'eſt pourquoi j'ai recommencé les mêmes Expériences, & j'ai placé ici les inclinaiſons obſervées la ſeconde fois. J'ai auſſi remarqué alors, qu'en tournant le demi-cercle vertical vers l'*Orient* ou vers l'*Occident*, cette autre force qui pouſſe l'éguille vers le méridien magnétique, répandoit un tant ſoit peu d'incertitude ſur les obſervations, parce que cette force fait avancer l'éguille au bord du demi-cercle, ou l'en détourne.

II. Les valeurs qu'on peut en recueillir, ſont $G = 1,166$; $F = 0,288$, & $E = 0,379$, d'où vient $\text{tang}\, \alpha = \frac{G}{E} = 3,076$, ou $\alpha = 71°, 59'$. Mais ces valeurs étant ſubſtituées pour E, F, & G, s'écarteront encore beaucoup des obſervations. Pour diminuer ces erreurs on trouvera les corrections ſuivantes de ces valeurs

$G = 1,174 : E + F = 0,676 : E - F = 0,064 :$

d'où ſe fait $E = 0,370 :$ & $F = 0,306.$

III. Voyons donc quelles inclinaiſons doivent réſulter de ces valeurs pour toutes les poſitions de l'éguille ; & puisque pour chaque poſition le tems d'une oſcillation eſt comme $\sqrt{\frac{\text{ſin } \theta}{\text{ſin } \varphi + G}}$, faiſons auſſi entrer en compte cette quantité proportionelle au tems.

en

en prenant les angles	l'inclinaiſon calculée	le tems des oſc. calculé	le tems calc. de 20 oſcill.
$\omega = 0° : \eta = 0°$	$\theta = 35° : 0'$	0, 699	67″
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 72 : 44$	0, 663	64
$\omega = 0 : \eta = 180$	$\theta = 105 : 26$	0, 906	87
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 14 : 26$	1, 197	114
$\omega = 180 : \eta = 0$	$\theta = 51 : 27$	0, 816	78
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = 91 : 41$	0, 678	65
$\omega = 180 : \eta = 180$	$\theta = 132 : 11$	0, 795	76
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = 110 : 12$	2, 322	223
$\omega = \pm 90 : \eta = 0$	$\theta = 41 : 57$	0, 755	72
$\omega = \pm 90 : \eta = 90$	$\theta = 82 : 0$	0, 675	65
$\omega = \pm 90 : \eta = 180$	$\theta = 120 : 35$	0, 856	82
$\omega = \pm 90 : \eta = 270$	$\theta = 29 : 37$	1, 685	162

IV. Dans l'inclinaiſon donc l'erreur de calcul ne ſurpaſſe nulle part un degré; & cette legère erreur doit être attribuée aux Obſervations mêmes, parce que les angles η ne ſçauroient être pris avec la derniere exactitude, ni la ſituation d'équilibre bien diſtinguée. Peut-être auſſi que les diverſes fernires qui ſe trouvoient de côté & d'autre dans l'appartement pouvoient produire une ſemblable aberration: Mais ces erreurs ne ſçauroient faire révoquer en doute la certitude de la Théorie.

V. Enfuite, avec quelque ſoin que le petit eſſieu, autour du quel l'éguille ſe meut, ſoit travaillé, cependant ſa figure ne peut être ſi exactement priſe pour parfaitement cylindrique, qu'il ſe tourne avec une égale facilité dans toutes les ſituations. Les plus legères inégalités dans les petits tuyaux de verre ſur leſquels cet eſſieu repoſe, peuvent empêcher tant ſoit peu ſon mouvement: ce qu'on eſt en droit d'inferer du changement de pluſieurs minutes qui arrive ſouvent dans l'inclinaiſon,

naiſon, lors que la ſituation de l'eſſieu vient à recevoir quelque petit changement.

VI. Les tems dans lesquels, ſuivant la Théorie, vint oſcillations doivent s'achever, s'accordent ſi bien avec les obſervations, que cet accord confirme merveilleuſement la Théorie. Il eſt vrai que, quand le mouvement oſcillatoire étoit fort lent, la différence devenoit plus grande ; mais on doit ſans doute en attribuër la cauſe aux obſtacles qui viennent d'être indiqués.

VII. Pour mieux confirmer ce que j'avance, j'ai cherché la diſpoſition de l'éguille dans laquelle ſon mouvement oſcillatoire devoit être le plus rapide, & j'ai trouvé quelle avoit lieu, en prenant $\zeta = 50°$, dans lequel cas η devient $= 61°, 43$, & $\theta = 61°, 10'$. Le tems donc d'une oſcillation devoit être comme $\sqrt{\frac{\text{ſin } \theta}{\text{ſin}\eta + G}} = 0,653$, ce qui pour vint oſcillations donne $62''$; & en effet vint oſcillations ſe ſont trouvées arriver dans cet eſpace de tems.

VIII. A la vérité, de ces valeurs des lettres G & E il réſulte une inclinaiſon magnétique α un peu plus grande ; car tang α étant $= \frac{G}{E}$, cela donneroit $\alpha = 72°,30'$. Mais parce que la valeur de la lettre F a auſſi été trouvée plus grande ici qu'auparavant, il eſt vraiſemblable que l'éguille fréquemment frottée a ſouffert quelque courbure, de ſorte que γ n'eſt peut-être plus $= 0$; & par conſéquent, comme tang α eſt réellement $= \frac{G + F.\text{tang } \gamma}{E}$, l'angle γ paroit avoir acquis une valeur négative, en ſorte que l'inclinaiſon magnétique ne doit pas être cenſée ſurpaſſer $71°, 45'$.

Toutes les Expériences ſuffiſantes pour confirmer la Théorie ayant été ainſi faites avec l'éguille A, je me ſuis ſervi de l'éguille B, après lui avoir imprimé une aſſez grande force magnétique, & j'ai fait les deux Expériences ſuivantes pour déterminer l'inclinaiſon de la direction magnétique.

EXPÉRIENCE VI.

Le 8 d'Août j'ai obſervé avec l'éguille B les inclinaiſons ſuivantes pour les principales poſitions, tant du plan vertical que de l'indice.

les angles étant poſés	l'inclinaiſ. de l'éguille	d'où par la Théorie
$\omega = 0° : \eta = 0°$	$\theta = 28°, 20'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{1+F+E}$
$\omega = 0 \quad \eta = 90$	$\theta = 75 , 30$	$\text{tang}\,\theta = \frac{1+G}{F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 180$	$\theta = 180° - 56°, 20'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{-1+F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = -23 , 45$	$\text{tang}\,\theta = \frac{-1+G}{F+E}$
$\omega = 180 : \eta = 0$	$\theta = 39°, 15$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{1+F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = 180° - 88°, 45'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{1+G}{F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 180$	$\theta = 180 - 37 , 0$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{-1+F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = 180 + 73 , 50$	$\text{tang}\,\theta = \frac{-1+G}{F-E}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 0$	$\theta = 32°, 50$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{1+F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 90$	$\theta = 83 , 20$	$\text{tang}\,\theta = \frac{1+G}{F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 180$	$\theta = 180° - 45°, 0'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{G}{-1+F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 270$	$\theta = 44°, 30'$	$\text{tang}\,\theta = \frac{-1+G}{F}$

Quoi-

Quoique trois inclinaiſons obſervées ſuffiſent déjà pour déterminer les nombres E, F, & G, cependant il n'eſt pas inutile d'en obſerver un plus grand nombre, parce que de cette maniere leſdits nombres pourront être tirés beaucoup plus exactement ; car on trouvera pour les nombres E, F, G, pluſieurs valeurs qui différent entr'elles à cauſe des erreurs des obſervations ; & ce n'eſt qu'en prenant leurs valeurs moyennes qu'on peut arriver plus près de la vérité.

Mais comme, lorſqu'on trouve l'inclinaiſon un peu grande, de façon qu'elle paſſe le 60e. degré, la petite erreur commiſe dans l'inclinaiſon cauſe une grande différence dans la tangente, les concluſions déduites de ces inclinaiſons ne peuvent que s'élogner beaucoup de la vérité, de ſorte qu'il vaut mieux les omettre, & s'abſtenir de rien conclurre de ces inclinaiſons. En faiſant donc ſeulement choix des obſervations, dans leſquelles les inclinaiſons n'ont pas été trouvées plus grandes qu'un demi-droit, nous aurons les équations ſuivantes :

$$\text{tang } 28°,20' = \frac{G}{1+F+E} : \text{tg } 23°,45' = \frac{1-G}{F+E} : \text{tg } 39°,15' = \frac{G}{1+F-E}$$

$$\text{tang } 37° = \frac{-G}{-1+F-E} : \text{tg } 32°,50' = \frac{G}{1+F} : \text{tang } 45° = \frac{-G}{-1+F}$$

$$\& \quad \text{tang } 44°\ 30' = \frac{1-G}{F}.$$

Desquelles on tire les valeurs ſuivantes

$$E+F = 0,467 : E-F = 0,035 \ \& \ G = 0,785 ; \text{ d'où}$$

$$E = 0,251 \quad \& \quad F = 0,216.$$

Leſquelles étant trouvées, ſi nous voulons auſſi faire uſage des autres obſervations, nous trouverons par la régle de faux des valeurs beaucoup plus exactes pour $E+F$, $E-F$, & G, de la maniere ſuivante.

Les quatre premieres inclinaiſons fourniront les corrections des nombres G & $E+F$. Qu'on les ſuppoſe donc,

I. $G=0,785$ & $E+F=0,467$	II. $G=0,790$ $E+F=0,467$	III. $G=0,785$ $E+F=0,472$	mais posons que les vrayes valeurs soyent $G=0,785+\frac{x}{10000}$ & $E+F=0,467+\frac{y}{10000}$
on aura $\frac{G}{1+F+E}=\frac{0,785}{0,467}$ $=\text{tang}\,28°,9'$	$\frac{G}{1+F+E}=\frac{0,790}{1,467}$ $=\text{tang}\,28°,18'$	$\frac{G}{1+F+E}=\frac{0,785}{1,472}$ $=\text{tang}\,28°,4'$	& par les vrayes valeurs on aura $\frac{G}{1+F+E}=\text{tang}(28°,9'+1,8x'-y')$ qui devant être tang 28°,20' l'erreur commise sera $-11+1,8x-y$
de plus $\frac{1+G}{F+E}=\frac{1,785}{0,467}$ $=\text{tang}\,75°,20,5'$	$\frac{1+G}{F+E}=\frac{1,790}{0,467}$ $=\text{tang}\,75°,23'$	$\frac{1+G}{F+E}=\frac{1,785}{0,472}$ $=\text{tang}\,75°,11'$	$\frac{1+G}{F+E}=\text{tg}(75°,20,5'+08x'-1,9y')$ or $\frac{1+G}{F+E}=\text{tang}\,75°,30'$ d'où l'erreur sera $-9,5+0,5x-1,9y$
enfuite $\frac{G}{1-(F+E)}=\frac{0,785}{0,833}$ $=\text{tang}\,55°,52'$	$\frac{G}{1-(F+E)}=\frac{0,790}{0,533}$ $=\text{tang}\,56°,2'$	$\frac{G}{1-(F+E)}=\frac{0,785}{0,528}$ $=\text{tang}\,56°,7'$	$\frac{G}{1-(F+E)}=\text{tang}(55°,52'+2x'+3y')$ d'où l'erreur $-28+2x+3y$
enfin $\frac{1-G}{F+E}=\frac{0,215}{0,467}$ $=\text{tang}\,24°,37'$	$\frac{1-G}{F+E}=\frac{0,210}{0,467}$ $=\text{tang}\,24°,6,5'$	$\frac{1-G}{F+E}=\frac{0,215}{0,472}$ $=\text{tang}\,24°,23,5'$	$\frac{1-G}{F+E}=\text{tang}(24°,37'-6,1x'-2,7y')$ or $\frac{1-G}{F+E}=\text{tang}\,23°,45'$ l'erreur sera $52-6,1x-2,7y$

Si donc ces erreurs trouvées sont suppoſées égales à zero, on pourra trouver de là les valeurs de x & y, & par conſéquent auſſi celles des nombres G, E, & F. Mais, avant que de tirer x & y, ſervons-nous auſſi des quatre inclinaiſons ſuivantes, qui ſont propres à trouver des valeurs plus exactes des nombres G, & E — F.

Ces

gardons donc			& soit de nouveau la vraye valeur de
I. $G = 0{,}785$	II. $G = 0{,}790$	III. $G = 0{,}785$	$G = 0{,}785 + \frac{x}{1000}$ &
& soit $E-F = 0{,}035$	$E-F = 0{,}035$	$E-F = 0{,}040$	qu'on pose $E-F = 0{,}035 + \frac{z}{1000}$.
on aura			
$\frac{G}{1+F-E} = \frac{0{,}785}{0{,}965}$	$\frac{G}{1+F-E} = \frac{0{,}790}{0{,}965}$	$\frac{G}{1+F-E} = \frac{0{,}785}{0{,}960}$	$\frac{G}{1+F-E} = \text{tang}(39°,9,5' + 2{,}1x' + 1{,}7z')$
$= \text{tang } 39°,9,5'$	$= \text{tang } 39°,20'$	$= \text{tang } 39°,18'$	mais on a par l'observation $\frac{G}{1+F-E} = \text{tang } 39°,15'$;
			d'où sera l'erreur $-5{,}5 + 2{,}1x + 1{,}7z$
de plus			
$\frac{1+G}{E-F} = \frac{1{,}785}{0{,}035}$	$\frac{1+G}{E-F} = \frac{1{,}790}{0{,}035}$	$\frac{1+G}{E-F} = \frac{1{,}785}{0{,}040}$	$\frac{1+G}{E-F} = \text{tg}(88°,52,6' + 0{,}04x' - 1{,}9z')$
$= \text{tang } 88°,52,6'$	$= \text{tang } 88°,52,8'$	$= \text{tang } 88°,43'$	mais parce que $\frac{1+G}{E-F} = \text{tang } 88°,45'$
			l'erreur sera $7{,}6, + 0{,}04x - 1{,}9z$
enfuite			
$\frac{G}{1+E-F} = \frac{0{,}785}{1{,}035}$	$\frac{G}{1+E-F} = \frac{0{,}790}{1{,}035}$	$\frac{G}{1+E-F} = \frac{0{,}785}{1{,}040}$	$\frac{G}{1+E-F} = \text{tang}(37°,11' + 2.x' - 1{,}7z')$
$= \text{tang } 37°,11'$	$= \text{tang } 37°,21'$	$= \text{tang } 37°,2,5'$	qui devant être $=$ tang $37°$.
			l'erreur sera $11 + 2x - 1{,}7z$.
enfin			
$\frac{1-G}{E-F} = \frac{0{,}215}{0{,}035}$	$\frac{1-G}{E-F} = \frac{0{,}210}{0{,}035}$	$\frac{1-G}{E-F} = \frac{0{,}215}{0{,}040}$	$\frac{1-G}{E-F} = \text{tg}(80°,43' - 2{,}7x' - 15{,}6z')$
$= \text{tang } 80°,43'$	$= \text{tang } 80°,29,5'$	$= \text{tang } 79°,25'$	or $\frac{1-G}{E-F} = \text{tang } 73°,50'$
			d'ou l'erreur sera $413 - 2{,}7x - 15{,}6z$

Ces huit erreurs trouvées, étant posées égales à zero, nous fourniront les huit équations suivantes

$1{,}8\ x - y = 11$	$2{,}1\ x + 1{,}7\ z = 5{,}5$
$0{,}5\ x - 1{,}9\ y = 9{,}5$	$0{,}04\ x - 1{,}9\ z = -7{,}6$
$2{,}0\ x + 3{,}0\ y = 28$	$2{,}0\ x - 1{,}7\ z = -11$
$6{,}1\ x + 2{,}7\ y = 52$	$2{,}7\ x + 15{,}6\ z = 413$

desquelles il faut chercher pour x, y & z des valeurs telles que ces erreurs deviennent les plus petites.

C'eſt ce qui arrivera, ſi l'on prend
$x = 8,47$: $y = 0,70$ & $z = 9,2$. Or de là nous aurons
$G = 0,79347$; $E + F = 0,4677$ & $E - F = 0,0442$.

CONCLUSIONS.

I. Nous trouvons donc pour l'éguille B le nombre $F = 0,2117$, qui doit retenir conſtamment la même valeur ; mais les deux autres G & E, que la force magnétique fait varier ſuivant les tems & les lieux, ſeront $E = 0,2559$ & $G = 0,79347$.

II. Par là on pourra définir l'inclinaiſon de l'éguille pour une poſition quelconque, tant du demi-cercle vertical que de l'indice, & elle ſera

$$\text{tang } \theta = \frac{\text{ſin } \eta + 0,79347}{\text{coſ } \eta + 0,2117 + 0,2559}.$$

Mais cette cette formule ne ſçauroit être d'uſage que pour le tems préſent, & pour le lieu ou ces expériences ont été faites, c'eſt à dire, tant que l'inclinaiſon magnétique demeure la même.

III. Par rapport à l'inclinaiſon magnétique que nous avons nommée α, nous trouverons

$$\text{tang } \alpha = \frac{G}{E} + \frac{F}{E} \text{ tang } \gamma = 3,1007 + 0,82727 \cdot \text{tang } \gamma.$$

Si donc le centre de gravité de l'éguille tombe très exactement au deſſous du petit eſſieu dans la ligne AO, comme l'aſſure l'Artiſte, de ſorte que $\gamma = 0$, l'inclinaiſon magnétique à Berlin, au mois d'Août de cette année 1755, ſera $= 72°, 7'$.

IV. Enſuite nous aurons auſſi $m = \frac{Ag}{Md} = \frac{F}{\text{coſ}\gamma} = 0,2117$, &

$n = \frac{Pk}{Md} = \frac{E}{\text{coſ}\alpha} = 0,83333 = \frac{5}{6}$ à très peu de choſes près. De ces nombres le premier eſt conſtant, & dépend ſeulement de la qualité de l'éguille ; mais le ſecond eſt proportionnel à la force magnétique abſoluë.

A' pré-

A' préſent, pour rechercher ſi l'angle γ eſt effectivement 0, ou non? j'ai donné à l'éguille B, en la frottant, une force magnétique contraire, & j'ai fait l'Expérience ſuivante.

EXPÉRIENCE VII.

Les poſes de l'éguille B étant changés, j'ai obſervé les inclinaiſons ſuivantes.

étant poſés	l'inclinaiſ. de l'éguille	de là par la théorie
$\omega = 0 : \eta = 0°$	$\theta = -42°, 10'$	$\text{tang } 42°, 10' = \frac{-G}{1+F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 180° - 67°, 0'$	$\text{tang } 67°, 0' = \frac{-1-G}{F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 180$	$\theta = 180 + 38, 30$	$\text{tang } 38°, 30' = \frac{G}{-1+F+E}$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 180 + 88, 10$	$\text{tang } 88°, 10' = \frac{-1+G}{F+E}$
$\omega = 180 : \eta = 0$	$\theta = -29°, 50'$	$\text{tang } 29°, 50' = \frac{-G}{1+F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = 16°, 15'$	$\text{tang } 16°, 15' = \frac{1+G}{F-E}$
$\omega = 180 : \eta = 180$	$\theta = 180° + 58°, 20'$	$\text{tang } 58°, 20' = \frac{G}{-1+F-F}$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = -75°, 40'$	$\text{tang } 75°, 40' = \frac{1-G}{F-E}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 0$	$\theta = -35°, 0'$	$\text{tang } 35° = \frac{-G}{1+F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 90$	$\theta = +32°, 40'$	$\text{tang } 32°, 40' = \frac{1+G}{F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 180$	$\theta = 180° + 46°, 50'$	$\text{tang } 46°, 50' = \frac{G}{-1+F}$
$\omega = \pm 90 : \eta = 270$	$\theta = -83°, 30'$	$\text{tang } 83°, 30' = \frac{1-G}{F}$

CON-

CONCLUSIONS.

I. Le calcul ayant été fait de la même maniere que dans l'Expérience VI. on trouvera

$G = -0,8506$, $E+F = -0,0628$, & $E-F = -0,4735$.

D'où viendront les nombres

$E = -0,2681 : F = 0,2053$, & $G = -0,8506$.

II. On infère de là pour l'inclinaiſon magnétique

$$\text{tang } \alpha = 3,17269 - 0,76576 . \text{tang } \gamma.$$

Si donc l'angle γ étoit effectivement $= 0$, nous aurions $\alpha = 72°,30'$. Or nous trouvons par l'Expérience VI. $\alpha = 72°, 7'$.

III. Mais, ſi nous comparons l'équation trouvée pour l'inclinaiſon magnétique,

$$\text{tang } \alpha = 3,17269 - 0,76576 . \text{tang } \gamma$$

avec celle qui a été tirée par l'Expérience précédente

$$\text{tang } \alpha = 3,1007 + 0,82727 . \text{tang } \gamma,$$

nous trouverons $\text{tang } \gamma = \frac{0,07199}{1,59303}$, & de là l'angle $\gamma = 2°,35'$.

IV. L'angle $\gamma = 2°,35'$ étant donc trouvé, nous concluons qu'au mois d'Août 1755, l'inclinaiſon magnétique a été à Berlin $72°, 19', 29''$.

V. Mais, comme dans l'Expérience VI. nous avons trouvé pour F une valeur un peu différente de celle qui a été trouvée à préſent, ce qui vient des erreurs commiſes dans les Obſervations, poſons qu'on ait trouvé tant dans l'Expérience VI. que dans la VII. $F = 0,21173$, laquelle valeur l'Expérience VI. nous fournit pour F, & nous aurons ces deux équations pour l'inclinaiſon magnétique

$$\text{tang } \alpha = 3,10070 + 0,82727 . \text{tang } \gamma \quad \&$$
$$\text{tang } \alpha = 3,17269 - 0,78963 . \text{tang } \gamma,$$

des-

desquelles on tire $\gamma = 2°,33'$, d'où tang $\alpha = 3,13754$, & $\alpha = 72°, 19', 18''$.

VI. Que ſi nous ſuppoſons que F ait conſtamment retenu la la valeur 0,2053, c'eſt à dire, celle que l'Expérience précédente lui aſſigne, nous trouverons ces deux valeurs pour la tangente de l'inclinaiſon magnétique

$3,17269 - 0,76576 \text{ tang } \gamma$ & $3,10070 + 0,80226 \text{ tang } \gamma$,
& de là $\gamma = 2°,37'$ & tang $\alpha = 3,13753$; d'où $\alpha = 72°,19',18''$.

VII. Nous concluons donc pour la conſtitution de l'éguille B que F ſera $= 0,2085$, & $\gamma = 2°,35'$; & de là $m = \frac{Ag}{Md} = 0,20871$. D'où il paroit que le centre de gravité de l'éguille B eſt encore moins éloigné de l'axe du mouvement, que celui de l'éguille A.

VIII. Or la force magnétique de l'éguille B, dans la VI. Expérience, a été ſi grande, que n étoit $= \frac{Pk}{Md} = 0,84270$; mais, en changeant les poles de l'éguille B, on trouve $n = \frac{Pk}{Md} = 0,88288$. Ainſi le moment abſolu de la force magnétique de l'Expérience VII. eſt à celui de la VI. comme 88288 à 84270, ou à peu près comme 109 à 104.

IX. L'inclinaiſon magnétique étoit à Berlin, au mois d'Août 1755, 72°,19'. Mais, comme nous l'avions trouvée au mois de Juillet de la même année 71°,45', elle pourroit ſembler avoir varié dans l'eſpace d'un mois, & être devenuë plus grande de 24 minutes, ſi cette différence ne devoit être attribuée aux erreurs des Obſervations.

Mais, pour m'aſſurer davantage ſi cette variation ne dépendoit pas de la différente nature des deux éguilles, j'ai fait en un même jour les Expériences ſuivantes avec les trois éguilles à la fois.

EXPÉRIENCE VIII.

Elle eſt du 8 de Septembre.

En poſant les angles	j'ai obſervé les inclinaiſons ſuivantes Eguille A	Eguille B
$\omega = 0° : \eta = 0°$	$\theta = 35°, 45'$	$\theta = 27°, 50'$
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 73, 40$	$\theta = 75, 15$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 10, 30$	$\theta = 23, 15$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = 180° - 86°, 5'$	$\theta = 180° - 88°, 5'$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = 180 - 58, 55$	$\theta = 180 - 75, 5$

	Eguille C
$\omega = 0° : \eta = 90°$	$\theta = 180° + 73°, 30'$
$\omega = 0 : \eta = 180$	$\theta = -75°, 0'$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 180° + 18°, 30'$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = -86, 15$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = -56, 40$

Calcul pour l'Eguille A.

Ces cinq inclinaiſons obſervées nous donnerons les cinq équations ſuivantes,

I. $\frac{G}{1+F+E} = \text{tang } 35°, 45'$

II. $\frac{G+1}{F+E} = \text{tang } 73°, 40'$

III. $\frac{G-1}{F+E} = \text{tang } 16°, 30'$

IV. $\frac{G+1}{F-E} = -\text{tang } 86°, 5'$

V. $\frac{G-1}{F-E} = -\text{tang } 58°, 55$

Entre

Entre lesquelles ſi l'on fait choix de II. III. & IV. ſuivant les préceptes donnés §. LVIII. nous trouverons.

$$E = 0,39588 : \quad F = 0,24593 \quad \& \quad G = 1,19011$$

d'où $\text{tang } \alpha = 3,00624 + 0,62122 . \text{tang } \gamma$.

Par conſéquent, ſi γ étoit $= 45'$, α ſeroit $= 71°, 39'$.

Appellons préſentement au ſecours la premiere équation

$$\frac{G}{1 + F + E} = \text{tang } 35°, 45'$$

& elle nous fournira ces valeurs corrigées

$$E = 0,39588 : \quad F = 0,25161 \quad \& \quad G = 1,18602$$

& de là $\text{tang } \alpha = 2,99591 + 0,63557 . \text{tang } \gamma$

d'où en poſant $\gamma = 45'$, on aura $\alpha = 71°, 35'$.

Mais ſi, au lieu de la premiere équation nous nous ſervons de la cinquième, nous aurons

$$E = 0,39642 : \quad F = 0,25428 \quad \& \quad G = 1,22046$$

Prenons donc les valeurs moyennes entre les précédentes & celles qui ont déjà été trouvées, & nous aurons

$$E = 0,39615 : F = 0,25294 \quad \& \quad G = 1,20324$$

d'où nous trouverons pour l'inclinaiſon magnétique

$$\text{tang } \alpha = 3,03731 + 0,63702 . \text{tang } \gamma$$

& de là, à cauſe de $\gamma = 45'$, on aura $\alpha = 71°, 49'$.

Calcul pour l'éguille B.

L'Expérience fournira les cinq équations ſuivantes pour l'éguille B

I. $\frac{G}{1+F+E} = \text{tang } 27°, 50'$

II. $\frac{G+1}{F+E} = \text{tang } 75°, 15'$

III. $\frac{G-1}{F+E} = \text{tang } 23°, 15'$

IV. $\frac{G+1}{F-E} = -\text{tang } 88°, 5'$

V. $\frac{G-1}{F-E} = -\text{tang } 74°, 5'$

dont les II. III. & IV. priſes ſuivant les régles du §. LVIII. donneront ces déterminations :

$E = 0,26659 : F = 0,20646$; & $G = 0,79676$

d'où $\text{tang } \alpha = 2,9887 + 0,7744 . \text{tang } \gamma$

& de là, ſi $\gamma = 2°, 35'$, on aura $\alpha = 71°, 42$

A' préſent que ces valeurs trouvées ſoyent corrigées de nouveau par la premiere équation, & elles ſeront.

$E = 0,27559 : F = 0, 21546 ; G = 0, 78725$

Par conſéquent $\text{tang } \alpha = 2, 8566 + 0, 7818 \text{ tang } \gamma$

d'où, à cauſe de $\gamma = 2°, 35'$, on aura $\alpha = 70° 55'$.

Si finalement on met en œuvre la cinquième équation, nous aurons les valeurs corrigées ſuivantes des lettres E, F. & G

$E = 0, 27174$; $F = 0, 21199$, & $G = 0, 7903$,

d'où l'on conclut

$$\text{tang } \alpha = 2, 9434 + 0, 78012 . \text{tang } \gamma,$$

& de là, en poſant $\gamma = 2°, 35'$, nous tirerons l'inclinaiſon magnétique $\alpha = 71°, 26'$.

Calcul pour l'Eguille C.

Nous aurons de nouveau cinq équations

I. $\frac{1+G}{F+E} = \text{tang } 73°, 30'$ IV. $\frac{1+G}{F-E} = -\text{tang } 86°, 15'$

II. $\frac{G}{-1+F+E} = -\text{tang } 75°$ V. $\frac{-1+G}{F-E} = -\text{tang } 56°, 40'$

III. $\frac{-1+G}{F+E} = \text{tang } 18°, 30'$

dont les I. III. & IV. priſes ſuivant le §. LVIII. donneront

$E = 0,40155 : F = 0,25605$, & $G = 1,22003$

d'où $\text{tang } \alpha = 3,0382 + 0,63764 . \text{tang } \gamma$

& de là, ſi $\gamma = 0$, α ſeroit $= 71°, 46'$

Em-

Employons à préſent la ſeconde équation, & les valeurs trouvées pour E, F, & G, étant corrigées par elle, deviendront

$E = 0,40542 : F = 0,25992$ & $G = 1,24894$

& de là tang $\alpha = 3,08061 + 0,64111 . \text{tang } \gamma$

donc, ſi l'on poſe $\gamma = 0$, α ſera $= 72°, 1'$.

En faiſant enfin uſage de la cinquième équation, nous trouverons les valeurs ſuivantes corrigées

$E = 0,40372 : G = 1,23481$ & $F = 0,25829$

d'où tang $\alpha = 3,05859 + 0,63980 . \text{tang } \gamma$

& par conſéquent dans le cas où $\gamma = 0$, α ſeroit $71°, 53'$.

EXPÉRIENCE IX.

Les poles des trois éguilles A, B, C, étant changés, j'ai obſervé le 10 de Septembre leurs inclinaiſons par cinq poſitions différentes.

En prenant	Inclinaiſon de l'Eguille A	Inclinaiſon de l'Eguille B
$\omega = 0° : \eta = 0°$	$\theta = -55°, 15'$	$\theta = -41°$
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 180° + 61°, 10'$	$\theta = 180° - 69°, 50'$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 180 + 86 , 35$	$\theta = 180 + 88 , 5$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = -20°$	$\theta = 18°, 55'$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = 71°, 50'$	$\theta = -75 , 5$

	Inclin. de l'Eguille C
$\omega = 0 : \eta = 90$	$\theta = 67°, 25'$
$\omega = 0 : \eta = 180$	$\theta = 51 , 10$
$\omega = 0 : \eta = 270$	$\theta = 84 , 55$
$\omega = 180 : \eta = 90$	$\theta = 180 - 35°$
$\omega = 180 : \eta = 270$	$\theta = 180 - 73°, 10'$

Calcul pour l'éguille A.

Par la Théorie nous aurons les cinq équations ſuivantes

I. $\frac{G}{1+F+E} = -\text{tang } 55°, 15'$ IV. $\frac{1+G}{F-E} = -\text{tang } 20°,$

II. $\frac{1+G}{F+E} = \text{tang } 61°, 10'$ V. $\frac{-1+G}{F-E} = -\text{tang } 71°, 50$

III. $\frac{-1+G}{F+E} = \text{tang } 86°, 35'$

dont les II. III. & IV. donneront

$E = -0,40117 : F = 0,26724 : G = -1,24328$

d'où tang $\alpha = 3,09912 - 0,666115 . \text{tang } \gamma$

& de là à cauſe de $\gamma = 45'$, on aura $\alpha = 72°, 4'$

Mais ces valeurs étant corrigées par la I. équation, deviendront

$E = -0,40206 ; F = 0,26635$ & $G = -1,24585$

& par conſéquent tang $\alpha = 3,09866 - 0,66216 . \text{tang } \gamma$

d'où, ſi $\gamma = 45$, α ſeroit $= 72°, 4'$

Qu'on prenne à préſent la cinquième équation, afin de trouver des valeurs plus exactes pour E, F, & G ; ce qui étant fait nous obtiendrons

$E = -0,41626 ; F = 0,27939$, & $G = -1,25135$

d'où tang $\alpha = 3,00617 - 0,67119 . \text{tang } \gamma$

de là, à cauſe de $\gamma = 45'$, α ſera $= 71°, 33'$.

Calcul pour l'Eguille B.

Les inclinaiſons obſervées nous fourniſſent ces équations

I. $\frac{G}{1+F+E} = \text{tang } 41°$ IV. $\frac{1+G}{F-E} = \text{tang } 18°, 55'$

II. $\frac{1+G}{F+E} = -\text{tang } 69°, 50'$ V. $\frac{-1-G}{F-E} = -\text{tang } 75°, 5'$

III. $\frac{-1+G}{F+E} = \text{tang } 88°, 5'$.

Dont

Dont les II. III. & IV. donneront

$E = -0,27434$: $F = 0,21300$: & $G = -0,83298$

& l'inclinaiſon magnétique ſe trouvera par cette équation

$$\text{tang } \alpha = 3,03623 - 0,77642 \cdot \text{tang } \gamma$$

de là, à cauſe $\gamma = 2°, 35'$, elle ſera $\alpha = 71°, 34'$.

Mais ces valeurs étant corrigées par l'équation I. $\frac{G}{1+F+E} = -\text{tang } 41°$

on aura $E = -0,26945$; $F = 0,21789$, & $G = -0,82447$

d'où $\text{tang } \alpha = 3,05982 - 0,80864 \cdot \text{tang } \gamma$

& par conſéquent à cauſe de $\gamma = 2°, 35'$, α ſera $= 71°, 42'$.

Si l'on ſe ſert enfin de la cinquième équation on aura

$E = -0,26945$; $F = 0,21663$, & $G = -0,82687$

d'où $\text{tang } \alpha = 3,06873 - 0,80397 \cdot \text{tang } \gamma$

& par conſéquent l'inclinaiſon magnétique ſera $\alpha = 71°, 45'$.

Calcul pour l'Eguille C.

Nous aurons de nouveau ces cinq équations

I. $\frac{1+G}{F+E} = \text{tang } 67°, 25'$

II. $\frac{G}{-1+F+E} = \text{tang } 51°, 10'$

III. $\frac{-1+G}{F+E} = \text{tang } 84°, 55'$.

IV. $\frac{1+G}{F-E} = -\text{tang } 35°$

V. $\frac{-1+G}{F-E} = -\text{tang } 73°, 10'$

Desquelles les I. III. IV. donnent

$E = -0,5017$; $F = 0,27539$, & $G = -1,5441$

d'où $\text{tang } \alpha = 3,07778 - 0,54891 \cdot \text{tang } \gamma$

Si nous poſons à préſent que l'angle γ évanouiſſe, α ſeroit $= 72°$.

En corrigeant ces nombres par la II. équation, on aura

$E = -0,50586$; $F = 0,27123$, & $G = 1,5337$

&

& de là tang $\alpha = 3{,}03886 - 0{,}53741 \cdot \text{tang } \gamma$
d'où, ſi $\gamma = 0$, α ſeroit $= 71°, 47'$.

En nous ſervant de la cinquième équation, nous trouverons les valeurs corrigées ſuivantes

$E = -0{,}50681$; $F = 0{,}26701$, & $G = -1{,}5372$
d'où l'on tire tang $\alpha = 3{,}03309 - 0{,}52684 \cdot \text{tang } \gamma$
Donc, dans le cas $\gamma = 0$, l'inclinaiſon magnétique ſera $\alpha = 71°, 45'$.

CONCLUSIONS.

Ce qu'on vient de rapporter confirme aſſez évidemment la vérité de cette Théorie ; car dans les deux dernieres Expériences, faites avec les trois éguilles en même tems, on ne trouve pas ſeulement la différence d'un demi-degré dans l'inclinaiſon magnétique ; différence ſi legère que perſonne ne doutera qu'elle ne provienne des erreurs des obſervations. Et, puis qu'outre cela, dans ces deux dernieres Expériences, nous obſervons des inclinaiſons correſpondantes à des poſitions telles, qu'elles ne ſont guères propres à conduire à des concluſions exactes, on a plutôt ſujet de s'étonner que nous n'ayons pas rencontré une plus grande différence. En effet nous nous ſommes ſervis d'inclinaiſons qui alloient non ſeulement fort au delà du 50e. degré, mais dans leſquelles auſſi le mouvement oſcillatoire de l'éguille étoit ſi lent, que le plus petit grain de pouſſière auroit pû arrêter l'éguille, quoiqu'elle fut pourtant éloignée de la vraye ſituation d'équilibre d'un angle aſſez grand ; de ſorte que très ſouvent il auroit pu ſe gliſſer juſqu'à cinq degrés d'erreur, ſi dans ces cas je n'euſſe répété pluſieurs fois l'obſervation d'une ſemblable inclinaiſon de l'éguille, & pris enſuite les inclinaiſons moyennes entre toutes celles qui avoient été obſervées. C'eſt à cette fréquente rêpétition qu'il faut attribuer la petite différence à laquelle l'inclinaiſon magnétique ſe trouve réduite.

II. Nous concluons encore que l'inclinaiſon magnétique a été la même au mois de Septembre qu'au mois de Juillet, ou du moins que ſes variations ont été inſenſibles, de ſorte que nous pouvons affirmer, qu'elle

a été

a été d'environ 71°, 45′. Quant à ce que nous trouvons par les Expériences VI. & VII. que l'inclinaiſon magnétique avoit été au mois d'Août = 72°, 19′, il faut l'attribuer non ſeulement aux erreurs de ces obſervations, dans leſquelles le mouvement oſcillatoire eſt ſi lent, mais auſſi à la détermination des lettres x, y, & z, qui peuvent être priſes ſi diverſement, qu'il en réſulte des erreurs, néanmoins aſſez petites.

III. A l'égard de l'éguille A, nous avons vû que l'angle γ avoit acquis une valeur négative, à cauſe du frottement fréquent des lames magnétiques, comme nous l'avons déjà remarqué dans l'Expérience V; & qu'il eſt = — 1°, 20′ environ. Or le nombre F ſera à fort peu près = 0, 2688, & par conſéquent m = 0, 2688. De plus, pour l'éguille B, l'angle γ aura une valeur poſitive, & ſera d'environ 2°, 35′ comme nous l'avons trouvé par les Expériences VII. & VIII. Car comme j'ai frotté l'éguille B rarement & doucement, elle n'a ſouffert aucun dommage. Or la valeur du nombre F ſera 0, 2135, d'où m = 0, 2137. Enfin, pour l'éguille C, nous concluons que l'angle γ négatif ſera d'environ 1°, 15′, & F = 0, 2626; d'où auſſi m = 0, 2626.

IV. Pour finir ces recherches, nous apprenons auſſi que, lorſqu'on voudra des Expériences qui puiſſent conduire à des concluſions encore un peu plus exactes, il faut éviter premièrement toutes les grandes inclinaiſons qui approchent d'un angle droit, & enſuite auſſi toutes celles qui ſont jointes à un mouvement oſcillatoire lent.

HISTOIRE
DU CHRYSOPRASE DE KOSEMITZ,
PAR M. LEHMANN.

Traduit du Latin.

Nec magis huic intra niveos viridesque lapillos
Eſt locus — — — — — — — — Horat.

Depuis que la vanité des mortels, & le dur aiguillon de la néceſſité, ont donné à certaines matieres un prix, qui leur obtient la prééminence ſur toutes les autres, il n'y a presque rien dont on ait fait autant de cas que des Pierres précieuſes, qui ſont beaucoup plus chères que l'or même. Prix qui dépend néanmoins pour la plus grande partie du caprice de celui qui vend & de celui qui achete.

Stultitiam patiuntur opes.

Les Pierres précieuſes nous fourniſſent un témoignage bien évident de la vérité de cette aſſertion. Quelles ſommes n'employent pas annuellement les perſonnes fort opulentes pour acquérir des bijoux? Avec quels ſoins & quelle adreſſe ne les cherche & ne les découvre-t-on pas? A quel prix ne les acquiert-on pas? Et, s'il faut dire les choſes comme elles ſont, combien ne ſe mêle-t-il pas de fraudes & d'impoſtures dans ce trafic? Cependant, comme il n'y a rien dans l'Univers de ſi vain & de ſi frivole, qui ne ſe trouve utile à quelque égard; ce deſir de poſſeder des Pierres précieuſes, & le prix qu'on y a attaché, ont engagé, déjà dans les tems les plus reculés, à faire des recherches exactes ſur la nature de ces Pierres. Pluſieurs Ecrits de perſonnages très célébres font voir, combien l'Hiſtoire Naturelle a profité de ces recherches, & a reçu d'accroiſſemens par cette voye, ſoit qu'on ait traité l'Hiſtoire des Pierres précieuſes en particulier, ou qu'on ſe ſoit

arta-

attaché à la Minéralogie en général. Je ferois une choſe déjà faite, & je m'écarterois tout à fait de mon but, ſi j'entreprenois ici d'indiquer, de décrire, & d'examiner, tous les genres & toutes les eſpeces de Pierres précieuſes. De très illuſtres Ecrivains ſe ſont déjà ſuffiſamment acquittés de cette tâche : & tout le monde n'eſt pas d'ailleurs en état de la remplir. La plûpart de ceux qui voudroient tourner leurs vuës de ce côté là, ſont epouvantés par le prix des Pierres précieuſes ; & d'autres manquent d'occaſions. Comme il eſt impoſſible de philoſopher dans l'indigence, il y a bien peu d'Auteurs de l'Hiſtoire Minéralogique, qui ayent été au delà de la deſcription des Pierres précieuſes, & nous en ayent donné une hiſtoire bien circonſtanciée. Ainſi, je ne ſçaurois aſſez m'étonner de ce que l'illuſtre Baron *de Swieten* m'écrivoit l'année paſſée, au ſujet de la collection de Curioſités naturelles de S. M. Impériale : „ Vous ne ſerez pas ſurpris, (ce ſont ſes expreſſions,) ſi „ vous penſez qu'on a travaillé pendant deux cens ans à former cette „ grande collection, jusqu'à ce qu'enfin la poſſeſſion en eſt parvenuë „ à l'Empereur. L'abondance des choſes, & l'ordre admirable qui y „ régne, font voir comment par des degrès ſucceſſifs la Nature procede dans la formation des pierres & des métaux, depuis la terre la „ plus vile jusqu'à ce qu'il y a de plus précieux ; & je ne crois pas „ qu'il exiſte nulle-part ailleurs un ſemblable tréſor. „

Cependant il faut chercher quelque voye, par laquelle nous puiſſions auſſi arriver à une connoiſſance plus exacte des Pierres précieuſes. Dans les grandes entrepriſes il ſuffit ſouvent d'avoir voulu les tenter ; & ſi ces tentatives ne répondent pas toujours à l'attente de ceux qui les forment, elles ſont rarement tout à fait infructueuſes. Je vais donc donner en peu de mots un échantillon d'Hiſtoire Naturelle, concernant la génération du *Chryſopraſe* de *Koſemitz*, dans l'eſpérance que d'autres qui s'intéreſſent à l'Hiſtoire Naturelle, déterminés par mon exemple, quelque peu conſidérable qu'il ſoit, viendront au ſecours dans une ſemblable entrepriſe. Je devois cet eſſai à notre illuſtre Académie, & à la commiſſion dont j'ai été chargé par ordre du Roi, notre auguſte

Protecteur, de faire un voyage deſtiné à de ſemblables recherches dans presque toute la Sileſie.

Dans le Duché de *Monſterberg* dans la haute Sileſie, pas loin de la Ville de *Nimtſch*, eſt ſitué le Village de *Koſemitz*, appartenant à un Gentilhomme, nommé *de Goldbach*. Le territoire en eſt pour la plûpart uni, allant peu en pente, avec quelques montagnes, ou plutôt des collines ; en ſorte qu'au premier coup d'oeil il ſeroit tout naturel de le regarder comme un territoire qui contient des veines métalliques horizontales, (en Allemand *Flötze.*) Les campagnes y ſont très fertiles, les bois rares, les prairies réjoüiſſent la vuë par la diverſité des fleurs dont elles ſont émaillées ; & pour tout dire en deux mots, cette contrée a l'air des Champs Elyſées. On y trouve quantité de Pierres précieuſes, dont les unes ſont éparſes, & les autres cachées dans la terre, d'où il faut les tirer. Telles ſont les *Sardes*, ou *Carnioles*, les *Sardoniques*, les *Chalcedoines*, les *Opales*, mais ſurtout les *Chryſoprases*. Il y a quelques années que le poſſeſſeur ſusnommé de cette Terre employa des ſoins particuliers pour tirer ces pierres précieuſes de leurs Mines ; & cela lui réüſſit. Il s'attacha principalement à la recherche des *Chryſoprases*. Mais, avant que de m'engager plus avant dans l'Hiſtoire de cette Pierre, il faut que j'indique en peu de mots quels ſont ſes caractères, & ce qu'en ont dit divers Auteurs. Il ſera plus aiſé après cela de traiter mon ſujet, & d'appuyer ſolidement ce que j'aurai à dire.

Le *Chryſopraſe*, qu'on appelle auſſi *Praſius*, *Chryſopras*, & *Chryſopteron*, eſt une *Pierre précieuſe, transparente, verte, dont la dureté approche de celle de l'Emeraude, d'une figure irréguliere.* On le diviſe en Oriental & en Occidental. A l'égard de la dureté, ces deux eſpeces ne différent pas ; mais la premiere jette un éclat plus vif. Son nom vient du mot Grec πράσος, *porreau*, parce qu'elle eſt d'un verd de porreau. Comme les Auteurs ſont tombés dans diverſes erreurs à l'égard de pluſieurs Pierres, tant communes que précieuſes, il y en a auſſi qui concernent le *Chryſopraſe*. Voyons ce qu'on en a

écrit.

écrit. *Pline*, ce Père de l'Hiſtoire Naturelle, au XXXVII. Livre de la ſienne, Chap. 5. parlant des Emeraudes, & d'autres Pierres précieuſes qui réfléchiſſent une couleur verte, ajoute : „Les plus eſtimées, „ (d'entre les *Bérils*,) ſont ceux qui ont la couleur d'un beau verd „ de mer ; après leſquels viennent les *Chryſobérils*, qui ſont un peu „ plus pâles, mais dont l'éclat tient de la couleur d'or. L'eſpece la „ plus proche de celle-ci eſt encore plus pâle ; quelques uns la regar- „ dent comme conſtituant un genre propre, & on la nomme *Chryſo- „ praſe.„* Et au Chap. 8. du même Livre, il dit de la *Topaze* : „On „ en fait deux eſpeces, la *Praſoïde*, & le *Chryſoptere*, ſemblable au „ *Chryſopraſe.„* Il ajoute un peu plus bas : „On préfére à celles-ci „ le *Chryſopraſe*, dont la couleur à l'air du jus de porreau, mais elle „ s'écarte un peu de la *topaze* pour tirer vers l'or : elle eſt d'une telle „ grandeur qu'on en fait des gondoles à boire, & des cylindres, avec „ beaucoup de viteſſe.„ *Agricola*, cet inſigne plagiaire, qui a tant pillé *Pline*, ſurtout dans ce qui regarde l'hiſtoire des Pierres communes & précieuſes, dit au Chap. 15. du Livre VI. de ſon Traité *de la nature des foſſiles* : „Le *Praſius*, que *Theophraſtes* appelle *Praſitis*, „ a une couleur verte, moins foncée que celle du béril, qui imite le „ verd de mer pur ; car il reſſemble au jus de porreau, d'où il a tiré „ ſon nom ; il eſt de la couleur du porreau : il paroit que ç'a été la „ même pierre que le *Praſius*, qui a bien quelque tranſparence, mais „ peu d'éclat ; c'eſt ponrquoi on le compte parmi les pierres commu- „ nes.„ Et au Chap. 16. „Le *Praſius*, dit-il, ſoit qu'il ait ſeule- „ ment ſa véritable couleur, par laquelle il reſſemble au jus de porreau, „ ou qu'il ait auſſi des taches couleur de ſang, & quelquefois des rayes „ blanches, différe de toutes les autres pierres par ces marques qui „ lui ſont propres ; mais un éclat tirant ſur l'or diſtingue la *Topaze* de „ la *Callaïde*, qui eſt d'un verd plus pâle.„ Je paſſe ſous ſilence quelques autres paſſages de cet Auteur. *Wallerius* compte le *Chryſopraſe* parmi les *Chryſolithes*, & donne à la *Topaze* le nom de *Chryſolithe*, affirmant dans ſa *Minéralogie*, comme l'avoit fait *Agricola*, que le *Choaſpis*, le *Chryſobéril*, & le *Chryſopraſe*, ont une ſeule & même ori-

origine. M. *Woltersdorff*, dans ſon *Syſtème minéral*, avance que l'*Emeraude* & le *Praſius* ſont la même choſe. Pluſieurs, entre leſquels ſe trouve *Cardan*, dans ſon Livre *de la ſubtilité*, ont entierement omis cette pierre, ou parce que peut-être ils ne la connoiſſoient point du tout, ou faute d'avoir quelque choſe de certain à en dire. Les témoignages qu'on vient de citer font voir, que les Auteurs anciens & modernes ont confondu arbitrairement les *Chryſopraſes*, les *Chryſobérils*, les *Choaſpis*, les *Topazes*, les *Emeraudes*, les *Chryſolithes*, de ſorte que nous ne pouvons nous-mêmes nous aſſurer, ſi notre pierre eſt la même dont les Anciens ont fait mention dans leurs Ecrits, ou non. *Pline*, par exemple, dans l'endroit cité, a donné le nom de *Chryſopraſe* à l'eſpece la plus pâle des *Chryſobérils*, tandis qu'aujourdhui plus ces pierres ſont vertes, & plus elles méritent le nom de *Chryſopraſes*. Il paroit même avoir été dans l'incertitude, puiſqu'il range également la pierre en queſtion parmi les *Topaſes* & parmi les *Bérils*. *François de la Ruë de l'Isle*, au Livre ſecond de ſon Traité *des Pierres précieuſes*, décrit une eſpece de *Chryſopraſe*, que nous mettrons dans la ſuite de ce Mémoire au rang des *Chryſobérils*, mais c'eſt à tort qu'il lui donne le nom de *Chryſolithe*, lorſqu'il s'exprime ainſi : „ Je trouve auſſi que „ les *Chryſolithes* naiſſent en Allemagne, ſçavoir dans les côteaux de „ de la Misnie, & les lieux d'alentour ; cependant leur éclat eſt d'un „ blanc languiſſant, & elles ſont plus fragiles que les autres. Ce ſont „ les Indes qui produiſent les plus exquiſes d'entre les pierres de cette „ eſpece, qui tirent au bleu, mais dont quelques unes ſont d'un verd „ de mer ſi éclatant, que lorſqu'on en approche de l'or, elles le font „ blanchir, & le rendent ſemblable à l'argent. „ *Pierre Albinus*, dans ſa *Chronique métallique de Misnie*, a fort bien remarqué ſur ces paroles, que *la Ruë* a confondu les *Chryſolithes* & les *Chryſobérils*. Le *Lexicon métallique* de *Zeiſig*, qui s'eſt caché ſous le nom de *Minérophile*, porte au mot *Chryſopraſe* ; „ que c'eſt une pierre à demi-tranſ- „ parente, verte, marquée de diverſes taches, que pluſieurs prennent „ pour la matrice de l'*Emeraude*, & appellent *Smaragdopraſius*. „ *Boëtius de Boot* eſtime auſſi que le *Praſius* eſt la matrice de l'*Emeraude*, &

& il compte parmi les vrais *Chryſoprases* les plus pâles d'entre les *Emeraudes*, & qui tirent au jaune, n'appellant véritablement *Emeraudes* que celles qui ſont parfaitement vertes. Quant à ce qu'il dit, page 205. du *Smaragdoprasius*, j'ai remarqué que ce n'étoit pas une eſpece particuliere, mais je ſuis perſuadé qu'on doit la regarder comme un *Chryſoprase* moins net. Toutes ces citations font abondamment connoître, quelles ont été les diverſes opinions des différens Auteurs au ſujet du *Chryſoprase*. On ne ſçauroit mieux ſe tirer des controverſes qui en réſultent, qu'en mettant tous les préjugés à l'écart, pour s'attacher à l'examen même du ſujet dont il s'agit.

Mais la ſeule inſpection ne ſuffit pas; il faudra entrer dans des diſcuſſions plus approfondies. Le tems ne me permet pas de ſoumettre ces pierres à un examen chymique, qui d'ailleurs s'écarteroit du but d'un hiſtoriographe. Il faudra donc préſuppoſer les ſignes & les caractères, par leſquels cette pierre peut être reconnuë, & diſtinguée des autres pierres qui ont une couleur verte. Les premiers caractères doivent être pris de la couleur; les ſeconds de la dureté; les troiſièmes de l'hiſtoire de la génération de ces pierres. Quant à la couleur, nous la trouvons toujours plus ou moins verte. Ces pierres différent de l'*Emeraude*, en ce qu'elles ont une couleur moins foncée, & jettent une lumiere plus trouble. Je dis donc, qu'il y en a de quatre eſpeces, rélativement à la couleur. La premiere c'eſt celle des *Praſes*, dont *Pline* dit dans l'endroit cité, Chap. 8. „ Le *Praſe* eſt au rang „ des moindres pierres; l'une de ſes eſpeces eſt tachetée de ſang. „ On diroit qu'il s'agit du *Jaſpe*, s'il n'étoit tranſparent; car d'ailleurs il eſt aſſez verd. Le ſecond ordre eſt d'un verd un peu plus clair; & il ſe diſtingue par des rayes, ou petites veines blanches. Au troiſième rang ſont les *Chryſobérils*, qui reſſemblent au béril par rapport à leurs diverſes couleurs, qu'ils répandent ſurtout lorſqu'on les tient penchés vis à vis du Soleil, à moins qu'elles n'ayent de la verdeur, qu'elles font alors paroître ſans qu'il ſoit beſoin de les pencher; leur éclat tirant au reſte, ſuivant *Pline*, à la couleur d'or. Les vrais *Chryſoprases* conſtituent la quatrième eſpece: ils

ſont

ſont tranſparens, purs, couleur de jus de porreau, tantôt entierement verts, tantôt d'un verd tirant ſur le jaune. J'ai trouvé toutes ces eſpeces de *Chryſopraſes*, diſtinguées par leurs couleurs, dans le territoire de *Koſemitz*. Elle différent de l'Emeraude, en ce que celle-ci eſt plus verte & plus tranſparent. Elles différent de la *Turquoiſe*, qui flatte les yeux par un verd plus azuré, eſt plus molle, & doit ſon origine au Régne animal. On peut conſulter là deſſus le célébre M. de *Réaumur*, dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, Année 1715. pag. 230. M. *Mortimer*, dans les *Tranſactions Philoſophiques*, N°. 482. Art. 17. & d'autres. Nos pierres différent encore des pierres vertes des Amazones, celles-ci étant un peu plus dures, plus vertes, & d'une moindre groſſeur. En effet leur dureté empêche de les confondre avec les *Srlenites* verds, nommés en Allemand, *Fluß-Spath*, *Smaragdmutter*, auſſi bien qu'avec les verres teints. A l'égard de la dureté, j'ai déjà remarqué ci-deſſus, que les *Chryſopraſes* ont beaucoup de convenanec avec les *Emeraudes*, les uns & les autres ne pouvant être briſés en morceaux que par une extrême violence, au moyen de l'enclume & du marteau. On les ſcie auſſi, & on les polit avec beaucoup de travail, ſur un disque de plomb, ou d'étain, deſtiné à polir les pierres précieuſes. Un défaut qu'on leur reproche ſurtout, c'eſt qu'elles ſont très difficiles à *brillanter*, à cauſe de leur denſité & de la tenacité de leurs parties, de ſorte qu'elles creuſent & fendent la disque ſusdit, où l'on veut les polir. La premiere des eſpeces que nous avons indiquée, eſt la plus réſiſtante & la plus dure de toutes; elle ne ſe laiſſe presque point travailler. Il n'eſt pas rare qu'après avoir poli à grand' peine une ſemblable pierre, lorsqu'on veut rendre ſa figure polyédre par le bord, elle ſaute en éclats, ou bien il s'y fait des fentes, ou des trous, parce que les points rouges dont elle eſt tachée, ſe refuſent entièrement à cette ſorte de poliſſure. Celles que j'ai nommé *Chryſobéril*s, forment la ſeconde claſſe; ils ſont aſſez durs, mais plus tendres cependant & plus purs, puisqu'ils ſont ſuſceptibles de la poliſſure polyédre. Les meilleures ſont les *Chryſopraſes* proprement dits; ils ſont purs, nets, ſans aucun mêlange de particules hétérogenes,

nes, recevant toutes les ſortes de poliſſure qu'on veut leur donner, & propres à prendre toutes ſortes de figures. Toutes ces eſpeces dures ne ſouffrent l'outil deſtiné à les couper, ou à les polir, qu'après avoir été humectées, non d'eſprit de vin que demandent les pierres plus molles qui s'en imbibent, mais d'eau commune. En les frappant contre l'acier & le fer, elles jettent des étincelles. Presque toutes les pierres précieuſes, à l'exception de la *Topaze* & du *Diamant*, ont ceci de commun, que, plus elles approchent de la nature cryſtalline, plus elles ſont aiſées à polir ; au lieu que ce travail eſt beaucoup plus difficile dans les autres, où la Nature a mêlé pluſieurs parties hétérogenes, tantôt terreſtres, tantôt metalliques. Il s'agit à préſent de paſſer à l'hiſtoire de la génération de nos *Chryſopraſes*. J'ai déjà fait, au commencement de ce Mémoire, l'éloge du territoire où elles ſe trouvent; & il n'eſt pas beſoin d'y revenir ici. Le célébre M. *Eller*, dans ſon Eſſai *ſur origine & la génération des métaux*, inſéré dans l'année 1753. de *l'Hiſtoire de l'Académie*, avance, page 11. & prouve avec cette érudition & cette ſolidité qu'il met dans tous ſes Ecrits, „ que les veines métalliques, ou mines, ſe trouvent ſeulement dans les endroits „ de notre Globe, où le terrain s'éleve en une longue ſuite de montagnes. „ C'eſt ce dont nous avons remarqué la vérité au ſujet du *Chryſopraſe*. Les Minéralogiſtes moins ſolides prennent pour le lieu natal des métaux l'endroit ſeulement où ils découvrent les veines métalliques ; &, s'il eſt permis d'uſer de cette comparaiſon, ils reſſemblent en cela aux pourceaux, qui mangent les glands qu'ils trouvent ſous les chenes, ſans ſe mettre en peine d'où ils viennent, ni s'il y a pluſieurs arbres qui en portent, à moins que le hazard ne les conduiſe ſous d'autres. Un vrai Phyſicien doit au contraire parcourir des païs entiers, pour bien obſerver leur ſituation, leurs frontieres, & les terres qui les environnent. De pareilles obſervations lui apprendront, qu'on ne rencontre jamais de veines métalliques, ni de minéraux rigoureuſement ainſi nommés, que dans les endroits élevés d'une contrée, ſçavoir les montagnes, les collines, les côteaux, les promontoires ; car il n'eſt pas toujours beſoin de Monts *Bructeres*, *Carpathiens*,

thiens, & autres Montagnes gigantesques, pour la génération des minéraux, & des foſſiles. C'eſt ce que prouve notre contrée de *Koſemitz*. En allant de *Breslau* vers *Koſemitz* & *Nimtſch*, une vaſte plaine offre aux yeux l'aſpect libre d'environ ſept milles à la ronde ; mais quand on a paſſé *Nimtſch*, & les frontieres de la Principauté de *Brieg*, tout le Duché de *Monſterberg*, vers *Quickendorff*, *Silberberg*, & *Reichenſtein*, ne préſente que des montagnes, des côteaux, des collines, & des vallées; & les hauteurs inſenſiblement, & comme par degrés, s'élevent vers le Ciel. Toutes ces montagnes ſont abondamment remplies de métaux, de minéraux, & de foſſiles. Près de *Koſemitz*, & de *Nimtſch*, on trouve des traces d'ardoiſe, des pierres de chaux, & des ſignes de veines horizontales, qui ſe plaiſent ordinairement près des promontoires. *Silberberg*, à deux milles de *Koſemitz*, abonde en veines d'argent; & il y a dans cet endroit des montagnes, dont le ſommet eſt presque toujours caché dans les nuës. Deux milles plus loin près de *Hausdorff*, dans le Comté de *Glatz*, on trouve des montagnes d'une moyenne hauteur, qui renferment une veine de cuivre très riche ; & dans les endroits qui s'abaiſſent vers la plaine, on trouve des *Lithantraces*. Les mines de cuivre ne parcourent en effet pour l'ordinaire que des montagnes d'une moyenne hauteur. Telle eſt la ſituation de *Koſemitz*, telle la patrie de notre *Chryſopraſe*. Au premier coup d'oeil, en obſervant les mines d'où l'on tire cette pierre, je n'appercevois qu'un Chaos confus, dans le voiſinage d'un Moulin à vent : & j'étois diſpoſé à croire que c'étoit là la véritable ſituation du *Chryſopraſe*. Tantôt je trouvois un caillou, tantôt une *Opale* ; ici de la terre verdâtre, là une pierre verte, aſſez approchante du *Chryſopraſe*. Mais, en conſidérant les choſes plus attentivement, je découvris que tous ces endroits, d'où les Ouvriers avoient juſqu'à préſent tiré nos pierres, n'étoient autre choſe que des mottes de terre, que des Mineurs ont tirées, il y a quelques ſiècles, de creux & de puits plus profonds, que nous nommons en Allemand *Halden*. En continuant des recherches plus exactes dans la contrée circonvoiſine, je trouvai trois de ces trous, dits communément *Stollen*, au pied de la montagne,

ne, vers cet endroit qui va en montant, où j'avois apperçu les monceaux ſusdits. Il s'agiſſoit de viſiter ces trous. Leurs entrées, (*Stollen Mundlöcher*,) étoient pour la plûpart éboulées : mais un travail opiniâtre vient à bout de tout. Je me gliſſe dans la premiere, non ſans danger, car il n'y avoit, ni poutres, ni planche, ni aucune ſorte de ſoutien, que celui que la Nature fourniſſoit, ſçavoir la dureté de la pierre. A l'entrée de ces creux on voyoit une veine de pierre cornuë, mêlée d'asbeſte, presque horizontale, que nos Métalliſtes appellent *ſchwebend*. Le premier creux dans lequel je m'etois gliſſé, me parut aller vers la gauche jusqu'à ſix ou ſept perches (*lachter*) de profondeur, autant que j'en pus juger ſans meſure géométrique. Lorsque je fus arrivé au *non plus ultrà*, ou à cette fin du creux que nos gens appellent *vor-gantz Ort*, je ne trouvai rien que la veine ſusdite de Pierre cornuë, toute remplie d'asbeſte. Je voulois viſiter un ſecond creux. Celui-ci contenoit de l'eau qui m'alloit jusqu'aux genoux, de ſorte que je ne pus arriver jusqu'au bout, car je craignois qu'il n'y eut quelque puits caché là deſſous; & ſi j'y étois tombé, qui eſt-ce qui ſeroit venu à mon ſecours, puisque je m'étois gliſſé en cachette dans ce creux? Je remarquai pourtant, lorsque je me fus avancé environ jusqu'à quinze perches, qu'il y avoit dans le toit ſupérieur du creux, que nous appellons *die Förſte*, la même veine de pierre cornuë, avec un peu de terre verdâtre plus molle, de l'un & l'autre côté : c'eſt ce qu'on nomme *Beſtegnüs*. Le troiſième creux, qui s'avançoit à droite, alloit à peine à quelques perches qu'il montroit déjà la même veine de pierre cornuë avec de l'asbeſte. Pourvû de ces indices, je retournai aux mines de *Chryſoprase*, & j'obſervai que depuis quelques ſiècles il y exiſtoit pluſieurs puits, (*Schächte*,) & que tout le travail d'aujourdhui avoit pour objet les monceaux, que nos Ancêtres ont tiré des entrailles de la terre, & jettés ſur ſa ſurface, (monceaux dits communément *Halden*.) Toutes ces choſes étant murement conſidérées & péſées, je compris que je perdrois mon tems & ma peine, à moins que je n'allaſſe dans quelque endroit où l'on n'eut point travaillé anciennement, pour y faire des recherches convenables à mes vuës. J'appellai à mon ſecours l'éguille

magnétique, & recherchant le cours de la veine de pierre cornuë (*des Gauges Streichen ;*) je trouvai qu'elle s'avancoit entre la Ville de *Frankenſtein*, *Zulzendorff*, & *Koſemitz*, vers une forêt, & qu'à moins que quelque accident n'en interrompit le cours, (comme d'avoir été entrecoupée, & déclinée de ſa route,) elle ſe montroit à découvert. Je paſſai de là à quelques eſſais, qui me reüſſirent autant que le permettoit le peu de tems dont je pouvois diſpoſer, & par le moyen desquels j'arrivai à la fin que je m'étois propoſée. Voici donc les différentes couches que j'obſervai dans cet endroit.

1. On trouve d'abord une terre très fertile, graſſe, noirâtre, mêlée d'un peu de ſable, de l'épaiſſeur d'un pied & demi.

2. Elle étoit ſuivie d'une couche de *Chalcedoines*, de *Sardes*, impurs à la vérité, & jaunâtres, n'étant pas encore à maturité, de *Bérils*, de *Hyacinthes*, & de cailloux, qui étoit d'un & demi à deux pieds.

3. Après cette couche venoit de l'argille d'une couleur gris-brune, épaiſſe d'un pouce, ſous laquelle étoit.

4. De l'argille blanche, de quelques pouces d'épaiſſeur.

5. De la terre d'un jaune tirant ſur le verd, compoſée de terre ſmectite, & de morceaux de talc.

6. Des Pierres d'un beau verd, un peu molles, mêlées avec de la terre verte. Ces pierres ne ſe laiſſent pas polir. On trouvoit parmi elles, quoique fort rarement, du *Chryſoprase* en morceaux plus grands, ou plus petits, tantôt plus pur, tantôt gâté par des taches, plus ou moins verd, ſous lequel étoit

7. Du ſable avec des pieces de talc, &c. & des fragmens de pierre cornuë, mêlée d'asbeſte.

Voilà quelle eſt la ſituation de notre *Chryſoprase*. Il ne reſte plus que peu de mots à ajoûter, ſur les choſes les plus remarquables que cette pierre renferme.

1. Les terres dont elle eſt environnée, méritent bien les obſervations & les recherches de la Chymie ; j'ai remarqué qu'elles étoient toutes graſſes, talqueuſes, ou approchantes du ſmectite.

2. De pareilles couches s'abâtardiſſent quelquefois ; ce qu'il faut attribuër aux diverſes matieres hétérogenes qui s'y mêlent.

3.

3. Il arrive auſſi qu'elles ſe détruiſent entierement, & ſe confondent avec les autres.

4. Il n'eſt pas rare non plus qu'elles changent de place entr'elles.

5. Les Ouvriers qui cherchent le *Chryſoprase* regardent comme un augure favorable, lorsque dans la terre verte que nous avons indiquée pour la ſixième couche, ils trouvent des pierres d'un beau verd, quoiqu'un peu molles, l'expérience leur ayant appris que le vrai *Chryſoprase* n'en eſt pas éloigné.

6. Plus cette pierre eſt profondément ſituée dans les entrailles de la terre, & plus on la trouve pâle, quoiqu'elle ne dégénére pas entierement de la couleur verte.

7. Il eſt digne de remarque que tous les *Chryſoprases* ſont attachés & renfermés dans une matrice d'*asbeſte*.

8. Le *Chryſoprase* ſe trouve ici en morceaux, & ſéparément, comme ayant été ſéparé de quelque maſſe entiere. Qui ſçait ſi peut-être il n'y a point dans le voiſinage de *Koſemitz*, quelque veine entiere de *Chryſoprase*, d'où ces morceaux ont été détachés par quelque accident violent?

9. Il y a entre les *Chryſoprases* mêmes des différences très conſidérables; les plus purs ſont compacts & durs; d'autres ont des trous, & ſont comme rongés, ou ſpongieux: quelques uns ſont mêlés de petites miettes ferrugineuſes. Il y en a même pluſieurs qui contiennent à la fois du *Chryſoprase*, de cette terre verte qui a été décrite ci-deſſus, de l'*Opale*, & de la *Chalcedoine*. Cette eſpece déplait fort aux Ouvriers qui mettent ces pierres en œuvre; mais elles ne peuvent qu'être fort agréables à un Phyſicien curieux. Que dirai-je de la variété de l'*Asbeſte*, qui ſert, comme je l'ai déjà rapporté, de matrice au *Chryſoprase?* Tantôt il eſt mûr, de façon qu'on peut en préparer des méches; & tantôt n'étant pas à maturité, il approche de la naturede la pierre nephritique.

Pour ce qui regarde la génération de cette pierre, je ne ſuis pas en état d'affirmer, ſi la Nature la produit verte dès ſon origine, ou non? Cependant, pour ne pas paſſer entierement cette queſtion ſous ſilence, j'expoſerai mon opinion à cet égard. Le vrai *Chryſoprase* me paroit être une terre durcie par la longueur du tems. C'eſt ce que

montrent & dépoſent ces morceaux qui ſont compoſés d'une terre verte molle, d'une pierre verte, & du *Chryſopraſe* même, qui ne permettent point de douter que cette terre ne ſe ſoit durcie par degrés. Je n'oſerois pourtant affirmer également la même choſe des *Chryſobéryls*, qui paroiſſent être une maſſe compoſée par la réünion du *Béril* avec une terre verte. Comme toutes les Pierres précieuſes, & tous les *fluors*, doivent leur couleur aux métaux & aux demi-métaux, notre *Chryſopraſe* tient pareillement ſa verdeur des parties de cuivre, ou de fer, qui s'y trouvent mêlées. Mais c'eſt ce qu'il faut laiſſer à l'examen Chymique. En attendant, ce que nous ſçavons par l'expérience, c'eſt que les exhalaiſons & les vapeurs les plus ſubtiles des métaux & des demi-métaux montent du ſein le plus profond de la terre, & impriment ſouvent leurs traces ſous terre, non ſeulement aux maſſes terreſtres, mais aux pierres les plus dures; comme *Horace* lui-même l'a chanté, Ode XVI. Liv. III.

Aurum per medios ire ſatellites,
Et perrumpere amat ſaxa potentius
Ictu fulmineo.

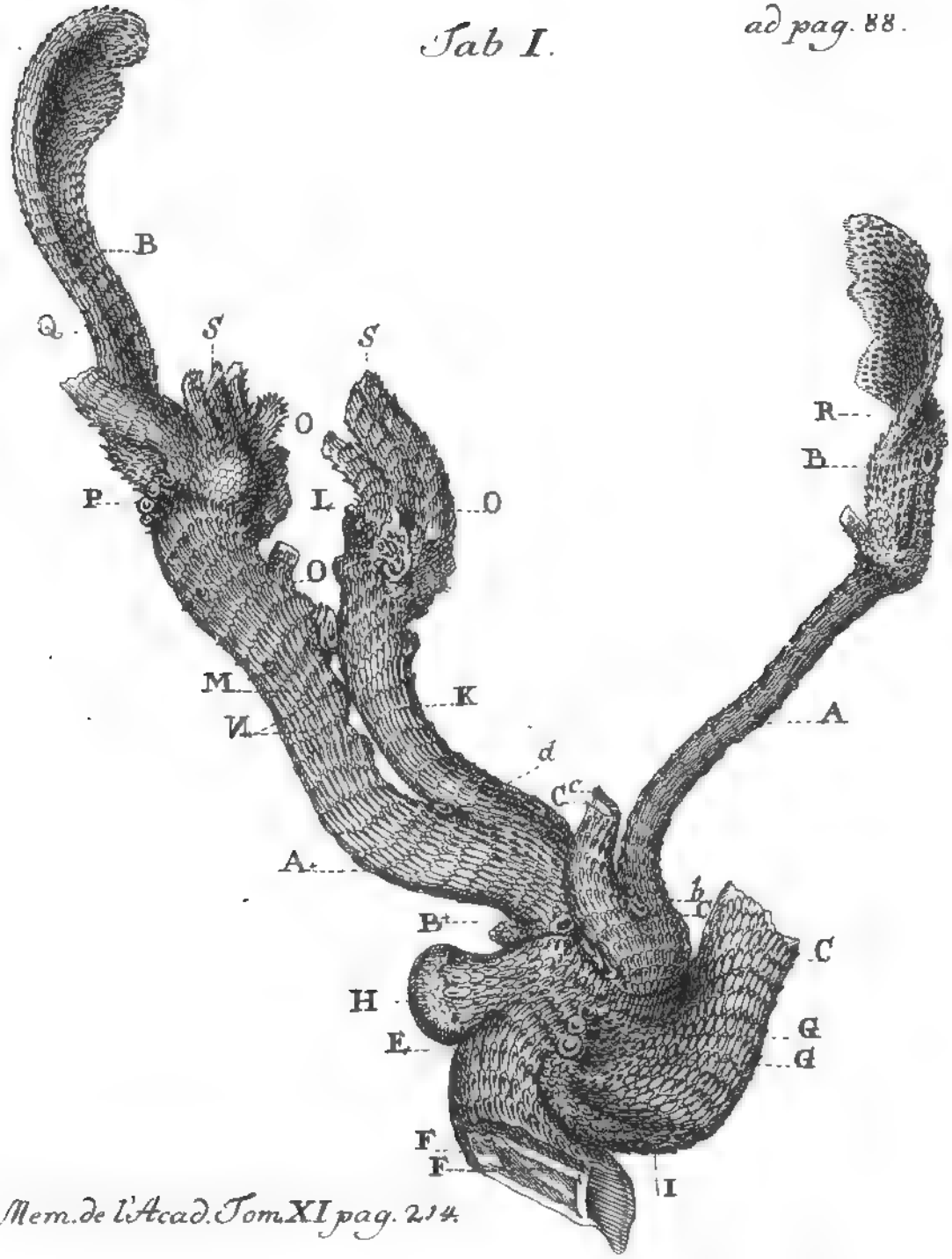
Ce qu'il dit ici de l'or, eſt vrai des autres métaux; car la Nature à certains égards ſe reſſemble toujours à elle-même, ſuivant le mot de Pythagore:

Γνώσι δ'ἡ θέμις ἐστι, φύσιν περὶ παντὸς ὁμοίην.

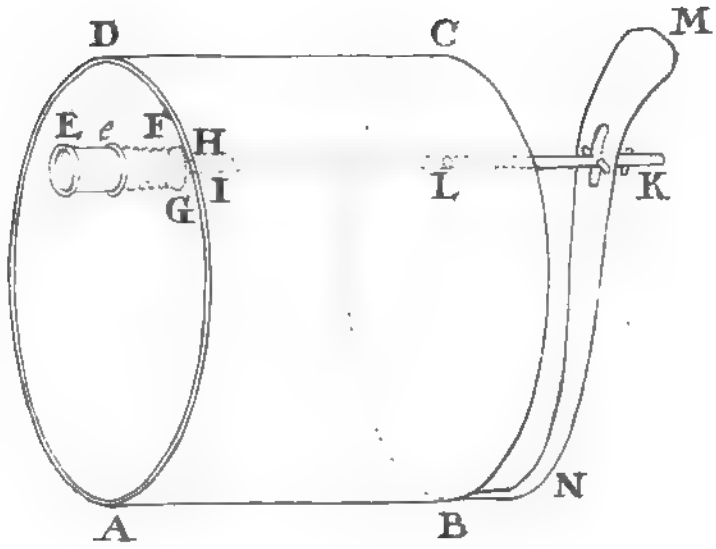
Si le prix exceſſif des Pierres précieuſes ne mettoit pas des obſtacles à leur examen, elles pourroient être l'objet de pluſieurs Expériences, qui répandroient un jour conſidérable ſur l'Hiſtoire Naturelle. Cependant tout ce qui vient d'être expoſé dans ce Mémoire, fait bien voir combien la diverſité des opinions a été grande parmi les Auteurs au ſujet de cette pierre; & nous avons même lieu de conjecturer que la plûpart d'entr'eux n'ont jamais vû le vrai *Chryſopraſe:* mais les Modernes, s'appuyant ſur les Ecrits des Anciens, nous préſentent les mêmes hiſtoires, les mêmes deſcriptions, & les mêmes ſentimens qu'ils y ont puiſé, en ſe contentant ſeulement de changer quelques expreſſions.

Tab I.

ad pag. 88.



Mem. de l'Acad. Tom XI pag. 214.



Mem. de l'Acad. Tom. XI. pag 214.

ad pag. 118.

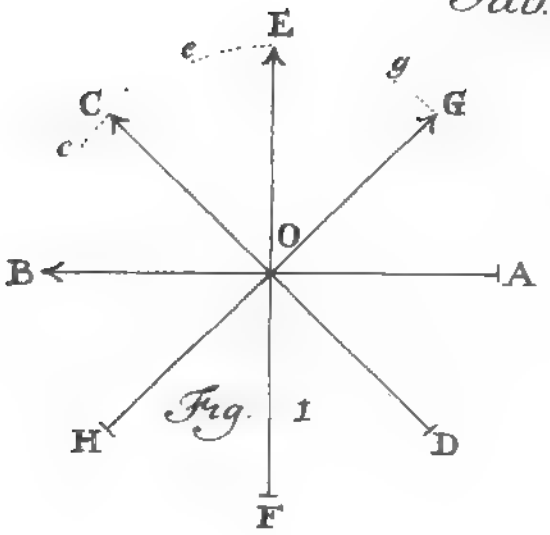


Fig. 1

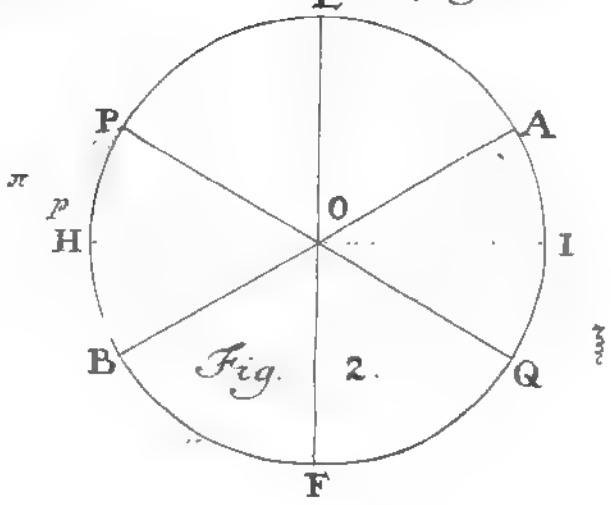


Fig. 2.

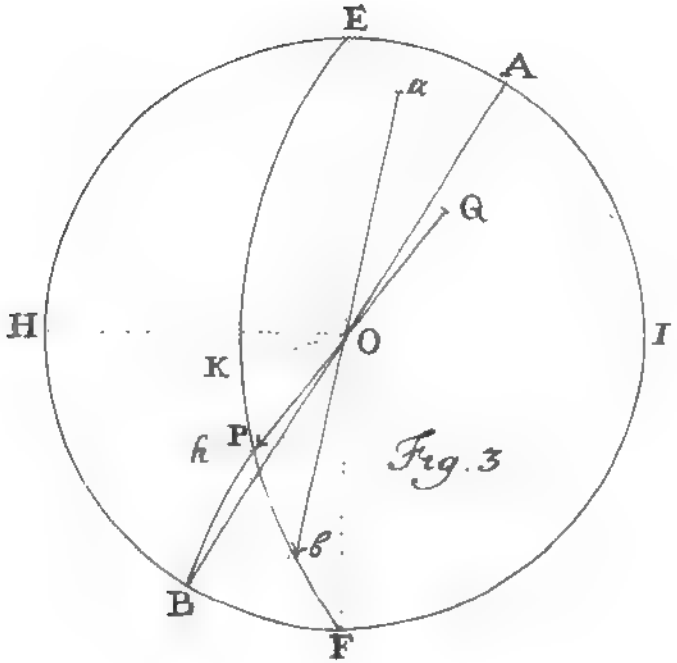


Fig. 3

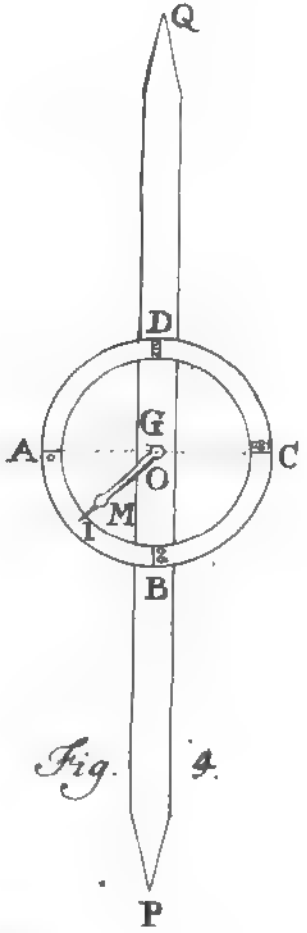


Fig. 4.

Mem. de l'Acad. Tom. XI pag. 214.

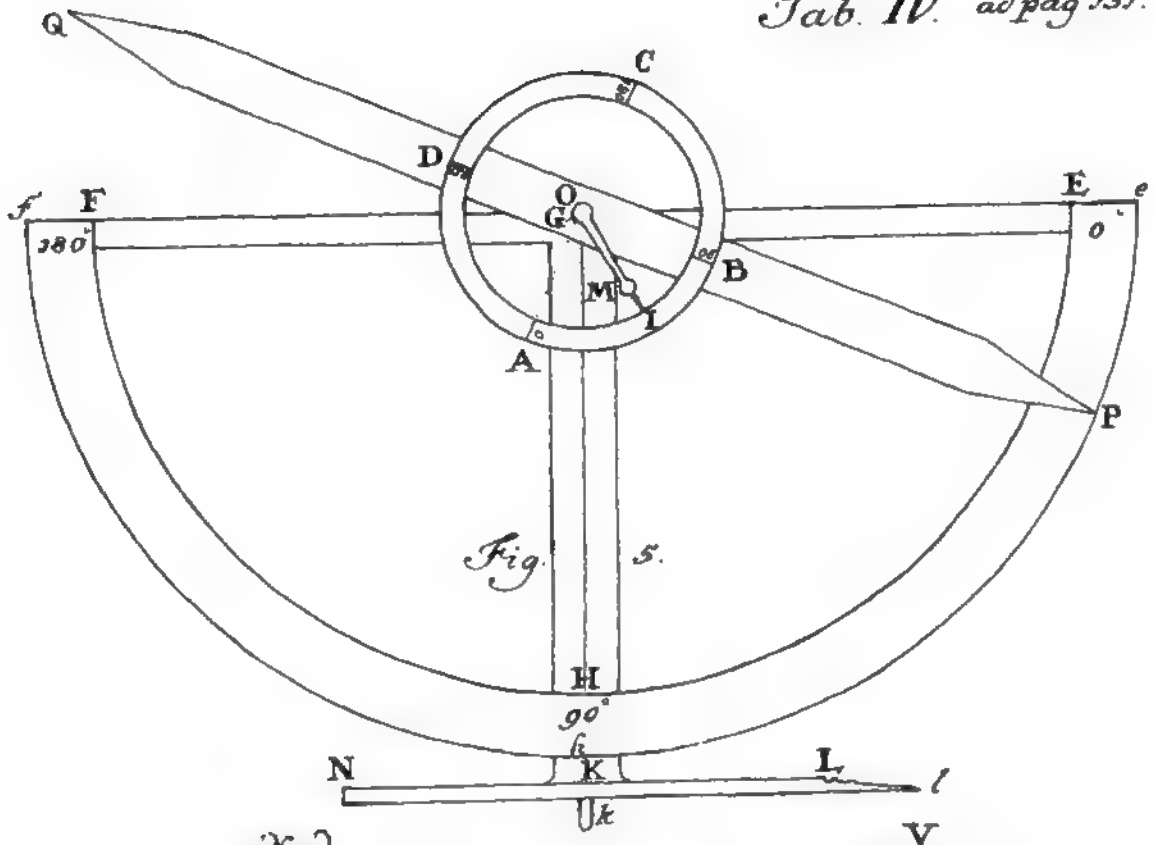


Fig. 5.

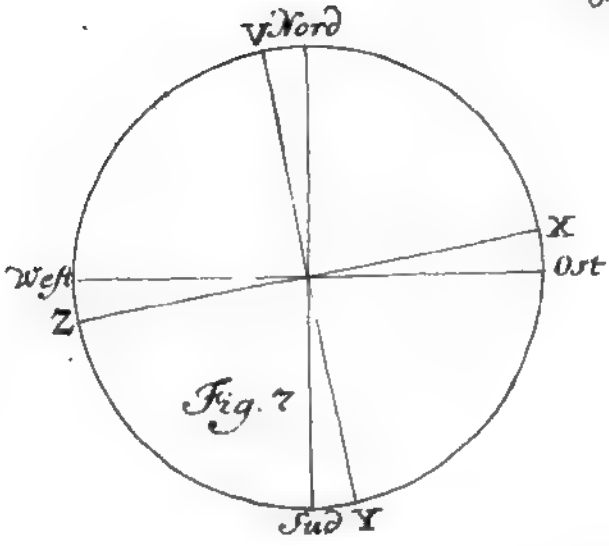


Fig. 7

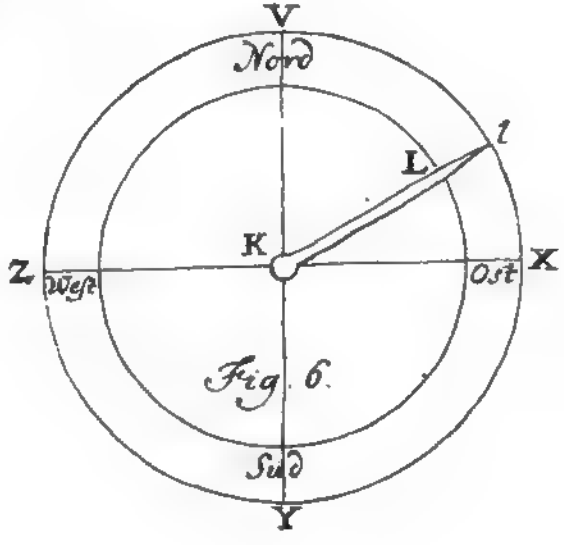


Fig. 6.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

* * *

PRINCIPES GÉNÉRAUX
DE L'ETAT D'EQUILIBRE DES FLUIDES.

PAR. M. EULER.

I.

Je me propoſe ici de développer les principes, ſur leſquels toute l'Hydroſtatique, ou la Science de l'équilibre des fluides, eſt fondée. Pour leur donner la plus grande étenduë dont ils ſont ſuſceptibles, je renfermerai dans mes recherches non ſeulement les fluides, qui ont partout le même degré de denſité, tels que ſont l'eau, & les autres corps liquides, dont on dit, qu'ils ne reçoivent aucune compreſſion; mais auſſi ces fluides, qui ſont compoſés de particules d'une denſité différente, ſoit que cette différence leur convienne en vertu de leur propre nature, ſoit qu'elle réſulte des forces, dont les particules ſe preſſent mutuellement. On voit bien qu'à cette derniere eſpece, il faut rapporter l'air, & les autres corps fluides, qu'on nomme élaſtiques. Outre cela je ne bornerai pas mes recherches à la ſeule force de gravité; mais je les étendrai à des forces quelconques, dont chaque particule du fluide puiſſe être ſollicitée.

II. Voilà le plan, que je me ſuis propoſé d'exécuter, d'où il eſt d'abord clair, que les principes communs de l'Hydroſtatique, qu'on trouve expliqués dans les élémens, ne ſont qu'un cas très particulier de ceux, que je m'en vais établir ici. Car d'un coté on ne regarde communément que la gravité, à l'action de laquelle les particules du fluide ſont aſſujetties; & de l'autre coté on ne conſidère que les flui-

des de la premiere eſpece, où toutes les parties gardent partout le même degré de denſité. Et quoiqu'on n'ait pas negligé d'approfondir l'état d'équilibre des fluides élaſtiques, & en particulier de l'air, les principes qu'on en a établis, ſemblent ſi différens des premiers, qu'à peine les ſauroit-on ramener à une origine commune, fondée dans la nature générale des fluides.

III. Quoique j'enviſage ici une ſi grande généralité, tant par rapport à la nature du fluide, qu'aux forces qui agiſſent ſur chacune de ſes particules, je ne crains point les reproches, qu'on a ſouvent faits avec raiſon à ceux qui ont entrepris de porter à une plus grande généralité les recherches des autres. Je conviens qu'une trop grande généralité obſcurcit ſouvent plutôt, qu'elle n'éclaire, & qu'elle mene quelquefois à des calculs ſi embrouïllés, qu'il eſt extrêmement difficile d'en déduire des conſéquences pour les cas les plus ſimples. Quand les généraliſations ſont aſſujetties à cet inconvenient, il eſt bien certain qu'il vaudroit infiniment mieux s'en abſtenir entièrement, & borner ſes recherches à des cas particuliers.

IV. Mais, dans le ſujet que je me propoſe d'expliquer, il arrive préciſement le contraire: la généralité que j'embraſſe, au lieu d'éblouïr nos lumieres, nous découvrira plutôt les véritables loix de la Nature dans tout leur éclat, & on y trouvera des raiſons encore plus fortes, d'en admirer la beauté & la ſimplicité. Ce ſera une inſtruction importante d'apprendre que des principes, qu'on aura cru attachés à quelque cas particulier, ont une beaucoup plus grande étenduë. Enſuite ces recherches ne demanderont presque point un calcul plus embarraſſant; & il ſera aiſé d'en faire l'application à tous les cas particuliers, qu'on puiſſe ſe propoſer.

V. Or tout revient à bien fixer la premiere idée, ſur laquelle doivent être fondés tous les raiſonnemens, que nous aurons à faire pour parvenir à notre but: c'eſt l'idée de la nature de la fluidité en général. Car les loix d'équilibre des fluides ne ſauroient différer de celles

les des corps ſolides, qu'entant que la nature des fluides eſt différente de celle des ſolides. Il s'agit donc de connoitre la différence véritable & eſſentielle, qui diſtingue les fluides des ſolides; ce qui eſt une queſtion bien agitée entre les Philoſophes & les Phyſiciens: mais de tout ce qu'ils en ont dit nous ne ſaurions rien déduire, qui fût propre à notre deſſein. Que les moindres particules d'un fluide n'ayent aucune liaiſon entr'elles, & qu'elles ſe trouvent dans un mouvement continuel, eſt peut-être vray; mais cette vérité ſeroit abſolument ſtérile par rapport aux recherches dont il eſt queſtion; il faut pour cet effet approfondir bien davantage la nature des corps fluides.

VI. Entant que cette propriété eſſentielle des fluides doit fournir les principes de l'Hydroſtatique, je ne la trouve que dans cette qualité, par laquelle nous ſavons, qu'une maſſe fluide ne ſauroit être en équilibre, à moins qu'elle ne ſoit ſollicitée en tous les points de ſa ſurface par des forces égales & perpendiculaires à la ſurface. Je ſuppoſe ici que les particules intérieures de la maſſe fluide ne ſoient ſollicitées par aucunes forces; car, s'il y en avoit, les forces externes les devroient contrebalancer, outre qu'elles ſeroient égales entr'elles. Je conſidère donc une maſſe fluide, qui n'eſt aſſujettie à aucune force; & il n'y a nul doute, qu'elle ne ſoit en équilibre. Qu'on conçoive maintenant des forces, qui agiſſent extérieurement ſur ſa ſurface; & pour maintenir la maſſe en équilibre, il faut que ces forces y ſoient perpendiculaires, égales entr'elles, & qu'elles agiſſent ſur tous les élémens de la ſurface. Si le fluide eſt élaſtique, il faut outre cela que l'élaſticité ſoit égale à ces forces ſollicitantes, pour empêcher que la maſſe ne s'étende dans un plus grand volume, ou qu'elle ne ſoit réduite dans un plus petit.

VII. Cette propriété diſtingue le plus eſſentiellement les corps fluides des ſolides. Un corps ſolide peut être tenu en équilibre étant ſollicité par deux forces égales & contraires; & les parties qui ſont à côté, n'en reçoivent aucun effort pour échaper. Or un amas de Fig. 4.
pluſieurs corps ſolides déliés entr'eux approche déja davantage de la

nature du fluide, comme on peut voir par le cas de 4 ſphères a, b, c, d, qui ſe touchent mutuellement; car, quoique les deux oppoſées a & b ſoient preſſées par des forces égales & contraires α A & ζ B, il n'y aura point d'équilibre: mais les deux autres en feront pouſſées ſelon les directions C γ & D δ par des forces, qui ſont à celles-là, comme la diſtance $c\,d$ à la diſtance $a\,b$. Donc, pour conſerver ces quatre ſphères en équilibre, il faut ajouter aux forces α A & ζ B encore les forces γ C & δ D. S'il y avoit pluſieurs ſphères, ou autres corps ſolides, le maintien de l'équilibre demanderoit encore pluſieurs forces, ſelon leur nombre & ſituation mutuelle.

VIII. Qu'on conçoive ces ſphères infiniment petites, & leur nombre infiniment grand, & il pourra arriver, que l'état d'équilibre demandera une infinité de forces, qui agiſſent de tous côtés ſur cet amas, de ſorte que ſi une en manquoit, l'équilibre ſeroit détruit. On pourroit auſſi concevoir un tel arrangement parmi ces corpuſcules, que toutes les forces requiſes pour l'équilibre devinſſent égales entr'elles; ce qui repréſenteroit exactement le cas d'un fluide. Mais, outre que ce cas ſeroit, pour ainſi dire, moralement impoſſible, auſſi-tôt qu'il y arriveroit le moindre changement, les forces requiſes pour l'équilibre ne manqueroient pas de devenir extrêmement inégales entr'elles; au lieu que dans un fluide l'égalité de ces forces ſubſiſte toujours & néceſſairement, quelque changement que ſubiſſe le fluide. D'où il eſt clair que la fluidité ne ſauroit être expliquée par un amas de corpuſcules ſolides, quand même on les ſuppoſeroit infiniment petits, entièrement déliés entr'eux, & leur nombre infiniment grand: & il paroit encore fort douteux, ſi un mouvement inteſtin ſeroit capable de ſuppléer à ce défaut.

IX. Voilà donc en quoi conſiſte la nature de la fluidité, c'eſt qu'une maſſe fluide ne ſauroit être en équilibre, à moins qu'elle ne fût preſſée de toutes parts par des forces égales & perpendiculaires à ſa ſurface. Ainſi, lorsqu'une maſſe fluide, ABCDEF, eſt preſſée dans un endroit AB, par une force quelconque PM, dont la direction eſt

Fig. 2.

per-

perpendiculaire à la portion de la ſurface A B ſur laquelle elle agit, & que nous concevions une autre portion quelconque C D, pour que le fluide ſoit maintenu en équilibre, il faut que cette portion C D ſoit auſſi preſſée perpendiculairement par une force Q N, qui tienne à celle-là P M la même raiſon, que celle qui ſubſiſte entre les ſurfaces C D & A B. Si une de ces forces étoit moindre que ſelon cette raiſon, elle ne ſeroit pas ſuffiſante à reſiſter à l'action de l'autre, & partant l'équilibre ſeroit troublé. Il en eſt de même de toute autre portion de la ſurface du fluide, faiſant abſtraction de la gravité, & de toute autre force, qui pourroit agir immédiatement ſur les particules du fluide.

X. De là il s'enſuit, que ſi l'on connoit la preſſion par un endroit de la ſurface du fluide, on aura en même tems les preſſions ſur toutes les parties de la ſurface, qui ſont requiſes pour l'équilibre. Ainſi, poſant la baſe A B $= aa$, & la force dont elle eſt preſſée $= P$, une autre baſe quelconque C D $= cc$ ſera preſſée par la force $= \frac{cc}{aa} P$. Cette régle devient plus ſimple, ſi nous exprimons la force P par le poids d'un cylindre d'une matiere homogene grave, dont la baſe eſt $= aa$, c'eſt à dire à celle ſur laquelle cette force agit; ce cylindre aura donc une certaine hauteur, qui ſoit $= p$: & partant la force P ſera égale au poids d'une maſſe de ladite matiere homogene, dont le volume eſt $= aap$, ou bien on pourra mettre $P = aap$: de là la force qui doit agir ſur la baſe C D $= cc$, étant $= \frac{cc}{aa} P$ deviendra $= ccp$, ou ſera égale au poids d'un cylindre de la même matiere homogene, dont la baſe eſt $= cc$, & la hauteur la même qu'auparavant $= p$. Par la même raiſon toute autre portion de la ſurface $= ff$ de cette maſſe fluide, ſoutiendra une force $= ffp$.

XI. Donc, pour connoitre l'état des preſſions, par leſquelles une maſſe fluide eſt maintenuë en équilibre, il ſuffit de connoitre cette hau-

teur p, qui eſt commune à tous les cylindres formés de cette matiere grave homogene, par les poids desquels nous exprimons ici les forces ſollicitantes. Car cette hauteur p étant connuë, on aſſignera aiſément la force, par laquelle chaque portion de la ſurface du fluide eſt preſſée: ainſi prenant une portion $= aa$, cette force ſera exprimée par le poids $= aap$. Comme cette force agit partout perpendiculairement ſur la ſurface, il eſt évident qu'on n'en ſauroit conclure immédiatement la force, que ſoutient une portion convexe ou concave de la ſurface; il faudra donc recourir à des élémens de la ſurface infiniment petits, & poſant un tel élement $= ds^2$, la force dont il eſt preſſé ſera $= pds^2$, & ſa direction perpendiculaire à l'élément, qu'on peut toujours regarder comme plan.

XII. Pour mieux comprendre la force de cette preſſion, qu'on conçoive le fluide renfermé dans un vaiſſeau, qui ait en AB une ouverture $= aa$, remplie par un piſton, ſur lequel agiſſe perpendiculairement une force $PM = aap$; cela poſé, le fluide preſſera partout également ſur les parois du vaiſſeau, de ſorte que s'il y avoit quelque part une ouverture Ee, le fluide y échaperoit actuellement. Or, pour empêcher la ſortie du fluide, ſi l'on bouche ce trou Ee, dont l'amplitude ſoit $= ee$, il y faut appliquer perpendiculairement une force $= eep$, d'où l'on connoit les forces, que chaque élément de la ſurface intérieure du vaiſſeau ſoutient de la part de la preſſion $PM = aap$, qui agit ſur la baſe $AB = aa$. Si cette baſe étoit moindre, & que la force preſſante le fût auſſi dans la même raiſon, la preſſion demeureroit néanmoins la même ſur le vaiſſeau; d'où l'on voit que la plus petite force PM eſt capable de produire une auſſi grande preſſion dans le vaiſſeau, qu'on voudra; pourvû qu'on rende la baſe $AB = aa$ aſſés petite, afin que dans l'expreſſion de la force aap la hauteur p devienne auſſi grande qu'on le ſouhaite.

XIII. Mais le fluide ſe trouvant dans un tel état de preſſion par l'action de quelque force $PM = aap$, non ſeulement tous les élémens

mens des vaiſſeaux ſoutiennent des preſſions, qui repondent à la même hauteur p, mais auſſi tous les élémens du fluide même ſe trouveront dans le même état de preſſion. Qu'on conçoive dans l'intérieur du fluide un diaphragme immatériel E J i F, qui retranche de la maſſe du fluide une portion quelconque A E F B; &, puisque cette portion eſt en équilibre, toutes les particules du diaphragme ſoutiendront auſſi des forces, qui répondent à la même hauteur p. D'où il s'enſuit, que chaque élément de la maſſe fluide I K k i ſera de toutes parts preſſé par de pareilles forces; ou bien toutes les particules du fluide ſeront preſſées les unes contre les autres par des forces qui répondent toutes à la même hauteur p; c'eſt donc l'égalité de toutes ces forces, qui conſtituë l'état d'équilibre, ſuppoſant toujours, qu'il n'y ait point de forces particulieres, comme la gravité, qui agiſſent ſur les particules du fluide.

XIV. Par là on eſt en état de ſe former une juſte idée de ce que je nomme l'état de preſſion d'un fluide; & cette preſſion ne ſauroit être mieux repréſentée que par une certaine hauteur, qui ſe rapporte à la gravité d'une matiere homogene, qu'on jugera la plus convenable pour employer à cette meſure. Ainſi, quand je dis que l'état de preſſion de l'élément du fluide J K k i eſt exprimé par la hauteur p, il faut entendre que chaque face de cet élément, qui ſoit $= ds^2$, eſt preſſée par une force, qui eſt égale au poids d'un cylindre de ladite matiere homogene, dont la baſe eſt $= ds^2$, & la hauteur $= p$. Cette hauteur p exprime donc la force, dont les élemens voiſins du fluide agiſſent de toutes parts ſur l'élément J K k i, & dont par conſéquent cet élément réagit ſur ceux-là. C'eſt donc auſſi par cette même force, que l'élement J K k i réſiſte à la compreſſion, par laquelle il ſeroit réduit à un moindre volume, de ſorte que ſi ſa réſiſtance étoit plus petite, il y ſeroit réduit actuellement.

XV. Cette conſidération nous mene à la diſtinction des fluides en élaſtiques & non-élaſtiques, ou compreſſibles & non-compreſſibles, quoique l'état d'équilibre, que nous venons d'expliquer, s'étende également

ment aux uns & aux autres. Car, ſi le fluide renfermé dans le vaiſſeau A B C D E F eſt élaſtique ou compreſſible, la force $P = \alpha\alpha p$, qui agit ſur le piſton A B réduira le fluide à un tel degré de compreſſion, où elle ſe trouvera en équilibre ; & alors on comprend que l'élaſticité du fluide eſt préciſément égale à la force comprimante, ou bien la hauteur p ſervira auſſi de meſure à l'élaſticité du fluide. Si l'élaſticité étoit plus grande que la hauteur p, le piſton ſeroit repouſſé, juſqu'à l'état d'équilibre ; & ſi elle étoit plus petite, le piſton entreroit plus profondément : comme le fluide ne ſauroit, ni s'étendre à l'infini, ni ſe réduire dans un eſpace évanouiſſant, il y aura toujours un cas, où l'équilibre doit avoir lieu.

XVI. De là on entend, que lorſque un fluide compreſſible eſt réduit dans un moindre volume, ſon élaſticité doit devenir plus grande, puiſqu'il faut employer une d'autant plus grande force, plus qu'on veut comprimer le fluide. L'élaſticité depend donc néceſſairement en ſorte de la denſité du fluide, que plus la denſité eſt augmentée, plus auſſi l'élaſticité devienne plus grande : quoiqu'il ne ſoit pas néceſſaire, que l'élaſticité ſuive préciſément la raiſon de la denſité ; comme on remarque auſſi dans l'air, que l'élaſticité n'eſt pas exactement proportionnelle à la denſité. Cependant, lorſque les changemens ne ſont pas conſidérables, & fort éloignés tant du plus grand volume que du plus petit, auquel le fluide peut être réduit, on peut ſuppoſer, que l'élaſticité ſoit parfaitement en raiſon de la denſité. Or il peut arriver qu'outre la denſité concoure encore une autre qualité à déterminer l'élaſticité, comme par exemple la chaleur, qui ſous le même degré de denſité augmente le reſſort de l'air. Mais, s'il y a de la différence entre la chaleur, on en peut comprendre l'effet dans la proportion qui ſubſiſte entre l'élaſticité & la denſité, & laquelle deviendra par là variable.

XVII. Donc, ſi une maſſe fluide ſe trouve en équilibre, & que la preſſion y ſoit exprimée par la hauteur p, cette même hauteur meſurera auſſi

l'élaſticité : & par le rapport qui ſubſiſte entre la denſité & l'élaſticité, on connoitra auſſi la denſité, & réciproquement. Ainſi ſi la denſité du fluide eſt $= q$, & que Q en marque la fonction à laquelle l'élaſticité ſeroit proportionnelle, ſi la chaleur, ou toute autre qualité qui influë ſur le reſſort, étoit invariable; ce fluide ne ſauroit être en équilibre, à moins que la preſſion p ne fut comme Q. Suppoſant maintenant la chaleur, ou autre quantité variable $= r$, où r marqueroit le reſſort ſous une denſité donnée, la preſſion requiſe pour l'équilibre ſeroit comme Qr, ou plus généralement comme une certaine fonction de q & r. Soit Π cette fonction, dont la valeur devienne $= \Gamma$ dans un cas déterminé, où $q = g$, & $r = h$: donc, ſi dans ce cas l'élaſticité eſt exprimée par la hauteur f, la proportion $f : p = \Gamma : \Pi$, donnera pour tout autre cas la preſſion ou l'élaſticité $p = \frac{f\Pi}{\Gamma}$: expreſſion qui par ſa généralité s'étend à tous les cas imaginables.

XVIII. Il peut arriver qu'un très petit changement dans la denſité en produiſe un très grand dans l'élaſticité; de ſorte que, ſoit qu'on augmente ou diminuë la preſſion p très conſidérablement, le fluide ne change pas ſenſiblement de volume, & qu'il conſerve presque la même denſité : & lorsque ce petit changement évanouït entièrement, nous aurons préciſément le cas d'un fluide non-compreſſible, qui, ſans changer de volume ou de denſité, peut ſoutenir toute preſſion, quelque grande qu'elle ſoit. Dans ce cas il faut donc, que la fonction Π évanouïſſe, de même que ſa valeur déterminée Γ, afinque la fraction $\frac{f\Pi}{\Gamma}$ devienne indéterminée. Ou bien, la denſité q pouvant en général être conſiderée comme une fonction de l'élaſticité p, deviendra dans ce cas une quantité conſtante. On comprend de là, que c'eſt fort mal à propos, qu'on nomme ces fluides non-élaſtiques, puiſqu'ils renferment plutôt tous les degrés poſſibles de l'élaſticité ſous la même denſité: pendant que les fluides nommés élaſtiques renferment auſſi tous les degrés poſſibles, mais chacun ſous une denſité différente.

XIX. La ſeule idée de la preſſion, que je viens d'établir & de repréſenter par une hauteur, renferme tout ce qui appartient à la connoiſſance de l'équilibre des fluides. Car on en connoit premièrement les forces, dont le fluide agit ſur le vaiſſeau qui le contient; & s'il arrive que quelque part ces forces évanouïſſent, l'équilibre ſubſiſtera ſans que le fluide ſoit renfermé dans cet eſpace. En ſecond lieu, un corps ſolide étant plongé dans le fluide, on pourra déterminer les forces, dont ce corps eſt preſſé de tous côtés, & partant auſſi les efforts, que le corps ſoutient de la part du fluide. En troiſième lieu, ſi les parties du fluide ſont ſuſceptibles de compreſſion, & qu'on connoiſſe le rapport entre la denſité & l'élaſticité, puisque celle-cy eſt partout égale à la preſſion, on ſera en état d'aſſigner en chaque endroit la denſité du fluide. Or toutes les queſtions, qu'on peut former ſur l'équilibre des fluides, ſe réduiſent aiſément à ces trois articles, qui en fourniront les ſolutions.

XX. Nous venons de voir, que ſi les particules du fluide ne ſont, ni peſantes, ni ſollicitées par aucune force étrangere, l'équilibre ne ſauroit ſubſiſter, à moins que la preſſion ne fut la même dans
Fig. 2. tous les points du fluide. Donc un tel fluide étant renfermé dans le vaiſſeau A B C D E F, ſi dans un endroit la preſſion eſt repréſentée par la hauteur p, cette même hauteur exprimera auſſi la preſſion dans tous les points, tant au dedans de la maſſe fluide, que là où il touche les parois du vaiſſeau. L'élaſticité ſera donc auſſi par tout la même; d'où l'on connoitra par conſéquent la denſité à chaque endroit, pourvû qu'on ſache partout le rapport, qui régne entre l'élaſticité & la denſité. Un corps ſolide, comme J K k i, étant plongé dans ce fluide, ſoutiendra de tous côtés des preſſions égales, leſquelles ſe détruiſant mutuellement, le corps n'en ſouffrira aucun effort. Enfin à moins que la preſſion p n'évanouiſſe, il faut abſolument que le fluide ſoit renfermé dans un vaiſſeau, dont les parois ſoient aſſés fortes pour ſoutenir les preſſions.

XXI.

XXI. Or ſi les particules du fluide ſont ſollicitées par la gravité, ou d'autres forces quelconques, le maintien de l'équilibre exige que l'action de ces forces ſoit détruite par les preſſions du fluide, d'où la hauteur p, qui exprime la preſſion à chaque endroit, deviendra une quantité variable. Donc toute la Théorie de l'équilibre des fluides ſera contenuë dans ce ſeul problème :

Les forces, dont tous les élémens du fluide ſont ſollicitées, étant données avec le rapport qui ſubſiſte à chaque endroit entre la denſité & l'élaſticité du fluide ; trouver les preſſions qui auront lieu dans tous les points de la maſſe fluide, pour qu'elle ſe trouve en équilibre.

La ſolution de ce problème fournira tout ce qu'on peut deſirer ſur l'état de l'équilibre de tous les fluides tant compreſſibles que non-compreſſibles. Voilà donc en peu de mots le ſujet, ſur lequel rouleront les recherches de ce Mémoire.

XXII. Je commence donc par conſidérer un point quelconque Z dans la maſſe fluide, dont je rapporterai la poſition à trois axes fixes OA, OB, & OC, perpendiculaires entr'eux au point O, & pris à volonté : ce qui ſe fera par les trois coordonnées OX, OY, & OZ, paralleles à ces axes, & partant perpendiculaires entr'elles. Je nomme ces coordonnées : $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, dont la premiere OX eſt priſe ſur l'axe même OA, la ſeconde XY eſt parallele à l'axe OB; & la troiſième YZ à l'axe OC. Les valeurs de ces trois coordonnées détermineront donc la ſituation du point Z, & par leur variabilité elles comprendront tous les points poſſibles, qu'on ſauroit imaginer dans la maſſe fluide. Fig. 3.

XXIII. Pour les forces, qui agiſſent ſur les particules du fluide, je les regarde ſemblables à la gravité, entant qu'elles agiſſent proportionnellement aux maſſes, de ſorte que s'il y avoit en Z une maſſe dou-

ble, la force ſollicitante ſeroit auſſi double. Il y aura donc en Z une certaine force accélératrice, qui ne dépend pas de la maſſe qui s'y trouve. Si le fluide étoit aſſujetti à la ſeule quantité, cette force accélératrice ſeroit partout la même, & la direction tendroit verticalement en bas. Or, quelle que ſoit la force accélératrice qui agit au point Z, on la peut toujours décompoſer ſuivant les directions des trois axes : ſoient ces forces accélératrices en Z :

celle qui agit ſelon ZL, parallele à OA $=$ P
celle qui agit ſelon ZM, parallele à OB $=$ Q
celle qui agit ſelon Z z, parallele à OC $=$ R

où je conſidére ces quantités P, Q, R, comme des fonctions quelconques des trois variables x, y, & z, & pour leur donner des valeurs déterminées, j'exprime par l'unité la force accélératrice de la gravité, de ſorte que les lettres P, Q, R, me marquent toujours des nombres abſolus, & variables ſelon une loi quelconque.

XXIV. Pour tenir compte des maſſes, qui dépendent du volume & de la denſité conjointement, l'unité m'exprimera auſſi la denſité de la matiere homogene, par le poids de laquelle je me propoſe de repréſenter les forces. Soit donc par rapport à cette unité la denſité du fluide en Z $=$ q, qui ſera auſſi un nombre abſolu exprimé par une fonction quelconque des trois variables x, y, & z; cette quantité appartient donc aux inconnuës, que notre recherche renferme, à moins que le fluide ne ſoit pas incompreſſible, auquel cas la quantité q ſeroit conſtante, comme cela arrive dans l'eau. Or, ſi nous appliquons nos recherches à l'air, ou à quelqu'autre fluide ſuſceptible de compreſſion, nous devons regarder cette quantité q comme variable ſelon une loi quelconque, qui nous eſt encore inconnuë, & dont il faut chercher la détermination par le principe établi de l'équilibre des fluides. Or ce principe porte, que le fluide ne ſauroit être en équilibre, à moins que les forces, qui agiſſent ſur chacun de ſes élémens, ne ſe détruiſent mutuellement; ce qui eſt le principe général de tout équilibre, tant des corps ſolides que fluides.

XXV.

XXV. Connoiſſant la denſité au point Z, il ſera aiſé de déterminer la maſſe d'un élément quelconque du fluide, qui eſt placé en Z. Donnons à cet élément la figure d'un parallelepipede rectangle Z L M N *z l m n*, formé par les différentiels

$$ZL = YK = Xx = dx\,;\ ZM = Yy = dy,\ \&\ Zz = dz,$$

de nos trois variables x, y, & z, de ſorte que le volume de cet élément ſoit $= dx\,dy\,dz$. La denſité de cet élément étant $= q$, ſa maſſe ſera à la maſſe d'un égal volume de notre matiere homogene comme q à 1; elle ſera donc $= q\,dx\,dy\,dz$: & ſi la ſeule force de gravité agiſſoit ſur cet élément, ſon poids ſeroit $= q\,dx\,dy\,dz$. Mais étant ſollicité par les trois forces accélératrices P, Q, & R, il en ſera pouſſé par les forces motrices ſuivantes:

I. Suivant la direction $ZL = P\,q\,dx\,dy\,dz$
II. Suivant la direction $ZM = Q\,q\,dx\,dy\,dz$
III. Suivant la direction $Zz = R\,q\,dx\,dy\,dz$.

XXVI. Outre ces forces qui agiſſent immédiatement ſur cet élément, il eſt auſſi ſollicité par la preſſion du fluide dont il eſt environné; ce qui eſt l'article principal auquel nous nous devons attacher. Soit donc la preſſion du fluide en Z exprimée par la hauteur p, qui ſe rapporte, comme j'ai déjà remarqué à une matiere homogene grave, dont la denſité eſt ſuppoſée $= 1$. Cette hauteur p doit donc être conſidérée comme une fonction inconnue des trois variables x, y, & z, & partant ſon différentiel aura une telle forme:

$$dp = L\,dx + M\,dy + N\,dz,$$

où par la nature des différentiels réels de pluſieurs variables, les quantités L, M, & N auront un tel rapport entr'elles qu'il ſoit:

$$\left(\frac{dL}{dy}\right) = \left(\frac{dM}{dx}\right)\ ;\ \left(\frac{dL}{dz}\right) = \left(\frac{dN}{dx}\right),\ \&\ \left(\frac{dM}{dz}\right) = \left(\frac{dN}{dy}\right),$$

où il faut ſe ſouvenir, que dans une telle formule $\left(\frac{dL}{dy}\right)$ le différentiel de L doit être pris en ſuppoſant la ſeule quantité y variable, dont le différentiel ſe trouve au dénominateur.

XXVII. Donc, quelle que ſoit la preſſion ſur la face Z M z m de l'élément, la preſſion ſur la face oppoſée L N l n la ſurpaſſera par l'incrément de la hauteur $dp = L dx$, puisque ces deux faces ſont éloignées entr'elles du différentiel dx. Donc l'aire de chacune de ces faces étant $= dy dz$, l'élément du fluide ſera pouſſée ſuivant la direction L Z par la force $= L dx dy dz$. De même la preſſion ſur la face Z L z l dont l'aire $= dx dz$, eſt ſurpaſſée de la preſſion ſur la face oppoſée M N m n par l'incrément de la hauteur $dp = M dy$, qui convient au différentiel dy, d'où l'élément ſera pouſſé dans la direction M Z par la force $= M dx dy dz$. Et enfin on verra que de la même preſſion reſulte ſur l'élément une force $= N dx dy dz$ ſuivant la direction zZ. Si nous joignons ces trois forces aux trois précédentes, nous aurons toutes les forces, qui agiſſent ſur l'élément du fluide Z L M N z l m n.

XXVIII. Ces trois forces étant contraires aux forces précédentes, l'état d'équilibre exige qu'elles ſoient égales entr'elles, ce qui nous fournit ces équations :

$$P q dx dy dz = L dx dy dz \quad \text{ou} \quad L = P q$$
$$Q q dx dy dz = M dx dy dz \quad \text{ou} \quad M = Q q$$
$$R q dx dy dz = N dx dy dz \quad \text{ou} \quad N = R q$$

d'où nous tirons pour la hauteur p, qui exprime la preſſion en Z, cette équation différentielle $dp = q(P dx + Q dy + R dz)$. Cette formule devant être intégrable, il faut qu'il ſoit :

$$\left(\frac{d.Pq}{dy}\right) = \left(\frac{d.Qq}{dx}\right) \quad \left(\frac{d.Pq}{dz}\right) = \left(\frac{d.Rq}{dx}\right) ; \quad \left(\frac{d.Qq}{dz}\right) = \left(\frac{d.Rq}{dy}\right)$$

Sans

Sans ces conditions il eſt impoſſible, que la maſſe fluide puiſſe jamais être réduite en équilibre par les forces ſollicitantes P, Q, R. Si de tels cas étoient d'ailleurs poſſibles, ils ſeroient bien remarquables, puisque le fluide ne pouvant jamais atteindre à l'équilibre, devroit ſe trouver dans une agitation continuelle, & par conſéquent renfermer un véritable mouvement perpetuel.

XXIX. Mais nous n'avons pas encore tenu compte du rapport qui peut ſubſiſter entre la denſité q & l'élaſticité; qui s'exprime toujours par la hauteur de la preſſion p. Si le fluide n'eſt pas compreſſible, la quantité q ne dépendra pas de la hauteur p, elle ſera ou conſtante, ſi tout le fluide eſt homogene, ou variable, ſi le fluide eſt compoſé de particules d'une denſité différente, mais qui ne ſont ſuſceptibles d'aucune compreſſion. Dans ce cas la denſité q dépendra du lieu Z, & ſera par conſéquent une certaine fonction des trois variables x, y, z, qui montre de quelle maniere les différentes particules du fluide ſont diſpoſées entr'elles. On verra par là, ſi une telle diſpoſition, qu'on aura imaginée, puiſſe ſubſiſter avec l'état d'équilibre, ou non? Car l'équilibre ſera poſſible, ſi la formule $q(Pdx + Qdy + Rdz)$ admet l'intégration; en cas que cela n'arrive point, le fluide ſera agité, & la diſpoſition de ſes particules changée, jusqu'à ce que la fonction q obtienne une telle valeur, qui rende cette formule intégrable; ce ſera le ſeul cas, où l'équilibre puiſſe avoir lieu.

XXX. Si les parties du fluides ſont compreſſibles, l'élaſticité p dépendra de la denſité q, ou uniquement, ou encore d'une autre qualité, qui concoure à augmenter ou à diminuer l'élaſticité pour le même degré de denſité. Donc, pour donner à nos recherches la plus grande étenduë, on doit conſidérer p comme une fonction de la denſité q, & encore des quantités x, y, & z, qui déterminent le lieu du point Z, dont il eſt queſtion. La nature de cette fonction ſervira auſſi à déterminer q par une certaine fonction de la hauteur p, & des trois variables x, y, & z; laquelle étant ſubſtituée pour q dans l'équation

$$dp = q\,(Pdx + Qdy + Rdz)$$

ſera

ſera voir, ſi cette équation eſt poſſible, ou non? Dans le premier cas l'équilibre ſera poſſible, & on pourra aſſigner pour chaque endroit tant l'élaſticité que la denſité du fluide; or dans l'autre cas le fluide ſera agité, ou bien ſous la diſpoſition ſuppoſée des particules, d'où dépend en partie la nature de la fonction q, on pourra aſſurer, que l'équilibre eſt impoſſible.

XXXI. Voilà donc une ſolution complette du problème que nous nous ſommes propoſés, & qui renferme toute la Théorie de l'équilibre des fluides. On voit par là d'abord ſi l'équilibre ſera poſſible, ou non, dans l'état du fluide, qu'on aura ſuppoſé? & s'il eſt poſſible, on déterminera pour chaque point tant la preſſion ou l'élaſticité p, que la denſité du fluide, en cas qu'elle ſoit variable. Mais, pour faire l'application de la formule générale trouvée:

$$dp = q\,(\mathrm{P}dx + \mathrm{Q}dy + \mathrm{R}dz)$$

qui contient toute la ſolution, je remarque d'abord, que lorsque les forces P, Q, & R ſont réelles, ſoit qu'elles comprennent la gravité naturelle, ou des forces dirigées à des centres fixes, dont chacune ſoit proportionnelle à une fonction quelconque de la diſtance à ſon centre; dans tous ces cas je remarque, que la formule $\mathrm{P}dx + \mathrm{Q}dy + \mathrm{R}dz$, exprime un différentiel réel, qui réſulte de la différentiation d'une quantité finie, fonction des x, y, & z.

XXXII. Or, ſi l'on examine bien la formule $\mathrm{P}dx + \mathrm{Q}dy + \mathrm{R}dz$, entant qu'elle peut réſulter d'une, ou de pluſieurs forces centrales, on s'appercevra aiſément, qu'elle exprime le différentiel de ce, que j'ai nommé autrefois l'effort, ou l'efficace des forces ſollicitantes, qu'on trouve ſi l'on multiplie chaque force centrale par le différentiel de la diſtance. Il eſt bien remarquable, que cette même idée de l'effort entre ici ſi naturellement dans la détermination de l'équilibre des fluides, après que j'en ai démontré le plus heureux uſage dans tous les cas d'équilibre. C'eſt auſſi ſur cette même idée, qu'eſt fondé le grand principe de la moindre action de M. de *Maupertuis*, notre digne Préſident; principe, que

plus

plus on y fait réflexion, & plus on eſt forcé d'en reconnoître l'excellence. La ſeule envie, ou l'ignorance, eſt capable d'obſcurcir l'éclat de ce principe, qui, malgré toutes les oppoſitions, ne manquera pas d'être reconnu un jour univerſellement pour le principal fondement de toutes nos connoiſſances ſur l'équilibre & le mouvement des corps.

XXXIII. Qu'on multiplie donc chaque force accélératrice, qui agit au point Z, par l'élément de ſa direction, & l'intégrale étant l'effort de cette force, ſoit s la ſomme de tous ces efforts pour le point Z, & s ſera l'intégrale de la formule $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$. Donc, introduiſant l'effort s dans le calcul, la nature de l'équilibre ſera renfermée dans cette formule: $dp = q\,ds$, de ſorte que les trois variables x, y, & z, ſont réünies dans la ſeule s. Maintenant il eſt clair que cette équation $dp = q\,ds$ ne ſauroit être réelle, que lorsque q eſt, ou fonction de la ſeule quantité s, ou de la ſeule p, ou des deux quantités p & s enſemble; afin que l'équation ne renferme que les deux variables p & s. Dans tous les autres cas, où la denſité q ne depend point des deux ſeules quantités p & s, mais qu'il y entre encore une autre variable dans ſa détermination, l'équilibre eſt impoſſible, & les parties d'un tel fluide ſeront néceſſairement miſes en mouvement. Or les principes que nous venons d'établir ici, ne ſont pas ſuffiſans pour déterminer ce mouvement.

XXXIV. Il eſt évident que la lettre $s = f(P\,dx + Q\,dy + R\,dz)$ exprimera dans chaque cas une certaine ligne, dont la grandeur ſera déterminée par les trois variables x, y, & z; puisque P, Q, & R, ſont des nombres abſolus, & que les quantités linéaires x, y, z, avec des lignes conſtantes y obtiendront une ſeule dimenſion. Il répondra donc à chaque point Z une telle ligne s, dont la quantité ſera toujours connuë par les forces, qu'on ſuppoſe agir ſur le fluide. Donc, ſi le fluide n'eſt pas compreſſible, ou que q ne dépende point de p, l'équilibre ſera poſſible dans ces deux cas:

1°. Lorsque q eſt une quantité conſtante; c'eſt à dire, lorsque le fluide eſt homogene, ou que toutes ſes particules ont la même denſité, ſans être ſuſceptibles de compreſſion.

2°. Lorsque q eſt bien variable, mais dépendante de la ſeule quantité s: C'eſt le cas où les particules du fluide ſont hétérogenes, ou d'une denſité differente, mais tellement diſpoſées, que partout où la quantité s eſt la même, la denſité ſoit auſſi la même. Dans tous les autres cas, où les parties heterogenes ſeroient diſpoſées autrement, l'équilibre ne ſauroit jamais avoir lieu.

XXXV. Or, ſi le fluide eſt compreſſible, on a auſſi deux cas à conſidérer; l'un où l'élaſticité dépend uniquement de la denſité, comme il arrive dans l'air, lorsqu'il régne partout le même degré de chaleur. Dans ce cas la quantité q étant fonction de la ſeule p, l'équation $dp = q\,ds$ eſt toujours poſſible, ou intégrable, puisqu'elle ſe réduit à celle-cy $\frac{dp}{q} = ds$, où les deux variables ſont ſéparées; & partant auſſi l'état d'équilibre y pourra avoir lieu. Mais, ſi l'élaſticité p dépend outre cela encore d'une autre qualité du fluide, comme de la chaleur; & que celle-ci ſoit différente dans les diverſes particules, l'équilibre ne ſauroit avoir lieu, à moins que la chaleur ne depende uniquement de la quantité s: il faut donc qu'il ſe trouve le même degré de chaleur dans toutes les particules du fluide, auxquelles répond la même valeur de s. Si dans ces endroits la chaleur, ou autre qualité, qui concourt à déterminer l'élaſticité, étoit differente, l'équilibre ſeroit abſolument impoſſible.

XXXVI. Pour éclaircir mieux les conditions ſous leſquelles l'équilibre peut avoir lieu, il conviendra de diſtinguer toute la maſſe fluide par des couches, dont chacune paſſe par tous les points, où la quantité s, ou l'effort total des forces ſollicitantes, eſt la même. Il eſt évident, qu'au cas de la gravité naturelle ces couches ſeront paralleles entr'elles & horizontales: & lorsque les forces ſollicitantes ſont diri-

gées

gées vers un centre fixe, ces couches deviendront ſphériques & concentriques entr'elles autour du même centre de force : ſi les forces ſont dirigées vers pluſieurs centres, la figure des couches deviendra plus irréguliere. Or, ayant établi toutes ces couches, la formule $dp = qds$ fait voir, que l'équilibre ne ſauroit avoir lieu, à moins que dans chaque couche le fluide n'eut partout, & la même denſité, & la même chaleur : ou bien il faut que les particules de chaque couche ſoient parfaitement homogenes entr'elles. Et alors l'élaſticité p ſe trouvera auſſi la même par toute l'étenduë de chaque couche.

XXXVII. Examinons plus en détail les principaux cas, que fournit la diverſe nature des fluides, quelle que ſoit la figure des couches, laquelle dépend uniquement des forces ſollicitantes accélératrices, comme nous venons de voir. Soit donc premièrement toute la maſſe fluide homogene & non compreſſible : & la denſité q étant conſtante, notre formule $dp = qds$ aura pour intégrale $p = q(s \pm a)$, où la conſtante a doit être déterminée par quelque état donné du fluide, par lequel on ſait la preſſion dans une certaine couche : & de là on connoitra la preſſion, qui aura lieu dans toute autre couche, puisque par toute l'étenduë de chaque couche la preſſion eſt la même. Donc, s'il y a une telle couche, où la preſſion évanouït, on la pourra regarder comme la derniere, ou plus haute ſurface, à laquelle le fluide ſe trouve à niveau, & où le fluide n'a pas beſoin d'être retenu par le vaiſſeau. Quand on aura trouvé pour toute autre couche la preſſion, on en pourra déterminer les forces, qu'un corps ſolide plongé dans le fluide ſoutiendra des preſſions du fluide : & toute l'hydroſtatique vulgaire ne contient que le cas très particulier de cette formule $p = q(s \pm a)$, où la ſeule gravité agit ſur le fluide.

XXXVIII. Soit pour le ſecond cas le fluide encore incompreſſible, mais compoſé de particules d'une denſité differente ; & pour que le fluide puiſſe arriver à l'état d'équilibre, il faut que chaque couche contienne des particules de la même denſité, de ſorte que partout,

où la valeur de s eſt la même, les particules du fluide ſoient également denſes. Sans un tel arrangement on ne ſauroit jamais atteindre à l'équilibre. Or, étant parvenu à cet état, la denſité q ſera exprimée par une certaine fonction de s, & l'intégrale de notre formule $p = \int q\,ds$ montrera la preſſion du fluide à chaque couche. L'intégrale $\int q\,ds$ renferme une conſtante, qui ſe détermine par la preſſion connuë dans une couche. Ordinairement on connoit la derniere couche, ou la plus haute ſurface, où la preſſion eſt nulle, & le fluide de niveau; & alors il faut déterminer la conſtante en ſorte, que la preſſion p évanouïſſe dans cette couche. On comprend par là, que la figure du niveau ſe régle toujours ſur la figure des couches.

XXXIX. Soit en troiſième lieu le fluide élaſtique & compreſſible, mais en ſorte que l'élaſticité dépende uniquement de la denſité; la denſité q ſera donc exprimée par une certaine fonction de l'élaſticité p, & partant notre formule $dp = q\,ds$ toujours poſſible, ayant pour intégrale $\int \frac{dp}{q} = s$. On réduira cette formule à des meſures abſoluës, ſi l'on connoit l'élaſticité qui convient à une certaine denſité. De là on voit que par toute l'étenduë de chaque couche tant l'élaſticité que la denſité ſera la même; & la conſtante renfermée dans l'intégrale $\int \frac{dp}{q}$ doit être déterminée par l'élaſticité, ou denſité, qu'on ſuppoſe connuë dans une certaine couche. Si l'élaſticité p eſt proportionnelle à la denſité q, & qu'on ſache qu'à la denſité g convient l'élaſticité exprimée par la hauteur h, on aura $q = \frac{gp}{h}$, & partant $\frac{h}{g} l \frac{p}{a} = s$: ou bien $p = a e^{gs:h}$, & $q = \frac{ag}{h} e^{gs:h}$, d'où l'on tirera pour chaque couche tant la denſité q, que l'élaſticité p.

XL. Soit en quatrième lieu le fluide élaſtique, mais que l'élaſticité p dépende, outre la denſité, encore de la chaleur du fluide, qui ſoit

ſoit variable: il eſt d'abord évident, que quelle que ſoit cette dépendance, l'équilibre ne ſauroit avoir lieu, à moins que par toute l'étenduë de chaque couche la chaleur ne fut la même. Soit donc r le degré de chaleur en Z, qui ſera par conſéquent une certaine fonction de s; & que l'élaſticité p ſoit en raiſon compoſée de la denſité q, & de la chaleur r; dans ce cas on aura $p = \alpha qr$, & partant $q = \frac{p}{\alpha r}$, où il eſt aiſé de déterminer α par les meſures abſoluës. Notre équation étant donc $dp = \frac{p\,ds}{\alpha r}$, ſe changera en celle-ci $\frac{\alpha\,dp}{p} = \frac{ds}{r}$, qui, puisque r eſt fonction de s, aura pour intégrale $\alpha\, l\frac{p}{\alpha} = \int\frac{ds}{r}$, d'où l'on tire:

$$p = \alpha\, e^{\int\frac{ds}{\alpha r}}, \quad \& \quad q = \frac{\alpha}{\alpha r}\, e^{\int\frac{ds}{\alpha r}}.$$

Si l'élaſticité dependoit autrement de la denſité q, & de la chaleur r, l'évolution de la formule $dp = q\,ds$ montreroit également l'élaſticité & la denſité du fluide dans chaque couche.

XLI. Or un fluide quelconque étant en équilibre, il eſt aiſé d'aſſigner les forces, dont un corps ſolide qui y eſt plongé, ſera pouſſé, ſans qu'on ait beſoin de ſommer toutes les forces élémentaires. On n'a qu'à conſidérer, que ce corps ſoutient de la preſſion du fluide les mêmes forces, que ſoutiendroit un égal volume fluide, qui en occuperoit la place, & qui ſeroit en équilibre avec le reſte. Or les conditions requiſes pour l'équilibre nous donnent la maſſe de ce volume, d'où l'on conclura la grandeur & la direction des forces ſollicitantes qui y agiſſent, & qui le mettroient actuellement en mouvement, s'il n'étoit pas retenu par les preſſions du fluide environnant. Donc, l'effet de ces preſſions eſt égal & contraire à celui des forces ſollicitantes, d'où il s'enſuit, qu'un corps ſolide plongé dans le fluide en éprouve les mêmes

forces, mais dans un ſens contraire, qu'éprouveroit cet égal volume de fluide dont il occupe la place. On voit donc que la régle vulgaire ſur les corps plongés dans l'eau, eſt la plus générale, & s'étend tant aux fluides de toutes les eſpeces, qu'à des forces quelconques, dont ils puiſſent être ſollicités.

XLII. Voilà donc en général, comme tout ce qui regarde l'équilibre des fluides ſe déduit auſſi aiſément que naturellement de notre formule $dp = q\,ds$, qu'on aura donc droit de regarder comme l'unique fondement de toute la Théorie de l'équilibre des fluides. Mais, puisque ce que je viens d'expoſer éblouït presque par la trop grande généralité à l'égard des forces, dont je ſuppoſe le fluide ſollicité, il ſera bon de développer auſſi à cet égard quelques cas particuliers. Dans cette vuë je conſidérerai premièrement les fluides, qui ſont ſollicités par la ſeule gravité, où les forces ſollicitantes ſont partout égales & paralleles entr'elles; & c'eſt ici que j'aurai occaſion de traiter non ſeulement toute l'hydroſtatique ordinaire, mais auſſi la théorie de l'état de l'atmosphère, qu'on comprend ſous le nom d'aërometrie. Enſuite, je ſuppoſerai les forces ſollicitantes dirigées vers un centre fixe; où j'ajouterai quelques reflexions ſur la force centrifuge, qui réſulte du mouvement diurne de la terre; quoique, à cauſe de ce mouvement les fluides qui environnent la terre, ne puiſſent être proprement regardés comme étant en équilibre.

De l'équilibre des fluides dans l'hypotheſe de la gravité naturelle.

XLIII. La force accélératrice de la gravité étant poſée $= 1$, ſi nous ſuppoſons le plan A O B horizontal, & l'axe O C vertical, les forces accélératrices, qui agiſſoient ſur le point Z, deviendront $P = 0$, $Q = 0$, & $R = -1$, la droite Z Y étant dirigée en bas. Donc, puisque $ds = P\,dx + Q\,dy + R\,dz$, nous aurons $ds = -dz$, & $s = a - z$; & notre formule pour l'état d'équilibre

libre de toutes ſortes de fluides ſera $dp = q\,dz$. Enſuite, tous les points, auxquels répond la même valeur de $s = a - z$, étant diſpoſés dans le même plan horizontal, les couches, par leſquelles le fluide doit être diſtingué, ſeront horizontales. D'où l'on voit que dans tout état d'équilibre chaque couche, ou plan horizontal, doit contenir des particules fluides tant de la même denſité que de la même chaleur, ou autre qualité dont dépend l'élaſticité : & de plus, l'élaſticité ſera auſſi la même par toute l'étenduë de chaque couche.

XLIV. Si le fluide dont il s'agit n'eſt pas ſuſceptible de compreſſion, & qu'il ſoit homogene, ou de la même denſité par tout, rien n'empêche que nous ne le poſions le même que cette matiere homogene, à laquelle ſe rapporte la hauteur p, qui nous ſert de meſure de la preſſion, ou de l'élaſticité. Soit donc $q = 1$, & ayant $dp = -dz$, nous aurons $p = a - z$. Prenons donc C D pour la baſe horizontale, d'où nous meſurons en haut la hauteur C M = D N = z, de la couche M N, & la preſſion par toute cette couche ſera = $a - z$. Soit C A = D B = a, & la preſſion évanouïra par la couche A B, qui ſera donc la plus haute, ou celle qui eſt à niveau : d'où l'on voit que dans toute autre couche plus baſſe M N, la preſſion ſera exprimée par la hauteur A M. S'il y avoit du fluide au deſſus de la couche A B, la preſſion y ſeroit négative, & partant le fluide ne ſauroit demeurer continu. Ainſi l'état d'équilibre exclut entièrement l'exiſtence d'un fluide continu au deſſus de la couche, où la preſſion eſt nulle. Le cas très connu, où un tuyau recourbé comme $f\,k\,h$ demeure plein d'eau, & où il ſemble que la preſſion en h ſoit négative, ne peut avoir lieu, que lorſque la ſurface A B ſoutient la preſſion de l'atmoſphère. Or alors la preſſion en A B n'eſt nulle, comme on ſuppoſe, mais égale à la preſſion de l'atmoſphère, & la preſſion en k, qui en eſt moindre de la hauteur $g\,k$, eſt encore poſitive. Auſſi fait-on, que quand la hauteur $g\,k$ eſt plus grande que celle qui répond à la preſſion de l'atmoſphère, l'eau n'y demeure plus continuë. Fig. 4.

XLV.

XLV. Si le fluide eſt incompreſſible, mais compoſé de parties d'une denſité differente, l'équilibre ne ſauroit avoir lieu, à moins que ces diverſes parties ne ſoyent ſéparées par des plans horizontaux. Que
Fig. 5. le vaiſſeau AADD contienne donc trois fluides differens, dont le premier & plus haut occupe l'eſpace AABB, ſa denſité étant $A a = l$: le ſecond l'eſpace BBCC, ſa denſité étant $= m$, le troiſième l'eſpace CCDD, ſa denſité étant $= n$; & pourvû que les ſurfaces AA, BB, CC, qui terminent ces differens fluides, ſoient horizontales, l'équilibre aura lieu. Dans ce cas notre formule nous fait voir, que ſuppoſant la preſſion en AA nulle, la preſſion en MM ſera $= l.AB + m.BM$, & la preſſion $NN = l.AB + m.BC + n.CN$, la droite AD étant verticale. Il n'importe laquelle de ces parties ſoit la plus denſe, mais il faut remarquer, que ſi une ſupérieure BBCC étoit plus denſe que l'inférieure CCDD, auſſi-tôt que par quelque accident la ſituation horizontale de la ſurface CC ſeroit troublée, l'équilibre ſeroit détruit, & la partie plus peſante BBCC tomberoit pour occuper les couches les plus baſſes. Puiſqu'un tel accident ne ſauroit être évité, il eſt clair que des fluides différens ne ſauroient être en équilibre, à moins que les plus denſes ne ſoient les plus profonds.

XLVI. Conſidérons maintenant auſſi les conditions, ſous leſquelles l'équilibre peut ſubſiſter dans notre atmoſphère, ou l'air, qui eſt un fluide compreſſible, dont l'élaſticité dépend tant de ſa denſité, que du degré de chaleur qui y régne. Où je remarque d'abord, que l'équilibre ne ſauroit avoir lieu, à moins qu'il n'y eut le même degré de chaleur par toute l'étenduë de chaque couche horizontale de l'atmoſphère. Donc, toutes les fois qu'il y a un parfait calme dans l'air, nous pouvons ſurement conclure, qu'il ſe trouve par une étenduë aſſés conſidérable, à la même hauteur de l'atmoſphère, le même degré de chaleur, ou que chaque couche horizontale contient un air également tempéré, quoique dans des couches différentes la chaleur puiſſe varier d'une maniere quelconque. De là nous apprenons de plus, que lorſque par quelque cauſe que ce ſoit, il arrive, qu'à égales hauteurs de l'at-

l'atmoſphère la chaleur y eſt differente, l'équilibre ne ſauroit en aucune maniere avoir lieu. Dans ces cas il en naitra donc néceſſairement un vent; & il n'y a aucun doute que la diverſité de chaleur à égales hauteurs de l'atmoſphère ne ſoit une des principales cauſes des vents.

XVII. Mais, ſuppoſons que l'atmoſphère ſe trouve en équilibre, & ſoit A M E une ligne verticale, ſur laquelle nous prenons les hauteurs. A un point donné comme en A, regardons l'état de l'air comme connu: que le degré de chaleur y ſoit exprimé par l'ordonnée $AB = c$, la denſité y ſoit $= g$, & l'élaſticité exprimée par la hauteur $= h$. Puiſqu'on eſt accoutumé de meſurer l'élaſticité de l'air, ou ce qui revient au même, la preſſion de l'atmoſphère par la hauteur du barometre, l'unité nous marquera la denſité du vif argent, & g ſera une fraction, qui exprime le rapport de la denſité de l'air en A à celle du vif argent; & h ſera la hauteur même du barometre lorſqu'il eſt placé en A. Enſuite, à une hauteur quelconque $AM = z$, à laquelle répond la valeur de $s = a - z$, ſoit le degré de chaleur $= r$, la denſité de l'air $= q$, & l'élaſticité, ou la hauteur du barometre $= p$. Je regarde la chaleur r comme connuë, & exprimée par l'appliquée M N d'une courbe donnée B N F, qui eſt l'échelle des chaleurs.

XLVIII. Puiſqu'on n'a pas encore établi des meſures fixes pour la chaleur, par leſquelles on pourroit dire, qu'une chaleur eſt double d'une autre; il ſemble que l'influence même de la chaleur ſur l'élaſticité de l'air fournit le moyen le plus convenable pour régler ces meſures. Diſons donc que la chaleur devient double, lorſque l'élaſticité d'une maſſe d'air, dont la denſité eſt donnée, en devient deux fois plus grande; ou qu'en général la chaleur ſoit proportionnelle à l'élaſticité, la denſité demeurant la même. On pourroit douter, ſi la même chaleur, qui double le reſſort de l'air d'une certaine denſité, le doubleroit auſſi, ſi la denſité étoit differente; c'eſt ſur quoi la ſeule expérience nous peut éclaircir. Cependant il ſemble que nous ne nous écarterons pas ſenſiblement de la vérité, en ſuppoſant que ce rapport ait lieu dans tou-

tes les denſités differentes, ou du moins dans celles qui ſe rencontrent dans l'atmoſphère. Cela poſé, quelques expériences ſuffiront à réduire les degrés de chaleur marqués par quelque thermometre à ces meſures plus fixes; & enſuite il ſera aiſé de changer l'echelle du thermometre en ſorte, qu'elle nous donne d'abord les vrayes meſures de la chaleur, que nous venons de marquer par les lettres c & r.

XLIX. Pour la denſité nous nous tromperons encore moins, ſi nous la ſuppoſons proportionnelle à l'élaſticité, la chaleur demeurant la même. Car ce n'eſt que dans de fort grandes denſités, qu'on a remarqué que l'élaſticité croît dans une plus grande raiſon que la denſité: or un tel degré de denſité ne ſe trouve pas dans l'atmoſphère. L'élaſticité p ſera donc proportionnelle au produit de la chaleur r par la denſité q, ou bien on aura cette proportion $p : qr = h : gc$, d'où l'on tire $q = \frac{gcp}{hr}$: où il faut remarquer, que r eſt donné par une certaine fonction de la hauteur $AM = z$, qui convient à l'échelle des chaleurs BNF. De là notre équation $dp = qds$ à cauſe de $ds = -dz$, ſe changera en $dp = -\frac{gcpdz}{hr}$, dont l'intégrale eſt

$$lp = \text{Conſt.} - \frac{gc}{h} \int \frac{dz}{r}.$$

L. Suppoſons que l'intégrale $\int \frac{dz}{r}$ ſoit priſe enſorte, qu'elle évanouïſſe au point A où $z = 0$, & puisque dans cette couche il devient $r = c$, $q = g$, & $p = h$, la conſtante doit être $= lh$, & notre équation qui renferme la nature de l'équilibre de l'atmoſphère, ſera

$$l\frac{p}{h} = -\frac{gc}{h} \int \frac{dz}{r}, \quad \text{ou} \quad p = h e^{-\frac{gc}{h} \int \frac{dz}{r}}$$

prenant e pour le nombre dont le logarithme hyperbolique eſt $= 1$. Cette formule nous montre donc à chaque hauteur la preſſion de l'atmos-

moſphère, ou bien la hauteur que le barometre y marqueroit ; & de là on connoitra auſſi la denſité $q = \frac{gcp}{hr}$, qui ſe trouvera à la même hauteur, de ſorte que ces deux formules nous découvriront l'état de l'air à la hauteur $AM = z$:

$$p = he^{-\frac{gc}{h}\int\frac{dz}{r}}, \quad \& \quad q = \frac{gc}{r}e^{-\frac{gc}{h}\int\frac{dz}{r}}$$

d'où l'on voit que ni l'élaſticité, ni la denſité, ne ſauroit entièrement évanouïr à aucune hauteur.

LI. Dévelopons d'abord le cas, où la chaleur eſt la même par toute la hauteur de l'atmoſphère : Soit donc $MN = AB$ ou $r = c$, & nos formules pour la denſité & l'élaſticité de l'air en M ſeront :

$$p = he^{-\frac{gz}{h}}, \quad \& \quad q = ge^{-\frac{gz}{h}}$$

ou bien par des ſeries :

$$p = h\left(1 - \frac{gz}{h} + \frac{g^2z^2}{2h^2} - \frac{g^3z^3}{6h^3} + \frac{g^4z^4}{24h^4} - \&c.\right)$$

$$q = g\left(1 - \frac{gz}{h} + \frac{g^2z^2}{2h^2} - \frac{g^3z^3}{6h^3} + \frac{g^4z^4}{24h^4} - \&c.\right)$$

d'où l'on connoitra à chaque hauteur donnée $AM = z$, l'état de l'air, ſachant celui en A. Puiſque l'unité marque la denſité du mercure, ſi le point A eſt pris à la ſurface de la terre, on ſait par les expériences que la valeur de g, ſera une fraction entre $\frac{1}{10000}$ & $\frac{1}{12000}$ environ, & h ; à peu près de $2\frac{3}{5}$ pieds de Rhin. Donc, prenant $g = \frac{1}{11000}$,

& exprimant la hauteur $AM = z$ en pieds de Rhin, à cauſe de $\frac{g}{h} = \frac{1}{25000}$ à peu près, nous aurons :

$$p = h\left(1 - \frac{z}{25000} + \frac{zz}{1250000000} - \&c.\right)$$

A la hauteur donc AM de 1000 pieds, on aura $p = 0{,}96079h = \frac{24}{25}h$.

LII. On peut auſſi déterminer la hauteur z, à laquelle le barometre ſera diminué d'une partie donnée de toute ſa hauteur h. Soit la hauteur du barometre en $M = \left(1 - \frac{n}{1000}\right)h$, & poſant $p = \left(1 - \frac{n}{1000}\right)h$, nous aurons $l\left(1 - \frac{n}{1000}\right) = -\frac{gz}{h}$, ou bien :

$$z = \frac{h}{g}\left(\frac{n}{1000} + \frac{nn}{2000000} + \frac{n^3}{3000000000} + \&c.\right)$$

La ſomme de cette ſerie ſe peut exprimer à très peu près de cette maniere :

$z = \frac{2nh}{g(2000-n)}$, ou plus exactement $z = \frac{nh\ (6000-n)}{1000g(6000-4n)}$

Si l'on veut ſavoir la hauteur, à laquelle le barometre baiſſe de n lignes, ou parties cent quarante quatrièmes du pied de Londres, prenant $g = \frac{1}{11000}$, & la hauteur h de $2\frac{1}{2}$ pieds de Londres, on aura en même meſure la hauteur, où cela arrive, $AM = z = \frac{76n(2160-n)}{2160-4n}$

LIII. Mais on ſait par l'expérience que, plus on monte dans l'atmoſphère, & plus le degré de chaleur y diminuë. La courbe B N F approchera donc de plus en plus de la verticale A M E ; & partant la quantité r ſera telle fonction de z, que lorsque $z = 0$; il devi-

devienne $r = c$, & ſi $z = \omega$, on ait $r = 0$. On pourra donc prendre pour r une telle expreſſion :

$$r = \frac{c}{1 + \frac{\alpha z}{h} + \frac{\beta z z}{hh} + \frac{\gamma z^3}{h^3}}$$

où les coëfficiens α, β, γ, &c. doivent être déterminés par quelques obſervations ſur la chaleur de l'atmoſphère à quelques hauteurs différentes. De là nous aurons :

$$\frac{c\,dz}{r} = dz\left(1 + \frac{\alpha z}{h} + \frac{\beta z^2}{h^2} + \frac{\gamma z^3}{h^3} + \&c.\right), \text{ \& partant}$$

$$c\int\frac{dz}{r} = z + \frac{\alpha z^2}{2h} + \frac{\beta z^3}{3h^2} + \frac{\gamma z^4}{4h^3} + \&c. \quad \text{d'où nous tirons :}$$

$$l\frac{p}{h} = -g\left(\frac{z}{h} + \frac{\alpha z^2}{2h^2} + \frac{\beta z^3}{3h^3} + \frac{\gamma z^4}{4h^4} + \&c.\right)$$

$$\& \quad q = \frac{gp}{h}\left(1 + \frac{\alpha z}{h} + \frac{\beta z^2}{h^2} + \frac{\gamma z^3}{h^3} + \&c.\right).$$

LVI. De ces formules on connoitra pour chaque hauteur $AM = z$, tant la hauteur du barometre p, que la denſité de l'air q. On poſera pour cet effet :

$$g\left(\frac{z}{h} + \frac{\alpha z^2}{2h^2} + \frac{\beta z^3}{3h^3} + \frac{\gamma z^4}{4h^4} + \&c.\right) = u, \quad \text{\& on aura :}$$

$$p = h\,e^{-u} = h\left(1 - u + \frac{1}{2}u^2 - \frac{1}{6}u^3 + \frac{1}{24}u^4 - \&c.\right)$$

ou bien par des approximations :

$$p = \frac{2-u}{2+u}h, \quad \text{ou} \quad p = \frac{12 - 6u + uu}{12 + 6u + uu}h.$$

Or, ſi l'on peut ſavoïr à quelle hauteur z, le barometre deſcendra de ſa partie $\frac{1}{\nu}h$; poſant $p = \left(1 - \frac{1}{\nu}\right)h$, on aura :

$$\frac{1}{\nu} + \frac{1}{2\nu^2} + \frac{1}{3\nu^3} + \frac{1}{4\nu^4} + \text{&c.} = u = \frac{6\nu - 1}{\nu(6\nu - 4)}, \text{ à peu près,}$$

& puiſque les coëfficiens α, β, γ, &c. iront fort en diminuant, & qu'ils ſeront très petits d'eux mêmes, ayant trouvé la valeur de u, on obtiendra fort à peu près :

$$z = h\left(\frac{u}{g} - \frac{\alpha u^2}{2gg} + \frac{(3\alpha\alpha - 2\beta)u^3}{6g^3} - \frac{(15\alpha^3 - 20\alpha\beta + 6\gamma)u^4}{24g^4} + \text{&c.}\right)$$

ou $$z = \frac{6\alpha g + (3\alpha\alpha - 4\beta)u}{6\alpha g + (6\alpha\alpha - 4\beta)u} \cdot \frac{hu}{g}.$$

LV. De là nous voyons, qu'à cauſe de la diminution de la chaleur, le barometre en l'élevant baiſſe plutôt d'une quantité donnée, que ſi la chaleur étoit partout la même. Or, ſi on ſavoit exactement en A, le rapport de la denſité de l'air à celle du mercure, ou la fraction g, & la hauteur du barometre h, on trouveroit par le calcul précédent la hauteur, où le barometre devroit baiſſer d'une ligne, ſi la chaleur étoit partout la même. Car, prenant $\frac{1}{\nu}h = 1$ ligne, & poſant $u = \frac{1}{\nu} + \frac{1}{2\nu^2} + \frac{1}{3\nu^3} + \text{&c.}$ cette hauteur ſeroit $= \frac{hu}{g}$. Qu'on compare enſuite cette hauteur, qu'on trouve par l'expérience, qui ſoit moindre & $= \frac{hu}{g} - w$, & ayant à peu près $\frac{hu}{g} - w = h\left(\frac{u}{g} - \frac{\alpha uu}{2gg}\right)$, on en tirera $w = \frac{\alpha huu}{2gg}$, ou $\alpha = \frac{2ggw}{huu}$, d'où l'on connoitra aſſés exactement le premier coëffi-

cient

cient α de la formule, qui contient la diminution de la chaleur $\frac{c}{\gamma} = 1 + \frac{\alpha z}{h} + \frac{\beta z z}{hh} + \frac{\gamma z^3}{h^3} +$ &c. puisqu'on peut regarder les autres termes, comme incomparablement plus petits.

LVI. Voilà donc une methode pour connoitre par les expériences la diminution de la chaleur dans l'atmosphère. Pour en donner un exemple, supposons que la hauteur du barometre en bas en A, ait été observée de 30 pouces du pieds de Londres, ou $h = 2\frac{1}{2}$ pieds de Londres; & que la densité γ soit à celle du mercure comme 1 à 10000, de sorte que $g = \frac{1}{10000}$. Maintenant une ligne étant $\frac{1}{360} h$, nous aurons $\gamma = 360$, & $\alpha = \frac{1}{358}$, & si la chaleur étoit par tout la même, le barometre baisseroit d'une ligne à la hauteur de $69\frac{5}{8}$ pieds. Or, supposons que cet abaissement arrive déjà à la hauteur de 63 pieds; & nous aurons $w = 6\frac{5}{8}$ pieds, & de là nous tirerons $\alpha = \frac{7}{1000}$. Donc négligeant les autres termes, nous aurons pour la chaleur à chaque hauteur z cette équation : $r = \frac{c}{1 + \frac{7z}{1000h}}$, ou $r = \frac{c}{1 + \frac{z}{357}}$: d'où il s'ensuivroit qu'à la hauteur de 357 pieds la chaleur seroit reduite à la moitié. Si la différence w avoit été plus petite, la valeur de α auroit aussi été trouvée moindre dans la même raison.

LVII. Si nous négligeons les termes affectés par β, γ, δ, &c. & que nous supposions donnée la hauteur, où la chaleur est reduite à la moitié nous en pourrons assigner le degré de chaleur à toute autre hauteur, & delà l'élasticité de l'air avec sa densité. Soit cette hauteur $= mh$, & puisque $r = \frac{c}{1 + \frac{\alpha z}{h}}$, nous aurons $\alpha = \frac{1}{m}$, & partant

tant $r = \frac{c}{1+\frac{z}{mh}}$: d'où l'on connoitra à toute autre hauteur z, le rapport de la chaleur à celle qui ſe trouve en A. Enſuite, poſant $g\left(\frac{z}{h}+\frac{zz}{2mhh}\right) = u$, ou $u = \frac{gz}{h}\left(1+\frac{z}{2mh}\right)$, la hauteur du barometre en M ſera $p = \frac{12-6u+uu}{12+6u+uu}h$, à très peu près ; & la denſité $q = \frac{12-6u+uu}{12+6u+uu}g\left(1+\frac{z}{mh}\right)$. Soit la hauteur AM $= z = nh$, & on aura à cauſe de $u = ng\left(1+\frac{n}{2m}\right)$, pour cette hauteur $r = \frac{mc}{m+n}$; $p = \frac{12-6ng\left(1+\frac{n}{2m}\right)+nngg\left(1+\frac{n}{2m}\right)^2}{12+6ng\left(1+\frac{n}{2m}\right)+nngg\left(1+\frac{n}{2m}\right)^2}h$, & de là $q = \frac{gp}{h}\left(1+\frac{n}{m}\right)$.

LVIII. Or, ſi l'on veut ſavoir à quelle hauteur AM $= z$, l'abaiſſement du mercure dans le barometre ſera $= \frac{1}{v}h$, ou bien $p = \left(1-\frac{1}{v}\right)$, on cherchera d'abord comme auparavant le nombre u, de ſorte que $u = \frac{1}{v}+\frac{1}{2v^2}+\frac{1}{3v^3}+\frac{1}{4v^4}+$ &c. ou à peu près $u = \frac{6v-1}{v(6v-4)}$, & puiſque $\alpha = \frac{1}{m}$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$, &c.

on

on trouvera la hauteur

$$AM = h\left(\frac{u}{g} - \frac{uu}{2mgg} + \frac{u^3}{2mmg^3} - \frac{5u^4}{8m^3g^4} + \&c.\right)$$

ou fort à peu près $AM = \frac{2mg+u}{mg+u}\cdot\frac{hu}{2g}$: & la denſité y ſera

$$q = \left(1 - \frac{1}{v}\right)\left(\frac{2mg+u}{mg+u}\cdot\frac{u}{2m}\right), \text{ \& la chaleur}$$

$$r = \frac{c}{1+\frac{2mg+u}{mg+u}\cdot\frac{u}{2mg}}, \text{ ou bien après avoir trouvé } AM = z,$$

on aura $q = g\left(1 - \frac{1}{v}\right)\left(1 + \frac{z}{mh}\right)$, & $r = \frac{c}{1+\frac{z}{mh}}$.

Donc, en remettant pour u ſa valeur $\frac{6v-1}{v(6v-4)}$, nous aurons :

$$AM = h\left(\frac{1}{vg} + \frac{1}{v^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{1}{v^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right)\&c.\right)$$

& la profondeur, où le barometre hauſſe de la quantité $\frac{1}{v}h$, ſera

$$h\left(\frac{1}{vg} - \frac{1}{v^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{1}{v^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) - \&c.\right)$$

LIX. On trouve quantité d'expériences, qu'on a faites ſur la hauteur du barometre, tant en montant qu'en deſcendant dans l'atmoſphère, d'où l'on a taché de déterminer les hauteurs ou profondeurs, où le barometre hauſſe ou baiſſe de parties égales. Soit A le point fixe, d'où l'on compte ces hauteurs & profondeurs, que la hauteur du barometre y ſoit $= h$, la denſité de l'air $= g$, celle du mercure étant $= 1$, & qu'à une hauteur au deſſus $AE = mh$, la chaleur ſoit ré- Fig. 7.

duite à la moitié. Soient enſuite 1. 2. 3. &c. en montant, & I. II. III. &c. en deſcendant les lieux, où le changement du barometre vaille $\frac{1}{\nu}h$, de ſorte que la hauteur du barometre ſoit

en 1 $= \left(1 - \frac{1}{\nu}\right)h$; en 2 $= \left(1 - \frac{2}{\nu}\right)h$; en 3 $= \left(1 - \frac{3}{\nu}\right)h$

en I $= \left(1 + \frac{1}{\nu}\right)h$; en II $= \left(1 + \frac{2}{\nu}\right)h$; en III $= \left(1 + \frac{3}{\nu}\right)h$.

Cela poſé, voyons quel ordre doit régner dans les intervalles A,1; 1,2; 2,3; en montant, & A,I; I,II; II,III; en deſcendant.

LX. Or la formule trouvée nous fournira les valeurs ſuivantes de ces intervalles, en montant :

$$A,1 = h\left(\frac{1}{\nu g} + \frac{1}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{1}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) + \&c.\right)$$

$$1,2 = h\left(\frac{1}{\nu g} + \frac{3}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{7}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) + \&c.\right)$$

$$2,3 = h\left(\frac{1}{\nu g} + \frac{5}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{19}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) + \&c.\right)$$

& en deſcendant :

$$A,I = h\left(\frac{1}{\nu g} - \frac{1}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{1}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) - \&c.\right)$$

$$I,II = h\left(\frac{1}{\nu g} - \frac{3}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{7}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) - \&c.\right)$$

$$II,III = h\left(\frac{1}{\nu g} - \frac{5}{\nu^2}\left(\frac{1}{2g} - \frac{1}{2mg^2}\right) + \frac{19}{\nu^3}\left(\frac{1}{3g} - \frac{1}{2mg^2} + \frac{1}{2m^2g^3}\right) - \&c.\right)$$

D'où

D'où l'on tire en prenant les différences :

$$2,3-1,2=h\left(\frac{2}{v^2}\left(\frac{1}{2g}-\frac{1}{2mg^2}\right)+\frac{12}{v^3}\left(\frac{1}{3g}-\frac{1}{2mg^2}+\frac{1}{2m^2g^3}\right)+\&c.\right)$$

$$1,2-A,1=h\left(\frac{2}{v^2}\left(\frac{1}{2g}-\frac{1}{2mg^2}\right)+\frac{6}{v^3}\left(\frac{1}{3g}-\frac{1}{2mg^2}+\frac{1}{2m^2g^3}\right)+\&c\right)$$

$$A,1-A,I=h\left(\frac{2}{v^2}\left(\frac{1}{2g}-\frac{1}{2mg^2}\right)+o\right)$$

$$A,I-I,II=h\left(\frac{2}{v^2}\left(\frac{1}{2g}-\frac{1}{2mg^2}\right)-\frac{6}{v^3}\left(\frac{1}{3g}-\frac{1}{2mg^2}+\frac{1}{2m^2g^3}\right)+\&c.\right)$$

$$I,II-II,III=h\left(\frac{2}{v^2}\left(\frac{1}{2g}-\frac{1}{2mg^2}\right)-\frac{12}{v^3}\left(\frac{1}{3g}-\frac{2}{2mg^2}+\frac{1}{2m^2g^3}\right)+\&c.\right)$$

LXI. Si la chaleur étoit la même par toute la hauteur de l'atmosphère, ou qu'il fut $m=\infty$, ces intervalles iroient en croissant assés regulièrement en montant ; car on auroit

	différences
$III,II=h\left(\frac{1}{vg}-\frac{5}{2v^2g}+\frac{19}{3v^3g}\right)$	$\ldots h\left(\frac{1}{v^2g}-\frac{4}{v^3g}\right)$
$II,I=h\left(\frac{1}{vg}-\frac{3}{2v^2g}+\frac{7}{3v^3g}\right)$	$\ldots h\left(\frac{1}{v^2g}-\frac{2}{v^3g}\right)$
$I,A=h\left(\frac{1}{vg}-\frac{1}{2v^2g}+\frac{1}{3v^3g}\right)$	$\ldots h\left(\frac{1}{v^2g}-o\right)$
$A,1=h\left(\frac{1}{vg}+\frac{1}{2v^2g}+\frac{1}{3v^3g}\right)$	$\ldots h\left(\frac{1}{v^2g}+\frac{2}{v^3g}\right)$
$1,2=h\left(\frac{1}{vg}+\frac{3}{2v^2g}+\frac{7}{3v^3g}\right)$	$\ldots h\left(\frac{1}{v^2g}+\frac{4}{v^3g}\right)$
$2,3=h\left(\frac{1}{vg}+\frac{5}{2v^2g}+\frac{19}{3v^3g}\right)$	

Cepen-

Cependant il ſemble qu'il pourroit arriver, que l'intervalle II, III, devint plus grand que I, II, lorsque $1 < \frac{4}{\nu}$, ou $\nu < 4$, ou $\frac{1}{\nu} > \frac{1}{4}$, mais il faut remarquer que dans ces cas, où le changement $\frac{1}{\nu} h$ ſeroit ſi conſidérable, notre formule approchée ne ſauroit plus avoir lieu; car il la faudroit alors continuer à pluſieurs termes, par lequel l'accroiſſement de ces intervalles ſeroit rétabli.

LXII. Mais il n'en eſt pas de même, quand la chaleur diminuë dans l'atmoſphère en montant; cet accroiſſement pourra bien alors devenir aſſés irregulier, & même négatif en quelques endroits, quoique la fraction $\frac{1}{\nu}$ fut très petite. Pour mieux éclaircir cet effet de la chaleur variable, poſons d'abord $m = \frac{1}{g}$, ou $m = 10000$ à peu près, de ſorte qu'à la hauteur de $10000 h$ la chaleur ſoit réduite à la moitié. Ayant donc $mg = 1$, nos intervalles ſeront :

$$\text{III, II} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{19}{3\nu^3}\right)$$
$$\text{II, I} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{7}{3\nu^3}\right)$$
$$\text{I, A} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{1}{3\nu^3}\right)$$
$$\text{A, 1} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{1}{3\nu^3}\right)$$
$$\text{1, 2} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{7}{3\nu^3}\right)$$
$$\text{2, 3} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{19}{3\nu^3}\right)$$

dans ce cas donc tant en montant au deſſus du point A, qu'en deſcendant au deſſous, ces intervalles iroient en croiſſant. Or ces formules ne ſauroient plus avoir lieu, lorſqu'on monte trop haut, ou qu'on deſcende trop bas : car alors il faudra recourir à nos premières formules ſans ſe ſervir de ces approximations.

LXIII.

LXIII. Posons donc pour ce cas $m = \frac{1}{g}$, & partant $\alpha = g$, la hauteur du barometre à un endroit quelconque $= \left(1 - \frac{\mu}{\nu}\right)h$, & à un de nos intervalles au dessus $= \left(1 - \frac{\mu-1}{\nu}\right)h$. Nous aurons donc pour l'élevation du premier endroit cette équation :

$$l\left(1 - \frac{\mu}{\nu}\right) = -\frac{gz}{h} - \frac{ggzz}{2hh}, \qquad \text{\& partant}$$

$$z = \frac{h}{g}\left(V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\mu-\nu}\right) - 1\right)$$

& l'élevation du second, qui soit $= z'$ sera

$$z' = \frac{h}{g}\left(V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\mu-\nu-1}\right) - 1\right)$$

Donc cet intervalle, par lequel la hauteur du barometre change de $\left(1 - \frac{\mu}{\nu}\right)h$ à $\left(1 - \frac{\mu-1}{\nu}\right)h$, sera

$$\frac{h}{g}\left(V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\nu-\mu-1}\right) - V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\nu-\mu}\right)\right)$$

Et prenant μ négatif nous aurons pour un tel intervalle quelconque au dessous de A

$$\frac{h}{g}\left(V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\nu+\mu-1}\right) - V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\mu+\nu}\right)\right)$$

ou fort à peu près $= \dfrac{h}{g(\nu+\mu)V\left(1 + 2l\frac{\nu}{\nu+\mu}\right)}$

LXIV. Dans cette hypothese il eſt évident, qu'à quelque profondeur qu'on deſcende, le barometre ne ſauroit monter au delà d'une certaine hauteur, il ne ſauroit même jamais atteindre la hauteur $= 2h$; car poſant $p = 2h$, on a pour la profondeur z, où cela doit arriver, cette équation $l2 = \frac{gz}{h} - \frac{ggzz}{2hh}$, dont les racines $z = \frac{h}{g}\left[V(1 - 2l2) + 1\right]$ ſont imaginaires. La plus grande hauteur, à laquelle le barometre puiſſe monter, ſera donc lorsque $2l\frac{\nu+\mu}{\nu} = 1$, ou bien $\mu = \nu(Ve - 1)$: donc cette plus grande hauteur du barometre ſera $= hVe = 1{,}6487h$, à laquelle il arrivera à la profondeur $z = \frac{h}{g}$; & à des profondeurs plus grandes, la hauteur du barometre redeviendra plus petite : ce qui eſt ſans doute un grand paradoxe. Mais il n'en faut pas être ſurpris, puisque l'hypotheſe $r = \frac{c}{1 - \frac{z}{mh}}$ renferme déjà cette grande abſurdité, qu'à la profondeur $z = mh$, la chaleur eſt ſuppoſée infinie : d'où l'on voit que notre hypotheſe, quelque bonne qu'elle ſoit pour la montée, ne ſauroit être appliquée à des trop grandes profondeurs.

LXV. Conſidérons auſſi le cas où $mg = 2$, ou environ $m = 20000$, deſorte qu'à la hauteur $= 20000h$ la chaleur ſoit réduite à la moitié : & nos intervalles ſeront :

III,

		Differences
III,II $= \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} - \frac{5}{4v^2} + \frac{95}{24v^3}\right)$		
		$\cdot\cdot \frac{h}{g}\left(\frac{1}{2v^2} - \frac{5}{2v^3}\right)$
II, I $= \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} - \frac{3}{4v^2} + \frac{35}{24v^3}\right)$		
		$\cdot\cdot \frac{h}{g}\left(\frac{1}{2v^2} - \frac{5}{4v^3}\right)$
I, A $= \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} - \frac{1}{4v^2} + \frac{5}{24v^3}\right)$		
		$\cdot\cdot \frac{h}{g}\left(\frac{}{2v^2} + 0\right)$
A, 1 $= \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} + \frac{1}{4v^2} + \frac{5}{24v^3}\right)$		
		$\cdot\cdot \frac{h}{g}\left(\frac{1}{2v^2} + \frac{5}{4v^3}\right)$
1, 2 $= \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} + \frac{3}{4v^2} + \frac{35}{24v^3}\right)$		
		$\cdot\cdot \frac{h}{g}\left(\frac{1}{2v^2} + \frac{5}{2v^3}\right)$
2, 3 $= \frac{h}{g}\left(\frac{1}{v} + \frac{5}{4v^2} + \frac{95}{24v^3}\right)$		

d'où l'on voit que ces intervalles décroitront moins, plus on defcend au deſſous de A, & qu'ils ceſſeront enfin entierement de diminuer, après quoi ils iront même en augmentant, comme dans le cas précédent $mg = 1$.

LXVI. Mais ſi $mg < 1$. l'ordre de ces intervalles deviendra plus irrégulier. Poſons pour le faire voir $mg = \frac{1}{2}$, ou la hauteur, à laquelle la chaleur eſt réduite à la moitié, $= 5000h$ à peu près; & nos intervalles ſeront :

III,

$$\text{III,II} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{5}{2\nu^2} + \frac{76}{3\nu^3}\right)$$

$$\text{II, I} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{3}{2\nu^2} + \frac{28}{3\nu^3}\right)$$

$$\text{I, A} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} + \frac{1}{2\nu^2} + \frac{4}{3\nu^3}\right)$$

$$\text{A, 1} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{2\nu^2} + \frac{4}{3\nu^3}\right)$$

$$\text{1, 2} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} - \frac{3}{2\nu^2} + \frac{28}{3\nu^3}\right)$$

$$\text{2, 3} = \frac{h}{g}\left(\frac{1}{\nu} - \frac{5}{2\nu^2} + \frac{76}{3\nu^3}\right)$$

d'où l'on voit que les intervalles au deſſous de A vont en croiſſant & que ceux au deſſus de A en diminuant, mais que cette diminution devient de plus en plus petite, jusqu'à ce qu'elle évanouïſſe entièrement, après quoi ils redéviendront plus grands.

LXVII. On ne doit donc pas être ſurpris ſi en montant on trouve plus petits les intervalles, par lesquels le barometre deſcend d'une quantité donnée; & qu'en deſcendant on les trouve plus grands. Et puisque la chaleur, tant en montant dans l'atmosphere qu'en deſcendant dans les entrailles de la terre, peut ſuivre une loi fort irréguliere, qui s'ecarte beaucoup de notre formule, on ne ſera plus frappé ſi l'on y découvre encore une plus grande irrégularité dans les intervalles en queſtion. De plus, cette irrégularité doit devenir encore plus grande, lorsque l'air n'eſt pas en équilibre, comme j'ai ſuppoſé jusqu'ici. On rencontre ſurtout dans les mines un vent presque continuel, d'où la grandeur des intervalles doit être fort altérée; & on ſait par les principes du mouvement des fluides, que les autres circonſtances demeurant les mêmes, le mouvement doit diminuer la preſſion, & partant la hauteur du barometre.

LXVIII. Ayant remarqué, que l'atmosphère ne ſauroit être en équilibre, à moins qu'à hauteurs égales le degré de chaleur ne ſoit partout le même, on comprend bien qu'il doit naitre un vent toutes les fois,

fois, qu'à égales hauteurs la chaleur eſt différente. La raiſon en eſt, que les preſſions ſur chaque particule de l'air ne peuvent plus être balancées par ſon poids. Or, ſi nous ſuppoſons la preſſion verticale en équilibre avec la gravité de chaque particule, les preſſions horizontales ne peuvent pas évanouir, & partant l'air ſera pouſſé horizontalement. Si nous conſultons les formules données ci-deſſus pour les trois preſſions, nous appercevrons bientôt, que l'air doit être pouſſé du côté, où eſt la plus grande chaleur, de ſorte qu'il doit y avoir toujours un vent des endroits, où il fait plus chaud, vers ceux où il fait plus froid à la même hauteur. Cet effet doit toujours avoir lieu dans la ſuppoſition, que les preſſions verticales ſoient en équilibre avec la gravité.

De l'Equilibre des fluides dans l'hypotheſe de la Gravité dirigée vers un ou pluſieurs centres.

LXIX. Lorsque les forces ſollicitantes ſont dirigées vers un centre fixe, & qu'elles ſont proportionnelles à une fonction quelconque de la diſtance, de ſorte qu'à égales diſtances elles ſoient auſſi égales; il eſt évident, que les couches ſeront ſphériques, & concentriques autour du centre de forces, & que dans l'état d'équilibre tant la preſſion que la denſité doit être la même par toute l'étenduë de chaque couche. Et ſi le fluide eſt compreſſible, & que la chaleur influë ſur ſon élaſticité, l'équilibre ne ſauroit ſubſiſter, à moins que la chaleur ne fut la même par chaque couche. Quand cette condition n'a pas lieu, on peut conclure comme auparavant, que le fluide ſera porté des endroits plus chauds aux plus froids; mais je me borne ici uniquement à la conſidération de l'équilibre.

LXX. Soit C le centre des forces, & à la diſtance $CP = z$, ſoit la force accélératrice $= Z$ fonction quelconque de z; comme cette force tend à diminuer la diſtance z, nous aurons pour nos formules $ds = -Zdz$, & poſant la denſité en $P = q$, & la preſſion exprimée par la hauteur $= p$, l'équilibre ſera renfermé dans cette

équation $dp = -qZdz$. Ce que je viens de développer sur les fluides compreſſibles dans l'hypotheſe de la gravité naturelle, s'appliquera aiſément à l'hypotheſe préſente; & il ſeroit ſuperflu, ſi je voulois traiter de nouveau de cette eſpece de fluides. Soit donc le fluide incompreſſible, & ſa denſité partout la même $= g$, & notre formule donnera : $p = C - g\int Zdz$. Suppoſons qu'à la couche A, dont le demi-diametre $CA = a$, la preſſion ſoit $= o$, & prenant la conſtante C en ſorte que p évanouïſſe, ſi $z = a$, la formule trouvée montrera à chaque diſtance $CP = z$ du centre la preſſion ; la plus haute ſurface, où le fluide eſt de niveau, ſera donc ſphérique, dont le rayon $CA = a$.

LXXI. Si la force centrale eſt proportionnelle à la diſtance, & que la force accélératrice en A ſoit $= n$, on aura $Z = \frac{nz}{a}$, & partant

$$p = C - \frac{ngzz}{2a} = \tfrac{1}{2}nga - \frac{ngzz}{2a} = \frac{nga}{2}\left(1 - \frac{zz}{aa}\right).$$

Donc la preſſion au centre même C ſera $= \frac{1}{2}nga$; ce qui ſeroit presque le cas, ſi toute la terre étoit formée d'eau, & qu'il n'y eut point de mouvement de rotation.

Si l'on veut ſuppoſer la force centrale réciproquement proportionnelle au quarré de la diſtance, on aura $Z = \frac{naa}{zz}$, prenant le nombre n pour marquer la force accélératrice en A, & on aura la preſſion en P :

$$p = C + \frac{ngaa}{z} = \frac{ngaa}{z} - nga = nga\left(\frac{a}{z} - 1\right)$$

d'où la preſſion au centre C deviendroit infinie.

Fig. 9. LXXII. Si les particules du fluide ſont attirées non ſeulement vers le centre fixe C par la force accélératrice Z, fonction quelconque de la diſtance $CM = z$, mais qu'elles ſoient outre cela repouſſées d'une

d'une ligne fixe ACB, qui paſſe par le centre C, par des forces proportionnelles aux diſtances depuis cet axe, de ſorte qu'à la diſtance $= b$ cette force ſoit $= m$; au point M il y aura deux forces accélératrices, l'une ſelon MC, qui eſt $= Z$, & l'autre ſelon $PM = y$, qui eſt $= \frac{my}{b}$, ayant tiré de M la perpendiculaire MP à l'axe ACB.

Cela poſé, l'effort au point M ſera : $s = -\int Z dz + \frac{myy}{2b}$, & partant $ds = -Z dz + \frac{my dy}{b}$. Donc, ſi la denſité en M eſt $= q$, & la preſſion exprimée par la hauteur $= p$, nous aurons cette équation $dp = -qZ dz + \frac{mqy dy}{b}$

& les couches doivent être priſes en ſorte, que pour chacune la quantité $-\int Z dz + \frac{myy}{2b}$ ſoit une quantité conſtante; chaque couche ſera donc une ſurface engendrée par la révolution d'une certaine courbe T V M autour de l'axe AB.

LXXIII. Il faut donc diſtinguer tout le fluide par de telles couches, & pour trouver la figure de chacune, on n'a qu'à chercher les courbes TMV, par la révolution desquelles autour de l'axe AB ces couches naiſſent. Or pour chacune de ces courbes, en poſant $CM = z$, & $PM = y$, on a cette équation $-\int Z dz + \frac{myy}{2b} = \text{Conſt.}$ Et comme toutes ces figures ne différent entr'elles que de la valeur de la conſtante C, leur nature ſera exprimée par la même équation différentielle $-Z dz + \frac{my dy}{b} = 0$. Ayant trouvé ces couches, il faut que tant la denſité que l'élaſticité ſoit la même par toute l'étendue de chaque couche; & ſi le fluide eſt compreſſible, & que la chaleur influë ſur ſon élaſticité, il faut auſſi que la même chaleur régne par

l'étenduë de chaque couche: ſans cette derniere condition, l'équilibre ne ſeroit pas même poſſible.

LXXIV. Or, ſuppoſons le fluide incompreſſible, & que ſa denſité ſoit par tout la même $q = g$, & la preſſion en M ſera exprimée par la hauteur $p = C - g\int Z\,dz + \frac{mgyy}{2b}$.

Donc, ſi ADB repréſente la couche la plus haute, où le fluide eſt cenſé être de niveau, il faut C déterminer en ſorte, que ſi l'on rapporte z & y à cette couche, la valeur de p évanouiſſe. Donc, ſi l'équation pour la derniere couche eſt:

$$-\int Z\,dz + \frac{myy}{2b} = A$$

la preſſion à toute autre couche ſera:

$$p = -Ag - g\int Z\,dz + \frac{mgyy}{2b}.$$

D'où l'on voit que par toute l'étenduë de chaque couche la preſſion eſt la même: & ſi nous conſidérons la couche, dont la nature eſt exprimée par cette équation: $-\int Z\,dz + \frac{myy}{2b} = L$,

la preſſion dans cette couche ſera partout $p = (L - A)g$.

LXXV. Soit la force centrale proportionnelle aux diſtances, ou $Z = \frac{nz}{b}$, de ſorte que $\int Z\,dz = \frac{nzz}{2b}$. On aura donc pour chaque couche cette équation $\frac{myy - nzz}{2b} = \text{Conſt.}$ qui eſt ou pour une ellipſe, lorsque $m < n$, ou pour une hyperbole lorsque $m > n$, ou pour deux lignes droites paralleles & perpendiculaires à l'axe AB, lorsque $m = n$. Or en général la preſſion à un point quelconque M ſera $p = g\left(\frac{myy + nzz}{2b} - A\right)$: ou bien,

ſi nous

ſi nous poſons l'abſciſſe $CP = x$, à cauſe de $zz = xx + yy$, nous aurons cette équation pour la preſſion :

$$p = g\left(\frac{(m-n)yy - nxx}{2b} - A\right)$$

où il faut remarquer, que là où cette formule eſt négative, le fluide ne ſauroit exiſter : il n'occupera que les endroits, où la valeur de cette formule eſt poſitive, & ſera terminé là où elle évanouït, de ſorte que pour la derniere ſurface du niveau, on aura cette équation :

$$(m-n)yy - nxx - 2Ab = 0.$$

LXXVI. Commençons par conſidérer le cas, où $m = n$, & il n'y aura point d'équilibre, à moins que A ne ſoit une quantité négative: ſoit donc $A = -\frac{naa}{2b}$, pour avoir

$$p = \frac{ng}{2b}(aa - xx).$$

Dans ce cas donc, le volume du fluide réſultera par la révolution de l'eſpace indéterminé ABEF, compris entre les deux paralleles AE & BF, perpendiculaires à l'axe AB, & de part & d'autre également diſtantes du centre C, de ſorte que $CA = CB = a$. Il ſera donc terminé par deux plans infinis EAE & FBF, où la preſſion évanouït. Entre ces deux plans il y aura par tout une preſſion poſitive, & par toute l'étenduë de chaque plan perpendiculaire à l'axe la même; ainſi dans, le plan MPM, la preſſion ſera $= \frac{ng}{2b}(CA^2 - CP^2)$: & au plan qui paſſe par le centre C la preſſion ſera $= \frac{ng}{2b}.CA^2$, & partant la plus grande. Fig. 10.

LXXVII. Si m eſt plus grand que n, ou $m - n$ poſitif, il y aura trois cas à conſidérer, ſelon que la conſtante A eſt poſi-

tive, ou négative, ou zero. Soit premièrement $A = o$, & la preſſion ſera $p = \frac{g}{2b}[(m-n)yy - nxx]$

d'où nous tirons pour les ſurfaces, où la preſſion eſt nulle, ces deux

Fig. 11. équations $y = xV\frac{n}{m-n}$, & $y = -xV\frac{n}{m-n}$, qui ſont pour deux lignes droites ECF, également inclinées à l'axe AB, & qui paſſent par le centre C, la tangente de leur inclination à l'axe, ou de l'angle ACE, étant $= V\frac{n}{m-n}$, & le ſinus $= V\frac{n}{m}$: & ainſi les couches de niveau ſeront les deux ſurfaces coniques ECF. Pour les autres couches, où la preſſion eſt la même, on aura cette équation : $(m-n)yy - nxx = cc$, la preſſion y étant $= \frac{gcc}{2b}$. Cette couche ſera donc engendrée par la révolution d'une hyperbole MVM entre les aſymtotes EE & FF, & à cauſe de $cc = (m-n)CV^2$, la preſſion par toute cette couche ſera $= \frac{(m-n)g.CV^2}{2b}$.

LXXVIII. Soit en ſecond lieu A une quantité poſitive $= (m-n)aa$, pour avoir la preſſion $p = \frac{g}{2b}[(m-n)yy - nxx - (m-n)aa]$:

& la ſurface où le fluide eſt à niveau, ou la preſſion nulle, ſera en-

Fig. 12. gendrée par la révolution de l'hyperbole EDE, décrite entre les aſymtotes Ce, Ce, également inclinées à l'axe AB, le ſinus de leur inclinaiſon, ou de l'angle ACe, étant $= V\frac{n}{m}$, comme auparavant, & le demi-axe $CD = a$: le fluide remplira l'eſpace formé par la révolution de l'aire hyperbolique infinie EDE*d*E. Les autres couches ſeront formées par toutes les autres hyperboles MVM décrites entre les mêmes aſymtotes, dont le demi-axe CV eſt plus grand que CD, & la preſſion y ſera $= \frac{(m-n)g}{2b}(CV^2 - CD^2)$.

LXXIX.

LXXIX. Enfin, ſi A eſt une quantité négative $= -naa$, la preſſion étant $p = \frac{g}{2b}[(m-n)yy - nxx + naa]$, la ſurface de niveau eſt engrendrée par la révolution de l'hyperbole $naa = nxx - (m-n)yy$, ou plutôt des deux hyperboles conjuguées AE, BF, décrites ſur l'axe même $AB = 2a$, dont les aſymtotes Ce, Cf ſont inclinées à l'axe de l'angle ACe, duquel le ſinus $= \sqrt{\frac{n}{m}}$. Le fluide occupera tout l'eſpace infini EABF, renfermé entre les deux hyperboles conjuguées AE & BF, concevant cet eſpace tourné autour de l'axe AB. Les couches de cet eſpace ſeront auſſi formées par toutes les autres hyperboles conjuguées VM, VM, décrites entre les mêmes aſymtotes, dont l'axe VV eſt moindre que AB, & la preſſion y ſera $= \frac{ng}{2b}(CA^2 - CV^2)$. L'eſpace conique formé par les aſymtotes mêmes Ce, Cf, donnera donc auſſi une couche, où la preſſion ſera $= \frac{ng}{2b}.CA^2$. Mais outre cela toutes les hyperboles NWN, décrites entre les aſymtotes eCf, donneroit auſſi des couches à l'infini; & la preſſion dans une telle couche ſera $= \frac{g}{2b}[n.CA^2 + (m-n)CW^2]$: d'où l'on voit qu'en s'éloignant par la ligne CD, la preſſion va toujours en augmentant, & même juſqu'à l'infini; ce qui arrive auſſi dans les deux cas précédens, où la diſtance CV peut croitre juſqu'à l'infini. Dans tous ces cas le fluide s'étend à l'infini. Fig. 13.

LXXX. Suppoſons enfin $n > m$ ou $m - n < 0$, & la preſſion ne ſauroit devenir poſitive, à moins que A n'ait une valeur négative. Soit donc : $p = \frac{g}{2b}[aa - nxx - (n-m)yy]$, & la couche de niveau ſera une ſurface elliptique ADB, où Fig. 9

CA

$CA = CB = \frac{a}{\sqrt{n}}$, & $CD = \frac{a}{\sqrt{(n-m)}}$; de ſorte que $CD > CA$.

Le fluide remplira donc la cavité de cet elliptoïde, dont CD repréſente le demi-diametre de l'équateur. Toutes les autres couches comme VMT, ſeront auſſi des ellipſes ſemblables, plus petites, & ſi l'équation en eſt $nxx + (n-m)yy = cc$,

la preſſion de cette couche ſera $= \frac{g}{2b}(aa - cc)$, ou puisque $aa = n.CA^2$, & $cc = n.CV^2$, elle eſt $= \frac{ng}{2b}(CA^2 - CV^2)$.

Ce cas approche fort de la figure de la Terre, ou autre Planete, qui par ſon mouvement de rotation produit la force centrifuge, dont toutes les particules ſont repouſſées de l'axe AB, & cela proportionnellement aux diſtances de cet axe, comme j'ai ſuppoſé. Or, ſi ce mouvement d'une maſſe fluide peut ſubſiſter, ou non ? c'eſt une queſtion, qui ne ſauroit être decidée ici, où je me contente de regarder la force centrifuge comme une force particuliere, qui agit ſur le fluide en repos.

LXXXI. Ce ſont donc les figures, qu'une maſſe fluide doit recevoir, dont les particules ſont attirées à un centre fixe en raiſon des diſtances, & en même tems repouſſées d'un axe fixe auſſi en raiſon des diſtances; où j'ai introduit ces dernieres forces pour tenir lieu de la force centrifuge, qui agiroit ſur le fluide, s'il tournoit d'un mouvement donné autour de cet axe. Pour éclaircir cette matiere davantage, je ſubſtituerai au lieu de cette force centrale une autre, qui pouſſe le fluide au centre C, en raiſon réciproque des quarrés des diſtances, en laiſſant l'autre force centrifuge inaltérée. Soit donc comme ci-deſſus, la force centrale $Z = \frac{naa}{zz}$, pour avoir ſon effort $\int Z dz = -\frac{naa}{z}$, & ſuppoſant la denſité du fluide partout la même $= g$, à un endroit quelconque M, dont la diſtance au centre C eſt $CM = z$, & à l'axe

AB

AB la diſtance PM $= y$, la preſſion ſera exprimée par la hauteur p, dont la valeur eſt $p = g\left(\frac{naa}{z} + \frac{myy}{2b} - na\right)$.

LXXXII. Il eſt clair que la conſtante C doit être priſe négative, puiſque d'ailleurs la preſſion ne ſauroit nulle part évanouïr. Ainſi nous aurons pour la derniere couche, où le fluide eſt de niveau, ou $p = 0$, cette équation :

$$\frac{naa}{z} + \frac{myy}{2b} = na, \quad \text{ou} \quad z = \frac{2naab}{2nab - myy},$$

or pour toute autre couche, où la preſſion eſt poſitive, on aura :

$$\frac{naa}{z} + \frac{myy}{2b} > na, \quad \text{ou} \quad z < \frac{2naab}{2nab - myy}.$$

Je remarque ici d'abord que pour chercher ces figures, on ſe tromperoit, ſi l'on vouloit ramener cette équation à des coordonnées orthogonales CP $= x$, & PM $= y$, en ſubſtituant $z = V(xx + yy)$, d'où l'on tireroit une ligne du ſixième ordre ; car il eſt clair que cette même ligne répondroit auſſi à l'équation $-z = \frac{2naab}{2nab - myy}$; Or ce ſeroit le cas, où les particules du fluide ſeroient repouſſées du centre en raiſon réciproque du quarré des diſtances, & partant l'équation rationnelle du ſixième degré entre x & y comprendroit conjointement deux hypotheſes différentes, l'une des forces centrales attirantes, & l'autre des forces centrales repouſſantes.

LXXXIII. Donc, pour écarter ce dernier cas, il ne faut donner à la diſtance z que des valeurs poſitives, & partant il n'eſt pas permis de lui ſubſtituer la valeur radicale $V(xx + yy)$, puiſqu'alors après la réduction à la rationalité on ne ſeroit plus le maître de ſéparer les cas, où la valeur de z deviendroit négative dans l'équation fondamentale. On ſera ſurpris qu'une telle équation finale puiſſe contenir plus que le problème qui l'avoit fournie, ne renferme : mais il faut conſidé-

ſidérer que l'hypotheſe même de l'attraction en raiſon réciproque du quarré des diſtances, renferme déjà quelque choſe, dont le principe de
Fig. 14. continuité eſt choqué. Car, ſoit ſur la droite OM le centre de force C un point fixe O, & un corps en M; poſons la diſtance $OC = a$, $OM = u$, & le corps M ſera pouſſé de droite à gauche, ou vers O, par la force $= \frac{A}{(u-a)^n}$: or il eſt clair que, ſi $u < a$, ou qu'on poſe $ON = u$, cette expreſſion étant encore poſitive marqueroit, que le corps N ſeroit encore pouſſé de droite à gauche contre la teneur de l'hypotheſe, de ſorte que l'hypotheſe même eſt en quelque maniere contredite par le calcul; ce qui n'arrive pas dans le cas, où la force centrale eſt proportionnelle aux diſtances mêmes.

LXXXIV. Cela remarqué, conſidérons l'équation pour une couche quelconque, où la preſſion eſt poſitive, qui eſt

$$\frac{naa}{z} + \frac{myy}{2b} = nc, \quad \text{ou} \quad z = \frac{2naab}{2nbc - myy}$$

ſuppoſant $c > a$, & la preſſion par cette couche ſera $p = ng(c-a)$, d'où l'on voit que prenant $c = a$, on trouvera la ſurface de niveau. Mais, puiſque chaque couche peut devenir celle de niveau, il conviendra d'examiner toutes les figures, que toutes les valeurs poſſibles de c fourniſſent; & quelle que ſoit la valeur de c, qui donne la couche de niveau, toutes les valeurs plus grandes donneront les couches, où la preſſion eſt poſitive; & l'excès de la valeur de c ſur celle-là, étant multipliée par ng, montrera la preſſion. Or, puiſque z ne ſauroit être priſe négativement, je remarque d'abord, que y doit toujours être plus petite que $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, ce qui eſt la limite du fluide autour de l'axe: mais il faut de plus que la diſtance z ſoit plus grande que y.

LXXXV. Commençons par les plus petites valeurs de c, & il eſt clair que ſi $c = 0$, notre équation ne ſauroit ſubſiſter, à moins qu'il

qu'il ne fut $y = 0$, & $z = \infty$, cette couche ſe réduit donc à deux lignes droites ſituées ſur l'axe même, & qui ſont de part & d'autre infiniment éloignées du centre C. Pour tous les autres cas, en poſant $y = 0$, on a $z = \frac{aa}{c}$, d'où l'on voit que chaque couche traverſe Fig. 15. l'axe en deux points également éloignés du centre C, & dont la diſtance ſera d'autant plus grande, plus la ligne c eſt priſe petite. Puiſque de part & d'autre du centre C les figures ſont les mêmes, il ſuffit de borner nos recherches à un côté du centre C ſur l'axe CA; ſoit donc CA la valeur de z en poſant $y = 0$, qu'une petite valeur de c donne, & de plus grandes donneront CE, CF, &c. de plus en plus petites, comme la poſition $c = 0$, a rendu la valeur de z infinie.

LXXXVI. Pour trouver la courbe qui paſſe par le point A, donnons à y une valeur extrêmement petite, & nous aurons fort à peu près $z = \frac{aa}{c} + \frac{maa}{2nbcc}yy$, ayant $CA = \frac{aa}{c}$.

Soit $PM = y$, & $AP = x$, & puiſque $CM = z$, à cauſe de

$$zz = \left(\frac{aa}{c} + x\right)^2 + yy,$$

nous trouverons en négligeant xx, & les plus hautes puiſſances de y, cette équation :

$$\frac{a^4}{cc} + \frac{ma^4}{nbc^3}yy = \frac{a^4}{cc} + \frac{2aax}{c} + yy,$$

qui ſe réduit à $x = \frac{cyy}{2aa}\left(\frac{ma^4}{nbc^3} - 1\right)$.

Donc, tant que c eſt pris ſi petit, que $\frac{ma^4}{nbc^3} > 1$, la valeur de x ſera poſitive, & la courbe tournera ſa convexité vers le centre C, & le rayon de ſa courbure en A ſera $= \frac{naabcc}{ma^4 - nbc^3}$. Cette

courbe s'éloignera donc de plus en plus du centre C, & s'étendra du côté de l'axe CA prolongé à l'infini, où ſa plus grande diſtance de cet axe ſera $y = \sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, à laquelle répond $z = \infty$; elle aura donc une aſymtote parallele à l'axe, qui en eſt éloignée de l'intervalle $= \sqrt{\frac{2nbc}{m}}$.

LXXXVII. Pour démontrer cette étenduë uniforme de la courbe AMN à l'infini, conſidérons en une appliquée quelconque QN, moindre que $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, & ſoit $yy = \frac{2(1-v)nbc}{m}$, poſant $v < 1$, mais pourtant $v > 0$, & le point N ſera réel, pourvû que la diſtance $CN = z$, ſoit plus grande que $QN = y$. Or, poſant cette valeur pour yy, on aura $z = \frac{aa}{vc}$, & puisque par hypotheſe $ma^4 > nbc^3$, il eſt évident que $zz = \frac{a^4}{vvcc}$ eſt toujours plus grand que $yy = \frac{2(1-v)nbc}{m}$, ou $ma^4 > 2vv(1-v)nbc^3$. Car la plus grande valeur de $2vv(1-v)nbc$ eſt $\frac{8}{27}nbc^3$, qui provient ſi $v = \frac{2}{3}$. Donc, non ſeulement quand $ma^4 > nbc$? mais pourvû qu'il ſoit $ma^4 > \frac{8}{27}nbc^3$, à toute diſtance $y < \sqrt{\frac{2nbc}{m}}$ repond une valeur $z > y$, & partant tous les points N de la courbe AMN ſeront réels. Cette propriété eſt donc commune à tous les cas, où $c < \frac{3}{2}a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$. quand même c ſera plus grand que $a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$. Mais, ſi $c > \frac{3}{2}a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, la courbe n'aura pas des parties, qui répondent à toutes les diſtances y moindres que $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$.

LXXXVIII.

LXXXVIII. Mais il faut démontrer de plus, qu'en augmentant les appliquées y depuis zero jusqu'à leur plus grande valeur $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, les abſciſſes AQ ou CQ vont toujours en augmentant, dans le cas que nous conſidérons à préſent, où $ma^4 > nbc^3$, ou $c < a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$. Soit pour cet effet $ma^4 = \lambda nbc^3$ poſant $\lambda > 1$, & nous aurons $CQ^2 = zz - yy = \frac{\lambda nbc}{vvm} - \frac{2(1-v)nbc}{m}$, & il s'agit de faire voir, que cette quantité devient plus grande, plus on diminuë la fraction v. Or en diminuant v cette quantité va en augmentant, quand celle-cy $\frac{\lambda}{vv} + 2v$ prendra des accroiſſemens continuels. Poſons $v - dv$ pour v, & l'accroiſſement ſera $2\left(\frac{\lambda}{v^3} - 1\right)dv$, qui eſt par conſéquent toujours poſitif, pourvûque $v^3 < \lambda$, ce qui arrive évidemment dans le cas préſent, puisque $v < 1$, & $\lambda > 1$. D'où nous voyons que ſi $\lambda = 1$, ou $c = a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, l'accroiſſement de l'abſciſſe n'évanouït qu'au premier inſtant, qui ſoit en E, où la courbure évanouït, & de là la courbe ſuivra un trait ſemblable Emu, qui s'étend à l'infini tout comme dans les cas, où $c < \sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$.

LXXXIX. Nous voilà donc arrivés à la connoiſſance de toutes les couches qui coupent l'axe au delà du point E, poſant pour ce point $c = a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, ou la diſtance même $CE = a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$, & toutes ces couches s'étendent uniformement à l'infini, comme elles ſont repréſentées dans la figure. Pour approcher plus du centre, poſons $c > a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, mais pourtant $c < \frac{3}{4}a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$; de ſorte que $\lambda < 1$, & $\lambda > \frac{64}{27}$:

& chaque diſtance y moindre que $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, donnera un point réel de la courbe. Mais, pendant que les appliquées croiſſent, les abſciſſes diminueront depuis le commencement par quelque intervalle tant que $v^3 > \lambda$. Soit F le point, où $c = \frac{3}{2}a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, ou $CF = \frac{3}{4}a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$, & la figure de la couche qui paſſe par ce point s'approchera dabord de la perpendiculaire CD, & la touchera même au point D, d'où elle réjaillit quaſi, & depuis s'éloignera de CD en allant par v à l'infini, & s'approchant de plus en plus de ſon aſymtote parallele à l'axe. Les autres couches entre E & F prendront une route presque ſemblable, avec cette différence, qu'elles ne parviennent pas jusqu'à la droite CD, & qu'elles ont un point d'inflexion.

XCX. Mais, lorsque $c > \frac{3}{2}a\sqrt[3]{\frac{ma}{nb}}$, ou bien $\lambda < \frac{8}{27}$, il y aura des valeurs de y moindres que $\sqrt{\frac{2nbc}{m}}$, auxquelles ne répond aucune partie de la courbe. Car nommant l'abſciſſe priſe ſur l'axe depuis le centre $C = x$, & poſant $yy = \frac{2(1-v)nbc}{m}$, nous avons trouvé

$$xx = \frac{nbc}{m}\left(\frac{\lambda}{vv} - 2 + 2v\right).$$

Donc, lorsque $\frac{\lambda}{vv} + 2v = 2$ l'abſciſſe x évanouit, & lorsque $\frac{\lambda}{vv} + 2v < 2$ elle devient imaginaire. Or, ſi $\lambda = \frac{8}{27}$, l'équation $\frac{\lambda}{vv} + 2v = 2$ a deux racines égales chacune $v = \frac{2}{3}$, la troiſième étant négative $v = -\frac{1}{3}$, & partant inutile; ce qui eſt le cas précédent, où le point D tombe en CD, à laquelle ligne les deux branches

ches FD & $\nu\mu$ ſont inclinées d'un angle de 60 degrés. Mais, ſi $\lambda < \frac{8}{27}$, l'équation $\frac{\lambda}{\nu\nu} + 2\nu = 2$ aura deux racines inégales poſitives dont l'une & l'autre donne un point dans la ligne CD, par leſquels la couche paſſe, comme H & I. Cette couche deviendra donc double, l'une ſemblable à un quart d'ellipſe GH, & l'autre paſſera de I par K à l'infini, en s'éloignant de l'axe CA, & s'approchant de ſon aſymtote, dont la diſtance à l'axe eſt $= V\frac{2nbc}{m}$.

XCI. Voilà donc les figures des principales couches, qu'on doit diſtinguer dans le fluide dans l'hypotheſe propoſée. D'abord en E, prenant $CE = a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$, & plus loin du centre C les couches ſont formées de la révolution des courbes E*mn*, AMN autour de l'axe CA, ces courbes s'éloignant tant du centre C, que de la droite CD, qui eſt tirée ſur l'axe au centre C perpendiculaire. Enſuite, depuis E jusqu'en $CF = \frac{2}{3}a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$, ou $CF = \frac{2}{3}CE$, ces courbes ſeront plus irrégulières comme $em'n'$, & $fd\nu'$, en s'approchant au commencement de la ligne CD. Or la courbe qui aboutit en F, parvient jusqu'à la droite CD en D, de ſorte que $CD = \frac{3}{2}CF$, faiſant en D l'angle CDF de 60°, d'où elle rebrouſſe en ν, faiſant auſſi l'angle I$D\nu$ de 60°. Cette branche Dν ne peut pas être cenſée la continuation de la branche FD, ce qui ſeroit contraire à la loi de continuité; mais il faut conſidérer, qu'à l'autre côté de la ligne CD ſe trouvent des courbes pareilles, & Dν eſt la continuation de la branche ſemblable à FD, qui eſt de l'autre côté de CD.

XCII. Aux points G qui ſont encore plus proches du centre C, les couches GH & *gh* paſſent perpendiculairement par la droite CD, & ſont ſemblables à des quarts d'ellipſe. Or il faut remarquer, que dans toutes ces courbes la raiſon entre CH & CG eſt moindre que celle

celle de 3 à deux, & plus le point G approche du centre C, plus ce rapport approche de la raiſon d'égalité, de ſorte que dans cette hypotheſe il ſeroit impoſſible que le diametre de l'équateur d'une Planete ſurpaſſât plus de la moitié ſon axe. Mais chacune de ces couches GH eſt accompagnée d'une autre IK, qui s'étend à l'infini, & où la preſſion eſt la même, quoique ces couches ne ſoient nulle part liées enſemble; ainſi à la couche gh appartient encore la couche ik, qui s'en éloigne d'autant plus, plus celle-là devient petite. De cette maniere tout l'eſpace du centre C eſt partagé en couches, & on ne ſauroit marquer aucun point, par lequel ne paſſe une couche.

XCIII. Autour d'un tel centre le fluide peut donc être en équilibre ſous pluſieurs formes différences ; il aura une figure terminée de toute part, lorſque la couche de niveau eſt une de celles qui ſont repréſentées par GH ; car alors tout l'eſpace GCH étant rempli de fluide ſe trouvera en équilibre, & pourra être conſidéré comme une Planete. Donc, une telle Planete ne ſauroit ſubſiſter, à moins que la moitié de ſon axe CG ne fut plus petite que $\frac{2}{3}a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$; car ſi CG devenoit égale à $\frac{2}{3}a\sqrt[3]{\frac{nb}{ma}}$, la Planete ſeroit ſous l'équateur en D pointue. Si fd' étoit la couche de niveau, le fluide devroit être étendu vers v' à l'infini ; mais s'il étoit entouré, par exemple, en do d'une croute ferme, l'équilibre pourroit avoir lieu, ce qu'il faut entendre de toutes les autres couches Em, AM, étant priſes pour celles de niveau. Sans cette condition tout l'eſpace devroit être rempli de fluide à l'exception de l'eſpace conoïdique VEn, ou VAn.

XCIV. Il y a encore à remarquer que cette hypotheſe renferme de tels cas d'équilibre, où tout l'eſpace autour de l'axe CV ſeroit vuide de fluide. Cela arrive ſi l'on prend pour le niveau la couche Dv, ou toute autre au deſſus IK; car alors tout l'eſpace étant rempli de fluide, & qu'il n'y eut de vuide que l'eſpace conoïdique formé

mé par la révolution de la courbe Dv ou I K autour de l'axe, cette maſſe de fluide ſeroit en équilibre. Pour mieux comprendre cela, qu'on conçoive tout l'eſpace autour de C en tout ſens plein de fluide, & il n'y a aucun doute que cette maſſe ne ſoit en équilibre; ce ſeroit notre premier cas, où $c = 0$. Enſuite, qu'on retranche de cette maſſe infinie une portion quelconque renfermée dans une des couches trouvées, & le reſte demeurera en équilibre. Les parties qu'on pourra retrancher de cette maniere ſont les ſolides formés par la révolution de quelqu'une des aires ſuivantes:

VAN, VEn, Ven', Vfdv', VFDv, VCDv, &c.

d'où l'on voit ſous combien de figures différentes le fluide pourroit être en équilibre dans l'hypotheſe, que je viens de conſidérer.

PRINCIPES GÉNÉRAUX DU MOUVEMENT DES FLUIDES.

PAR M. EULER.

I.

Ayant établi dans mon Mémoire précedent les principes de l'équilibre des fluides le plus généralement, tant à l'égard de la diverſe qualité des fluides, que des forces qui y puiſſent agir ; je me propoſe de traiter ſur le même pied le mouvement des fluides, & de rechercher les principes géneraux, ſur lesquels toute la ſcience du mouvement des fluides eſt fondée. On comprend aiſément que cette matiere eſt beaucoup plus difficile, & qu'elle renferme des recherches incomparablement plus profondes : cependant j'eſpère d'en venir auſſi heureuſement à bout, de ſorte que s'il y reſte des difficultés, ce ne ſera pas du côté du méchanique, mais uniquement du côté de l'analytique: cette ſcience n'étant pas encore portée à ce degré de perfection, qui ſeroit néceſſaire pour développer les formules analytiques, qui renferment les principes du mouvement des fluides.

II. Il s'agit donc de découvrir les principes, par lesquels on puiſſe déterminer le mouvement d'un fluide, en quelque état qu'il ſe trouve, & par quelques forces qu'il ſoit ſollicité. Pour cet effet examinons en détail tous les articles, qui conſtituent le ſujet de nos recherches, & qui renferment les quantités tant connues qu'inconnues. Et d'abord la nature du fluide eſt ſuppoſée connue, dont il faut conſidérer les diverſes eſpeces : le fluide eſt donc, ou incompreſſible, ou compreſſible. S'il n'eſt pas ſusceptible de compreſſion, il faut diſtinguer deux cas, l'un où toute la maſſe eſt compoſée de parties homogenes, dont la denſité eſt partout & demeure toujours la même, l'autre

tre où elle eſt compoſée de parties hétérogenes ; & ici on doit ſavoir la denſité de chaque eſpece, & la proportion du mêlange. Si le fluide eſt compreſſible, & que ſa denſité ſoit variable, il faut connoitre la loi, ſelon laquelle ſon élaſticité dépend de la denſité ; ſi c'eſt uniquement de la denſité, que l'élaſticité depend, ou encore d'une autre qualité, comme de la chaleur, qui eſt propre à chaque particule du fluide, au moins pour chaque inſtant du tems.

III. On doit auſſi ſuppoſer, que l'état du fluide dans un certain tems ſoit connu, & que je nommerai l'état primitif du fluide : cet état étant quaſi arbitraire, il faut premièrement connoitre la diſpoſition des particules, dont le fluide eſt compoſé, & le mouvement qui leur aura été imprimé, à moins que dans l'état primitif le fluide n'ait été en repos. Cependant le mouvement primitif n'eſt pas entièrement arbitraire, tant la continuité que l'impénétrabilité du fluide y mettent une certaine limitation, que je rechercherai dans la ſuite. Mais ſouvent on ne connoit rien d'un état primitif ; comme lorsqu'il s'agit de déterminer le mouvement d'une riviere ; & alors les recherches ſe bornent pour l'ordinaire à trouver l'état permanent, auquel le fluide parviendra enfin ſans ſubir de nouveaux changemens. Or, ni cette circonſtance, ni l'état primitif, ne changent rien dans les recherches qu'on aura à entreprendre, & le calcul demeurera toujours le même : ce n'eſt que dans les intégrations, où il y faut avoir égard pour déterminer les conſtantes, que chaque integration amene.

IV. En troiſième lieu, il faut compter parmi les données les forces externes, à la ſollicitation desquelles le fluide eſt aſſujetti : je nomme ici ces forces externes, pour les diſtinguer des forces inteſtines, dont les particules du fluide agiſſent les unes ſur les autres, vû que celles-cy ſont le principal objet des recherches à faire enſuite. On peut donc ſuppoſer, que le fluide ne ſoit ſollicité par aucune force externe, ou ſeulement par la gravité naturelle, qu'on regarde partout comme de la même quantité, & même direction. Or, pour rendre les recherches plus

générales, je conſidérerai le fluide ſollicité par des forces quelconques, ſoit qu'elles ſoient dirigées vers un ou pluſieurs centres, ſoit qu'elles ſuivent, tant par rapport à leur quantité qu'à leur direction, une autre loi quelconque. De ces forces on ne connoit immédiatement que leurs actions accélératrices, ſans avoir égard aux maſſes ſur leſquelles elles agiſſent. Je n'introduirai donc dans le calcul que les forces accélératrices, d'où il ſera aiſé de tirer les véritables forces motrices, en multipliant celles-là en chaque cas par les maſſes, qui en reçoivent la ſollicitation.

V. Paſſons maintenant aux articles, qui contiennent ce qui eſt inconnu. Or, pour connoitre bien le mouvement, dont le fluide ſera porté, il faut déterminer pour chaque inſtant & pour chaque lieu, tant le mouvement que la preſſion du fluide qui s'y trouve : & ſi le fluide eſt compreſſible, il en faut outre cela definir la denſité, en connoiſſant la-dite autre qualité, qui avec la denſité concourt à déterminer l'élaſticité ; laquelle étant contrebalancée par la preſſion du fluide, lui doit être eſtimée égale, tout comme dans le cas d'équilibre, où j'ai développé plus ſoigneuſement ces idées. On voit donc que le nombre des quantités, qui entrent dans la recherche du mouvement, eſt beaucoup plus grand, que dans le cas d'équilibre, puisqu'il faut introduire des lettres, qui marquent le mouvement de chaque particule, & que toutes ces quantités peuvent varier avec le tems. Donc, outre les lettres qui déterminent la ſituation de chaque point, qu'on peut concevoir dans la maſſe fluide, on doit auſſi en faire entrer une, qui marque le tems déjà écoulé, & qui par ſa variabilité puiſſe être appliquée à chaque tems propoſé.

Fig 1. VI. Soit donc écoulé après un état primitif le tems $= t$, & que maintenant le fluide ſe trouve dans un état & mouvement, qu'il faut chercher. Quel que ſoit l'eſpace que le fluide occupe à préſent, je commence par conſidérer un point quelconque Z, qui ſe trouve dans la maſſe fluide; & pour faire entrer dans le calcul la ſituation de ce point Z, je le rapporte à trois axes fixes, OA, OB, & OC, perpendicu-

diculaires entr'eux au point O, & donnés de poſition. Que les deux axes OA & OB ſe trouvent dans le plan, que la Planche repréſente, & le troiſième OC y ſoit perpendiculaire. Qu'on tire donc du point Z au plan AOB la perpendiculaire ZY, & du point Y à l'axe OA la normale YX pour avoir les trois coordonnées : $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, paralleles à nos trois axes. Pour chaque point conçu dans la maſſe fluide, ces trois coordonnées x, y, & z, auront des valeurs déterminées, & en donnant à ces trois coordonnées ſucceſſivement toutes les valeurs poſſibles, tant poſitives que négatives, on parcourra tous les points de l'eſpace infini, & partant auſſi ceux, qui ſe trouvent dans l'epace, que le fluide occupe à chaque inſtant.

VII. En ſecond lieu, je conſidére les forces accélératrices, qui agiſſent dans l'inſtant préſent ſur la particule du fluide, qui ſe trouve en Z; or, quelles que ſoient ces forces, on les peut toujours réduire à trois, qui agiſſent ſuivant les trois directions ZP, ZQ, & ZR, paralleles à nos trois axes OA, OB, & OC. En prenant donc l'unité pour marquer la force accélératrice de la gravité naturelle, ſoient P, Q, & R, les forces accélératrices, qui agiſſent ſur le point Z ſuivant les directions ZP, ZQ, & ZR; & ces lettres P, Q, & R, marqueront des nombres abſolus. S'il y a toujours les mêmes forces, qui agiſſent dans le même point de l'eſpace Z, les quantités P, Q, & R, ſeront exprimées par des certaines fonctions des trois coordonnées x, y & z; mais en cas que les forces variaſſent auſſi avec le tems t, elles renfermeront encore le tems t. Or je ſuppoſe ces fonctions connuës, puiſqu'on doit compter les forces ſollicitantes parmi les quantités connuës, ſoit qu'elles dépendent uniquement des variables x, y, z, ou encore du tems t.

VIII. Que r exprime maintenant la chaleur au point Z, ou cette autre qualité, qui outre la denſité influë ſur l'élaſticité, au cas que le fluide ſoit compreſſible, & r doit auſſi être conſidérée comme une fonction des trois variables x, y, z, & du tems t, puiſqu'il pour-

roit arriver, qu'elle changeât avec le tems dans le même point Z de l'eſpace ; on pourra donc regarder cette fonction comme connuë. Soit enſuite pour le tems préſent la denſité de la particule du fluide, qui ſe trouve en Z, $= q$, marquant par l'unité la denſité d'une certaine matiere homogene, dont je me ſervirai pour meſurer les preſſions par des hauteurs, comme je l'ai expliqué plus amplement dans mon Mémoire ſur l'équilibre des fluides. Soit donc auſſi pour le tems préſent la preſſion du fluide au point Z exprimée par la hauteur $= p$, qui marquera donc auſſi l'élaſticité ; & puisque la nature du fluide eſt ſuppoſée connuë, on ſaura le rapport, que la hauteur p tient aux quantités q & r. Or p & q ſeront de même des fonctions des quatre variables x, y, z, & t, mais inconnuës; mais quand le fluide n'eſt pas incompreſſible, la preſſion p eſt indépendante de la denſité q, & l'autre qualité r n'entre point du tout en conſidération.

IX. Enfin, quel que ſoit le mouvement, qui convient à l'inſtant préſent à l'élément du fluide, qui ſe trouve en Z, il pourra auſſi être décompoſé ſuivant les directions ZP, ZQ, & ZR, paralleles à nos trois axes. Soient donc u, v, & w les viteſſes de ce mouvement décompoſé ſelon les trois directions ZP, ZQ, & ZR, & il eſt clair que ces trois quantités doivent auſſi être conſidérées comme des fonctions des quatre variables x, y, z, & t. Car ayant trouvé la nature de ces fonctions, ſi l'on met le tems t conſtant, on connoitra par la variabilité des coordonnées x, y, & z, les trois viteſſes u, v, & w, & partant le vrai mouvement dont chaque élément du fluide eſt porté dans l'inſtant préſent ; & ſi l'on met conſtantes les coordonnées x, y, & z, & qu'on conſidére le ſeul tems t comme variable, on trouvera le mouvement, non d'un certain élément du fluide, mais de tous les élémens, qui paſſeront ſucceſſivement par le même point Z, ou on en connoitra à chaque tems le mouvement de cet élément du fluide, qui ſe trouvera alors dans le point Z.

X. Mais voyons auſſi quel chemin décrira l'élément du fluide, qui eſt à préſent en Z, pendant le tems infiniment petit dt ; ou à quel point

point il ſe trouvera un inſtant après. Or, ſi nous exprimons l'eſpace par le produit de la viteſſe & du tems, l'élément du fluide, qui eſt à préſent en Z, ſera porté dans la direction ZP par l'eſpace $= udt$, dans la direction ZQ par l'eſpace $= vdt$, & dans la direction ZR par l'eſpace $= wdt$. Donc, ſi nous poſons :

$$ZP = udt, \quad ZQ = vdt, \quad \& \quad ZR = wdt,$$

& qu'on acheve de ces trois côtés le parallelepipede, l'angle oppoſé à Z marquera le point, où l'élément du fluide en queſtion ſe trouvera après le tems dt, & la diagonale de ce parallelepipede, qui eſt $= dt\sqrt{(uu+vv+ww)}$, donnera le vrai chemin décrit, & partant la viteſſe de ce vrai mouvement ſera $= \sqrt{(uu+vv+ww)}$; & la direction ſe déterminera aiſément par les cotés de ce parallelipipede ; car elle ſera inclinée au plan AOB d'un angle dont le ſinus $= \frac{w}{\sqrt{(uu+vv+ww)}}$, au plan AOC d'un angle dont le ſinus $= \frac{v}{\sqrt{(uu+vv+ww)}}$, & enfin au plan BOC d'un angle dont le ſinus eſt $= \frac{u}{\sqrt{(uu+vv+ww)}}$.

XI. Ayant déterminé le mouvement du fluide, qui ſe trouve à l'inſtant préſent au point Z, examinons auſſi celui d'un autre élément quelconque infiniment proche, qui ſoit en z, auquel point répondent les coordonnées $x+dx$, $y+dy$, & $z+dz$. Les trois viteſſes de cet élément ſelon les directions des trois axes ſeront donc exprimées par les quantités u, v, w, aprés qu'on y aura ſubſtitué $x+dx$, $y+dy$, & $z+dz$; ou après qu'on y aura ajouté leurs différentiels en poſant le tems t conſtant. Or entant qu'on met $x+dx$ au lieu de x, les incrémens de u, v, & w, ſont :

$$dx\left(\frac{du}{dx}\right); \quad dx\left(\frac{dv}{dx}\right); \quad \& \quad dx\left(\frac{dw}{dx}\right);$$

&

& entant qu'on met $y + dy$ au lieu de y les incrémens ſont :

$$dy\left(\frac{du}{dy}\right);\quad dy\left(\frac{dv}{dy}\right);\quad \&\quad dy\left(\frac{dw}{dy}\right);$$

& il en eſt de même à l'égard de la variabilité de z. Donc les trois viteſſes de l'élément du fluide, qui ſe trouve à préſent en z, ſeront

ſuivant la direction OA $= u + dx\left(\frac{du}{dx}\right) + dy\left(\frac{du}{dy}\right) + dz\left(\frac{du}{dz}\right)$

ſuivant la direction OB $= v + dx\left(\frac{dv}{dx}\right) + dy\left(\frac{dv}{dy}\right) + dz\left(\frac{dv}{dz}\right)$

ſuivant la direction OC $= w + dx\left(\frac{dw}{dx}\right) + dy\left(\frac{dw}{dy}\right) + dz\left(\frac{dw}{dz}\right)$

XII. Ce ſont les viteſſes, qui conviennent à un élément du fluide en z, qui eſt infiniment proche du point Z, & dont le lieu eſt déterminé par les trois coordonnées $x + dx$, $y + dy$, & $z + dz$. Fig. 2. Donc ſi nous prenons le point z en ſorte, que la ſeule x y ſoit changée de dx, les deux autres coordonnées y & z demeurant les mêmes que pour le point Z, les trois viteſſes de l'élément du fluide qui ſe trouve en ce point z, ſeront :

$$u + dx\left(\frac{du}{dx}\right);\quad v + dx\left(\frac{dv}{dx}\right);\quad w + dx\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

par leſquelles cet élément ſera transporté pendant le tems dt dans un autre point z', dont il s'agit de définir le lieu par rapport au point Z', qui ſoit celui, auquel l'élément du fluide, qui étoit en Z eſt transporté pendant le même tems dt ; & dont le lieu a été déterminé ci-deſſus (§. 10.). Pour connoitre ce point z', je remarque, que ſi les viteſſes de z étoient parfaitement les mêmes que celles de Z, le point z' tomberoit en p, de ſorte que la diſtance $Z'p$ ſeroit égale & parallele à la diſtance Zz. Et puiſque par l'hypotheſe Zz eſt parallele à l'axe OA, & égale à dx, la ligne $Z'p$ ſera auſſi $= dx$, & parallele à l'axe OA.

XIII.

XIII. Maintenant, puisque la viteſſe ſelon OA n'eſt pas u, mais $u+dx\left(\frac{du}{dx}\right)$, par cette différence l'élément en queſtion ſera transporté de p & q, ſur la direction $Z'p$, de ſorte que $pq=dtdx\left(\frac{du}{dx}\right)$: il ſeroit donc en q, ſi les deux autres viteſſes étoient v & w. Mais puisque la viteſſe ſelon l'axe OB eſt $v+dx\left(\frac{dv}{dx}\right)$, cette différence transportera notre élément de q & r, par l'eſpace $qr=dtdx\left(\frac{dv}{dx}\right)$, & parallele à l'axe OB. Enfin l'incrément $dx\left(\frac{dw}{dx}\right)$ de la viteſſe w transportera l'élément de r en z', par la particule $rz'=dtdx\left(\frac{dw}{dx}\right)$, & parallele au troiſième axe OC. D'où je conclus que l'élément du fluide, qui occupoit la petite ligne droite Zz, ſera dans le tems dt transporté ſur la ligne $Z'z'$, qui ſera infiniment peu inclinée à l'axe OA, & dont la longueur à cauſe de $Z'q=dx\left(1+dt\left(\frac{du}{dx}\right)\right)$ ſera

$$dx\sqrt{\left(\left(1+dt\left(\frac{du}{dx}\right)\right)^2+dt^2\left(\frac{dv}{dx}\right)^2+dt^2\left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right)}.$$

Donc, en négligeant les termes, qui renferment le quarré de dt, la longueur de Zz' ne différera pas de $Z'q$, & on aura : $Z'z'=dx\left(1+dt\left(\frac{du}{dx}\right)\right)$, pour l'inclinaiſon de cette ligne à l'axe OA il ſuffit de remarquer, qu'elle eſt infiniment petite du premier degré, ou exprimée en ſorte αdt.

XIV. Si la petite ligne Zz avoit été priſe $=dy$, & parallele à l'axe OB, par le même raiſonnement on trouveroit, que le fluide qui occupoit cette ligne fût transporté ſur une autre

$Z'z' = dy\left(1 + dt\left(\frac{dv}{dy}\right)\right)$, & dont l'inclinaiſon à l'axe OB fut auſſi infiniment petite. Et ſi l'on prenoit la ligne $Zz = dz$, & parallele au troiſième axe OC, le fluide qui l'occupoit ſeroit transporté ſur une autre ligne $Z'z' = dz\left(1 + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right)$, & qui ſeroit infi-

Fig. 3. niment peu incliné à l'axe OC. Donc, ſi nous conſidérons un parallelepipede rectangle $ZPQRzpqr$ formé des trois côtés $ZP = dx$, $ZQ = dy$, & $ZR = dz$, le fluide qui occupoit cet eſpace ſera transporté pendant le tems dt à remplir l'eſpace $Z'P'Q'R'z'p'q'r'$, infiniment peu différent d'un parallelepipede rectangle, dont les trois côtés ſeront :

$$Z'P' = dx\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right)\right) \; ; \; Z'Q' = dy\left(1 + dt\left(\frac{dv}{dy}\right)\right) \; ; \; Z'R' = dz\left(1 + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right)$$

Car les côtés ZP, ZQ, ZR, étant transportés en Z'P', Z'Q', Z'R', on ne ſauroit douter que le fluide contenu dans le premier eſpace ne ſoit transporté dans l'autre eſpace pendant le tems dt.

XV. A préſent on pourra juger ſi le volume du fluide, qui a occupé le parallelepipede Zz, eſt devenu plus grand ou plus petit après le tems dt : on n'a qu'à chercher le volume ou la capacité de l'un & de l'autre de ces deux ſolides. Or le premier étant un parallelepipede rectangle formé des côtés dx, dy, dz, ſon volume eſt $= dx\,dy\,dz$; mais pour l'autre, dont les angles plans différent infiniment peu du droit, je remarque que ſon volume ſe trouve également en multipliant ces trois côtés ; car l'erreur qui réſulte de l'obliquité infiniment petite ſera contenuë en des termes, où l'élément du tems dt monteroit à deux dimenſions, qu'il eſt permis par conſéquent de négliger. Ce volume $Z'z'$ ſera donc exprimé en ſorte :

$$dx\,dy\,dz\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right) + dt\left(\frac{dv}{dy}\right) + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right).$$

Si

Si l'on avoit encore quelque doute ſur la juſteſſe de cette concluſion, on n'auroit qu'à lire ma Piece latine: *Principia motus fluidorum:* où j'ai calculé ce volume ſans rien négliger.

XVI. Donc, ſi le fluide n'eſt pas ſuſceptible de compreſſion, ces deux volumes doivent être égaux entr'eux, puiſque la maſſe, qui occupoit l'eſpace Zz, ne ſauroit être réduite, ni dans un plus grand, ni dans un plus petit eſpace. Mais, puiſque je me propoſe de traiter cette matiere dans toute la généralité poſſible, & que j'ai nommé la denſité en $Z = q$, conſidérant q comme une fonction des trois coordonnées & du tems, je remarque, que pour trouver la denſité en Z', il faut premièrement augmenter le tems t de ſon différentiel dt, enſuite le lieu Z' étant différent de Z, les quantités x, y, z, doivent être augmentées des petits eſpaces $u\,dt$, $v\,dt$, $w\,dt$; d'où la denſité en Z' ſera :

$$q + dt\left(\frac{dq}{dt}\right) + u\,dt\left(\frac{dq}{dx}\right) + v\,dt\left(\frac{dq}{dy}\right) + w\,dt\left(\frac{dq}{dz}\right),$$

& de là, puiſque la denſité eſt réciproquement proportionnelle au volume, cette quantité ſera à q, comme $dx\,dy\,dz$ à

$$dx\,dy\,dz\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right) + dt\left(\frac{dv}{dy}\right) + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right).$$

Par conſéquent, en diviſant par dt, nous aurons cette équation, que la conſidération de la denſité fournit :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + u\left(\frac{dq}{dx}\right) + v\left(\frac{dq}{dy}\right) + w\left(\frac{dq}{dz}\right) + q\left(\frac{du}{dx}\right) + q\left(\frac{dv}{dy}\right) + q\left(\frac{dw}{dz}\right) = 0.$$

XVII. Voilà donc une condition bien remarquable, qui établit déjà un certain rapport entre les trois viteſſes x, y, & z, à l'égard de la denſité du fluide q. Or cette équation peut être réduite à une plus grande ſimplicité: car $u\left(\frac{dq}{dx}\right)$ ne differe pas de $\left(\frac{u\,dq}{dx}\right)$, puiſque

par cette maniere d'exprimer il faut entendre, que dans la différentiation de q la ſeule quantité x eſt priſe pour variable ; il eſt donc de même $q\left(\frac{du}{dx}\right) = \left(\frac{q\,du}{dx}\right)$: d'où il eſt évident que

$$q\left(\frac{du}{dx}\right)+u\left(\frac{dq}{dx}\right) = \left(\frac{u\,dq+q\,du}{dx}\right) = \left(\frac{d.qu}{dx}\right),$$

prenant le différentiel du produit qu en ſorte, qu'on regarde la ſeule quantité x comme variable. C'eſt pourquoi notre équation trouvée ſe réduit à celle-cy :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)+\left(\frac{d.qu}{dx}\right)+\left(\frac{d.qv}{dy}\right)+\left(\frac{d.qw}{dz}\right)=0.$$

Si le fluide n'étoit pas compreſſible, la denſité q ſeroit la même en Z, & en Z', & pour ce cas on auroit cette équation :

$$\left(\frac{du}{dx}\right)+\left(\frac{dv}{dy}\right)+\left(\frac{dw}{dz}\right)=0.$$

qui eſt auſſi celle ſur laquelle j'ai établi mon Mémoire latin allégué ci-deſſus.

XVIII. Cette formule ayant été fournie par la conſidération de la continuité du fluide, renferme déjà un certain rapport qui doit régner entre les quantités u, v, w, & q. Les autres déterminations doivent être tirées de la conſidération des forces, auxquelles chaque particule du fluide eſt aſſujettie : or, outre les forces accélératrices P, Q, R, qui agiſſent ſur le fluide en Z, il eſt auſſi ſollicité par la preſſion qui agit de toutes parts ſur l'élément du fluide contenu en Z. De la combinaiſon de ces doubles forces on tirera trois forces accélératrices ſelon la direction des trois axes ; & puiſqu'on peut aſſigner les accélérations mêmes par la conſidération des viteſſes u, v, & w, nous tirerons de là trois équations, qui jointes à celle que nous venons de trouver, renfermeront tout ce qui regarde le mouvement des fluides, de ſorte que nous aurons alors des principes généraux & complets de toute la ſcience du mouvement des fluides.

XIX.

XIX. Pour trouver les accélérations que l'élément du fluide en Z ſubit, nous n'avons qu'à comparer les viteſſes u, v, w, qui répondent à préſent au point Z; avec celles qui répondent après le tems dt au point Z'. Il arrive donc un double changement, & à l'égard des coordonnées x, y, z, qui reçoivent les incrémens udt, vdt, wdt, & à celui du tems qui augmente de dt. D'où les trois viteſſes qui conviennent au point Z' ſont :

ſelon la direction OA $= u + dt\left(\frac{du}{dt}\right) + udt\left(\frac{du}{dx}\right) + vdt\left(\frac{du}{dy}\right) + wdt\left(\frac{du}{dz}\right)$

ſelon la direction OB $= v + dt\left(\frac{dv}{dt}\right) + udt\left(\frac{dv}{dx}\right) + vdt\left(\frac{dv}{dy}\right) + wdt\left(\frac{dv}{dz}\right)$

ſelon la direction OC $= w + dt\left(\frac{dw}{dt}\right) + udt\left(\frac{dw}{dx}\right) + vdt\left(\frac{dw}{dy}\right) + wdt\left(\frac{dw}{dz}\right)$

Et partant les accélérations, étant exprimées par les incrémens des viteſſes diviſés par l'élément du tems dt, ſeront :

ſelon la direction OA $= \left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right)$

ſelon la direction OB $= \left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right)$

ſelon la direction OC $= \left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right)$

XX. Cherchons maintenant les forces accélératrices ſelon ces mêmes directions, qui réſultent des preſſions du fluide ſur le parallelepipede Zz, dont le volume eſt $= dxdydz$, & partant la maſſe du fluide qui l'occupe $= qdxdydz$. Or la preſſion au point Z étant exprimée par la hauteur p, la force motrice, qu'en reçoit la face ZQRp eſt $= pdydz$; & pour la face oppoſée zqrP $= dydz$, la hauteur p eſt augmentée de ſon différentiel $dx\left(\frac{dp}{dx}\right)$, qui réſulte

en ſuppoſant la ſeule x variable. Donc cette maſſe fluide Zz eſt repouſſée dans la direction AO par la force motrice $dx\,dy\,dz\left(\frac{dp}{dx}\right)$, ou bien par la force accélératrice $= \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dx}\right)$. De même maniere on verra que la maſſe fluide Zz eſt ſollicitée dans la direction BO par la force accélératrice $= \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dy}\right)$, & dans la direction CO par la force accélératrice $= \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dz}\right)$. Ajoutons à ces forces les données P, Q, R, & les forces accélératrices entieres ſeront :

ſelon la direction $OA = P - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dx}\right)$

ſelon la direction $OB = Q - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dy}\right)$

ſelon la direction $OC = R - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dz}\right)$.

XXI. Nous n'avons donc qu'à égaler ces forces accélératrices avec les accélerations actuelles que nous venons de trouver, & nous obtiendrons les trois équations ſuivantes :

$$P - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dx}\right) = \left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$Q - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dy}\right) = \left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right)$$

$$R - \frac{1}{q}\left(\frac{dp}{dz}\right) = \left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right)$$

Si nous ajoutons à ces trois équations premièrement celle, que nous a fournie la conſidération de la continuité du fluide :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)$$

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)+\left(\frac{d.qu}{dx}\right)+\left(\frac{d.qv}{dy}\right)+\left(\frac{d.gw}{dz}\right)=0,$$

& enſuite celle que donne le rapport entre l'élaſticité p, la denſité q, & l'autre qualité r, qui influë ſur l'élaſticité p, outre la denſité q, nous aurons cinq équations qui renferment toute la Théorie du mouvement des fluides.

XXII. De quelque nature que ſoient les forces P, Q, R, pourvû qu'elles ſoient réelles, il faut remarquer que $Pdx+Qdy+Rdz$ eſt toujours un différentiel réel d'une certaine quantité finie & déterminée, en ſuppoſant les trois coordonnées x, y, & z, variables; de ſorte qu'il y aura toujours :

$$\left(\frac{dP}{dy}\right)=\left(\frac{dQ}{dx}\right);\ \left(\frac{dP}{dz}\right)=\left(\frac{dR}{dx}\right);\ \left(\frac{dQ}{dz}\right)=\left(\frac{dR}{dy}\right),$$

& ſi nous poſons cette quantité finie $=S$, en ſorte qu'il y ait :

$$dS=Pdx+Qdy+Rdz$$

en ſuppoſant le tems t conſtant, en cas que les forces P, Q, R, changent auſſi avec le tems aux mêmes endroits; cette quantité S exprime ce que je nomme l'effort des forces ſollicitantes, & qui eſt la ſomme des intégrales de chaque force multipliée par l'élément de ſa direction, ou par le petit eſpace, par lequel elle traineroit un corps qui obeïroit à ſon action. Cette idée de l'effort eſt de la derniere importance dans toute la Théorie, tant de l'équilibre que du mouvement, ayant fait voir, que la ſomme de tous les efforts eſt toujours un *maximum* ou *minimum*. Cette belle propriété convient admirablement avec le beau principe de la moindre action; dont nous devons la découverte à notre Illuſtre Préſident, M. de *Maupertuis*.

XXIII. Comme les équations que nous venons de trouver, renferment quatre variables x, y, z, & t, qui ſont abſolument indépendantes entr'elles, vû que la variabilité des trois premières s'étend ſur

tous

tous les élémens du fluide, & de la derniere à tous les tems, il faut que les autres variables u, v, w, p, & q, en ſoient de certaines fonctions, pour que les équations puiſſent ſubſiſter. Car, bien qu'une équation differentielle entre deux variables ſoit toujours poſſible, on ſait qu'une équation differentielle, qui renferme trois ou pluſieurs variables, n'eſt poſſible que ſous certaines conditions, en vertu desquelles les termes de l'équation doivent tenir un certain rapport entr'eux. Il s'agit donc de ſavoir de quelle nature doivent être les fonctions de x, y, z, & t, qui expriment les valeurs de u, v, w, p, & q, afin que les équations ſoient poſſibles, avant qu'on puiſſe entreprendre la réſolution de ces mêmes équations.

XXIV. Multiplions donc, des trois équations trouvées en dernier lieu, la premiere par dx, la ſeconde par dy, & la troiſième par dz, & puisque $dx\left(\frac{dp}{dx}\right)+dy\left(\frac{dp}{dy}\right)+dz\left(\frac{dp}{dz}\right)$, marque le differentiel de p en ne ſuppoſant que le tems t conſtant, nous obtiendrons :

$$+dz\left(\frac{du}{dt}\right)+u\,dx\left(\frac{du}{dx}\right)+v\,dx\left(\frac{du}{dy}\right)+w\,dx\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$dS-\frac{dp}{q}=+dy\left(\frac{dv}{dt}\right)+u\,dy\left(\frac{dv}{dx}\right)+v\,dy\left(\frac{dv}{dy}\right)+w\,dy\left(\frac{dv}{dz}\right)$$

$$+dz\left(\frac{dw}{dt}\right)+u\,dz\left(\frac{dw}{dx}\right)+v\,dz\left(\frac{dw}{dy}\right)+w\,dz\left(\frac{dw}{dz}\right)$$

Voilà donc une équation differentielle, où le tems eſt pris conſtant, & dont il s'agit de trouver l'intégrale. Or il faut remarquer que cette ſeule équation renferme tellement les trois dont elle compoſée, que, dès qu'on aura ſatisfait à celle-cy, les conditions de toutes les trois ſeront remplies. Car, ſi $dS-\frac{dp}{q}$ eſt égal aux trois lignes, en prenant x, y & z variables, la partie de $dS-\frac{dp}{q}$ qui réſulte de la variabi-

riabilité de la ſeule x, qui eſt $P\,dx - \frac{dx}{q}\left(\frac{dp}{dx}\right)$, doit néceſſairement être égale à la premiere ligne, & ainſi des deux autres. Les membres $\left(\frac{du}{dt}\right)$, $\left(\frac{dv}{dt}\right)$, & $\left(\frac{dw}{dt}\right)$, qui ont été trouvés de la variabilité du tems t, puisqu'ils marquent des fonctions finies, n'empêchent pas, que le tems t ne puiſſe à préſent être pris pour conſtant.

XXV. Concevons que cette équation ſoit déjà réſoluë, & on aura trouvé de certaines fonctions finies de x, y, z, & t pour les valeurs des quantités u, v, w, q, & p; qui étant ſubſtituées dans l'équation différentielle, en ſuppoſant le tems t conſtant, produiſent une équation identique. Or, puisque après cette ſubſtitution nous aurons trois ſortes de termes, les uns affectés par dx, les autres par dy, & les troiſiémes par dz, l'identification nous conduit à trois équations; d'où il eſt clair, que quoique nous ne conſidérions qu'une équation différentielle, elle a en effet la force de trois, & qu'elle nous détermine trois de nos inconnuës. Ce qui eſt auſſi clair de là, qu'une équation différentielle à trois variables, comme $L\,dx + M\,dy + N\,dz = 0$ n'eſt poſſible, à moins qu'un certain rapport entre les quantités L, M, & N, n'ait lieu. Mais, comme on n'a encore que fort peu travaillé ſur la réſolution de telles équations differentielles à trois variables, nous ne ſaurions eſperer une ſolution complette de notre équation, avant que les bornes de l'Analyſe ne ſoient étenduës conſidérablement plus loin.

XXVI. Le meilleur parti à prendre ſera donc de bien peſer les ſolutions particuliéres, que nous ſommes en état de donner de notre équation différentielle; car de là nous pourrons juger de la route, qu'il faut prendre pour arriver à une ſolution complette. Or j'ai déjà remarqué que dans le cas, où la denſité q eſt ſuppoſée conſtante, on peut donner une fort belle ſolution, lorsque les viteſſes u, v, & w, ſont telles, que la formule différentielle $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ admet

l'intégration. Suppoſons donc que W ſoit cette intégrale, étant une fonction quelconque de x, y, z, & du tems t, & qu'en la différentiant, ſi l'on prend auſſi t pour variable, on ait :

$$dW = u\,dx + v\,dy + w\,dz + \Pi\,dt.$$

Cela poſé, les quantités u, v, w, & Π, auront tels rapports entr'elles qu'il ſera :

$$\left(\frac{du}{dy}\right)=\left(\frac{dv}{dx}\right) ; \left(\frac{du}{dz}\right)=\left(\frac{dw}{dx}\right) ; \left(\frac{du}{dt}\right)=\left(\frac{d\Pi}{dx}\right)$$

$$\left(\frac{dv}{dz}\right)=\left(\frac{dw}{dy}\right) ; \left(\frac{dv}{dt}\right)=\left(\frac{d\Pi}{dy}\right) ; \left(\frac{dw}{dt}\right)=\left(\frac{d\Pi}{dz}\right).$$

XXVII. Par ces égalités notre équation différentielle pourra être réduite à la forme ſuivante :

$$\begin{aligned} dS - \frac{dp}{q} = {} & + dx\left(\frac{d\Pi}{dx}\right) + u\,dx\left(\frac{du}{dx}\right) + v\,dx\left(\frac{dv}{dx}\right) + w\,dx\left(\frac{dw}{dx}\right) \\ & + dy\left(\frac{d\Pi}{dy}\right) + u\,dy\left(\frac{du}{dy}\right) + v\,dy\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\,dy\left(\frac{dw}{dy}\right) \\ & + dz\left(\frac{d\Pi}{dz}\right) + u\,dz\left(\frac{du}{dz}\right) + v\,dz\left(\frac{dv}{dz}\right) + w\,dz\left(\frac{dw}{dz}\right) \end{aligned}$$

Or puiſque ici le tems t eſt ſuppoſé conſtant, nous aurons pour cette même hypothèſe :

$$dx\left(\frac{d\Pi}{dx}\right) + dy\left(\frac{d\Pi}{dy}\right) + dz\left(\frac{d\Pi}{dz}\right) = d\Pi$$

$$dx\left(\frac{du}{dx}\right) + dy\left(\frac{du}{dy}\right) + dz\left(\frac{du}{dz}\right) = du$$

&c.

donc

donc notre équation ſe changera en celle-cy :

$$dS - \frac{dp}{q} = d\Pi + u\,du + v\,dv + w\,dw,$$

ou $dp = q\,(dS - d\Pi - u\,du - v\,dv - w\,dw)$.

Et partant, ſi la denſité du fluide étoit partout la même, ou $q = g$ on auroit en intégrant :

$$p = g\,(C + S - \Pi - \tfrac{1}{2}uu - \tfrac{1}{2}vv - \tfrac{1}{2}ww).$$

XXVIII. Poſons pour abréger :

$$C + S - \Pi - \tfrac{1}{2}uu - \tfrac{1}{2}vv - \tfrac{1}{2}ww = V,$$

où il faut remarquer que la conſtante C peut bien renfermer le tems t, vû qu'il eſt regardé comme conſtant dans cette intégration, & ayant $dp = q\,dV$, il eſt clair que l'hypotheſe :

$$dW = u\,dx + v\,dy + w\,dz + \Pi\,dt,$$

rend auſſi notre équation différentielle poſſible, lorsque l'élaſticité p dépend d'une maniere quelconque de la ſeule denſité q, ou que q eſt une fonction quelconque de p. Elle devient encore poſſible, quand le fluide n'eſt pas compreſſible, mais la denſité q tellement variable qu'elle eſt une fonction quelconque de la quantité V. Et en général, ſi l'élaſticité p dépend en partie de la denſité q, & d'une autre qualité compriſe dans la lettre r, cette hypotheſe peut auſſi ſatisfaire, pourvû que r ſoit une fonction de V. Or dans tous ces cas, pour que le mouvement puiſſe ſubſiſter avec cette hypotheſe, il faut outre cela que cette condition ait lieu :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) + \left(\frac{d.qv}{dy}\right) + \left(\frac{d.qw}{dz}\right) = 0.$$

XXIX. Cette hypotheſe eſt ſi générale, qu'il paroit, qu'il n'y ait aucun cas, qui n'y ſoit compris, & partant que la formule

mule $dp = qdV$, jointe aux autres équations, qui n'ont presque aucune difficulté, renferme généralement tous les fondemens de la Théorie du mouvement des fluides. Auſſi me ſuis-je uniquement attaché à ce cas dans mon Mémoire latin ſur les principes du mouvement des fluides, où j'ai uniquement conſidéré les fluides incompreſſibles ; & j'ai fait voir que tous les cas, qu'on a traités jusqu'ici, où le fluide ſe meut par des tuyaux quelconques, ſont renfermés dans cette ſuppoſition, & que les vireſſes u, v, & w, y ſont toujours telles, que la formule différentielle $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ dévient intégrable. Cependant j'ai remarqué depuis, qu'il y a auſſi des cas, même lorsque le fluide eſt incompreſſible & homogéne partout, où cette condition n'a point lieu; ce qui ſuffit pour nous convaincre que la ſolution, que je viens de donner, n'eſt que particuliere.

XXX. Pour donner un exemple d'un mouvement réel, qui ſoit parfaitement d'accord avec toutes les formules, que les principes de Mécanique ont fournies, ſans cependant, que la formule $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ ſoit intégable ; ſoit le fluide incompreſſible, & homogene partout, ou q une quantité conſtante $= g$, & qu'il n'y ait point de forces qui y agiſſent, de ſorte que $P = 0$, $Q = 0$, & $R = 0$. Enſuite ſoit $w = 0$, $v = Zx$, & $u = -Zy$, où Z marque une fonction quelconque de $V(xx + yy)$, & il eſt évident que la formule $u\,dx + v\,dy + w\,dz$, qui ſe change en $-Z\,y\,dx + Z\,x\,dy$, n'eſt intégrable qu'au cas $Z = \frac{1}{xx+yy}$. Cependant ces valeurs ſatisfont à toutes nos formules, de ſorte qu'on ne ſauroit révoquer en doute la poſſibilité d'un tel mouvement. Puisque Z eſt fonction de $V(xx + yy)$, ſon différentiel aura telle forme $dZ = L\,x\,dx + L\,y\,dy$, où L ſera encore une certaine fonction de $V(xx + yy)$.

XXXI.

XXXI. De ces valeurs de u, v, & w nous tirons :

$$\left(\frac{du}{dt}\right)=0\,;\ \left(\frac{du}{dx}\right)=-\mathrm{L}xy\,;\ \left(\frac{du}{dy}\right)=-\mathrm{Z}-\mathrm{L}yy\,;\ \left(\frac{du}{dz}\right)=0$$

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)=0\,;\ \left(\frac{dv}{dx}\right)=\mathrm{Z}+\mathrm{L}xx\,;\ \left(\frac{dv}{dy}\right)=+\mathrm{L}xy\,;\ \left(\frac{dv}{dz}\right)=0$$

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)=0\,;\ \left(\frac{dw}{dx}\right)=0\ ;\ \left(\frac{dw}{dy}\right)=0\ ;\ \left(\frac{dw}{dz}\right)=0$$

& à cauſe de $dS=0$, nous aurons cette équation différentielle en poſant le tems t conſtant :

$$-\frac{dp}{g}=\begin{cases}+\mathrm{L}\mathrm{Z}xyydx-\mathrm{Z}\mathrm{Z}xdx-\mathrm{L}\mathrm{Z}xyydx\\-\mathrm{Z}\mathrm{Z}ydy-\mathrm{L}\mathrm{Z}xxydy+\mathrm{L}\mathrm{Z}xxydy\end{cases}=-\mathrm{Z}\mathrm{Z}(xdx+ydy).$$

Ayant donc $dp=g\mathrm{Z}\mathrm{Z}(xdx+ydy)$, puiſque Z eſt ſuppoſée fonction de $V(xx+yy)$, cette équation ſera ſans doute poſſible, & donnera pour intégrale $p=g\int\mathrm{Z}\mathrm{Z}(xdx+ydy)$. On voit que l'équation différentielle ſeroit devenuë poſſible, quand même le fluide auroit été ſollicité par des forces quelconques P, Q, R, pourvû que $Pdx+Qdy+Rdz$, ſoit un différentiel poſſible $=dS$, car alors on auroit $p=gS+g\int\mathrm{Z}\mathrm{Z}(xdx+ydy)$.

XXXII. Comme ces valeurs $u=-\mathrm{Z}y$, $v=\mathrm{Z}x$, & $w=0$, ſatisfont à notre équation différentielle, on verra qu'elles rempliſſent auſſi la condition contenuë dans la formule :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)+\left(\frac{d.qu}{dx}\right)+\left(\frac{d.qv}{dy}\right)+\left(\frac{d.qw}{dz}\right)=0.$$

Car, à cauſe de $q=g$, elle ſera changée en celle-cy :

$$-g\mathrm{L}xy+g\mathrm{L}xy=0$$

qui étant identique ſatisfait aux conditions requiſes. Donc il eſt bien poſſible, qu'un fluide ait un tel mouvement, que les viteſſes de chacun de ſes élémens ſoient : $u=-\mathrm{Z}y$, $v=\mathrm{Z}x$, & $w=0$,

quoiqu'il ne ſoit pas $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ une formule différentielle poſſible; d'où l'on eſt aſſuré, qu'il y a des cas, où le mouvement d'un fluide eſt poſſible, ſans que cette condition, qui paroiſſoit générale, ait lieu. Ainſi la ſuppoſition de la poſſibilité de la formule différentielle $u\,dx + v\,dy + w\,dz$, ne fournit qu'une ſolution particuliere des formules que nous avons trouvées.

XXXIII. Il eſt évident, que le mouvement renfermé dans ce cas ſe réduit à un mouvement de rotation autour de l'axe OC; &, puiſque ce, qui eſt dit de l'axe OC, ſe peut appliquer à tout autre axe fixe, nous concluons qu'il eſt poſſible, qu'un fluide ſollicité par des forces quelconques, dont l'effort eſt $= S$, ait un tel mouvement autour d'un axe fixe, que les viteſſes de rotation ſoient proportionnelles à une fonction quelconque de la diſtance à cet axe. Ainſi poſant s la diſtance de cet axe, & la viteſſe de rotation à cette diſtance $= u$, à cauſe de $xx + yy = ss$, & $ZZss = uu$, la preſſion y ſera exprimée par la hauteur $p = g\,S + g\int \frac{uu\,ds}{s}$. Un tel mouvement, qui repréſente celui d'un tourbillon, eſt donc également poſſible, que ceux qui ſont contenus dans la formule $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ entant qu'elle eſt intégrable. Sans doute y a-t-il encore une infinité d'autres mouvemens, qui ſatisfaiſant à nos formules, ſont auſſi également poſſibles.

XXXIV. Retournons à nos formules générales, & puiſqu'elles ſont un peu trop compliquées, poſons pour abreger:

$$\left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right) = X$$

$$\left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right) = Y$$

$$\left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right) = Z$$

&

& de quelque nature que ſoient les trois forces accélératrices P, Q, & R, à cauſe de $dS = P\,dx + Q\,dy + R\,dz$, il faut que cette équation différentielle, où le tems t eſt ſuppoſé conſtant, ſoit poſſible:

$$\frac{dp}{q} = (P-X)\,dx + (Q-Y)\,dy + (R-Z)\,dz,$$

& outre cela la continuité du fluide exige, qu'il ſoit:

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) + \left(\frac{d.qv}{dy}\right) + \left(\frac{d\,dw}{dz}\right) = 0$$

De quelque maniere qu'on ſatisfaſſe à ces deux équations, on aura toujours un mouvement, qui pourra actuellement avoir lieu dans le fluide.

XXXV. Lorsque le fluide n'eſt pas compreſſible & homogene partout, ou la denſité q conſtante $= g$, il eſt évident, que l'équation différentielle ne ſauroit avoir lieu, à moins que le différentiel:

$$(P-X)\,dx + (Q-Y)\,dy + (R-Z)\,dz,$$

ne ſoit poſſible ou complet, c'eſt à dire, à moins qu'il ne réſulte par la différentiation actuelle de quelque fonction finie des variables x, y, & z, laquelle peut bien renfermer le tems t, quoiqu'il ſoit ſuppoſé conſtant dans la différentiation. Il eſt de même évident, que cette formule différentielle doit être poſſible ou complette, lorsque le fluide eſt compreſſible, & que la denſité q eſt exprimée par une fonction quelconque de l'élaſticité p. Dans l'un & l'autre cas, ſi nous poſons V pour la quantité finie, dont le différentiel ſoit:

$$dV = (P-X)\,dx + (Q-Y)\,dy + (R-Z)\,dz,$$

notre équation différentielle fournira, ou $\frac{p}{g} = V$, ou $\int \frac{dp}{q} = V$. Or, pour que le mouvement ſoit poſſible, il faut outre cela que l'autre condition tirée de la continuité, ſoit remplie.

XXXVI. Si le fluide n'eſt pas compreſſible, mais que ſa denſité q ſoit variable, & exprimée par une fonction quelconque du lieu,

ou

ou des trois coordonnées x, y, z, & du tems t, il ne ſuffit pas que la formule :

$$(P-X)dx + (Q-Y)dy + (R-Z)dz = dV$$

ſoit intégrable, mais il faut outre cela que l'intégrale V ſoit une fonction de q ; car ayant $\frac{dp}{q} = dV$, ou $dp = q\,dV$, il eſt clair que la preſſion p ne ſauroit avoir une valeur déterminée, à moins que la formule $q\,dV$ ne ſoit intégrable. Mais je remarque de plus, qu'il n'eſt pas néceſſaire dans ce cas, que la formule :

$$(P-X)\,dx + (Q-Y)\,dy + (R-Z)\,dz$$

ſoit intégrable, pourvû qu'elle ſoit telle, qu'étant multipliée par une certaine fonction U, elle devienne intégrable. Soit donc

$$U(P-X)dx + U(Q-Y)dy + U(R-Z)dz = dW,$$

& puisque nous avons $\frac{dp}{q} = \frac{dW}{U}$, ou $dp = \frac{q\,dW}{U}$, il ſuffit pour la poſſibilité de cette équation, que W ſoit une fonction de $\frac{q}{U}$, ou que W ſoit une fonction de nulle dimenſion des quantités q & U.

XXXVII. Mais, en général de quelque maniere que l'élaſticité p dépende tant de la denſité q, que d'une autre qualité exprimée par r, fonction quelconque des coordonnées x, y, z, qui pourroit encore renfermer le tems t, il eſt clair de notre équation $q = \frac{dp}{dV}$, que le différentiel dp doit toujours être diviſible par dV, où dV marque non tant un différentiel réel, que cette formule :

$$(P-X)\,dx + (Q-Y)\,dy + (R-Z)\,dz,$$

& cela tellement, que par la diviſion les différentiels dx, dy, & dz ſortent entièrement du calcul : car tant p que q doivent toujours être exprimés par des fonctions finies de x, y, & z, ſans que leurs

diffé-

différentiels y entrent. Or cela ne ſauroit arriver, à moins qu'il n'y eut une fonction U, par laquelle la formule dV étant multipliée devienne intégrable: car poſant cette intégrale $\int U dV = W$, il eſt clair que p doit être une fonction de W, pour que la formule $\frac{dp}{dV}$ obtienne une valeur déterminée, telle qu'il convient à la denſité q.

XXXVIII. Puisque $UdV = dW$, nous aurons $q = \frac{Udp}{dW}$; donc, ſi nous prenons pour W une fonction quelconque des coordonnées x, y, & z, renfermant le tems t parmi les quantités conſtantes, & que nous poſions p égale à une fonction quelconque de W, ſavoir $p = \Phi, W$, & $dp = dW.\Phi', W$, nous aurons $q = U.\Phi', W$; donc $U = \frac{q}{\Phi', W}$. Et partant, de quelque maniere que la denſité q ſoit donnée par l'élaſticité p, & quelqu'autre fonction r des coordonnées x, y, & z, nous en tirerons la valeur de $U = \frac{q}{\Phi', W}$, & par conſéquent celle de $dV = \frac{dW.\Phi', W}{q}$, qui nous fournit enſuite cette équation:

$$(P-X)dx + (Q-Y)dy + (R-Z)dz = \frac{dW.\Phi', W}{q} = \frac{dp}{q},$$

d'où l'on obtiendra les valeurs X, Y, Z, desquelles enfin il faut chercher les valeur des viteſſes u, v, & w: & quand celles-cy ſatisfont outre cela à la condition de la continuité, on aura un cas d'un mouvement poſſible du fluide.

XXXIX. Voilà donc à quoi ſe réduit la quéſtion ſur la nature de la formule:

$$(P-X)dx + (Q-Y)dy + (R-Z)dz.$$

Lorsque la denſité q eſt conſtante, où qu'elle dépend uniquement de l'élaſticité p, il faut que cette formule ſoit abſolument intégrable, & pour cet effet il s'agit de déterminer des valeurs convenables pour les trois viteſſes u, v, & w. Or, lorsque la denſité q dépend d'une fonction donnée du lieu & du tems, la formule doit être telle, qu'étant multipliée par une certaine fonction donnée U, elle devienne intégrable. Dans l'un & l'autre cas donc les viteſſes u, v, & w, doivent être telles que cette équation :

$$(P - X)dx + (Q - Y)dy + (R - Z)dz = 0$$

devienne poſſible : or on fait les conditions, ſous leſquelles une équation différentielle entre trois variables devient poſſible; & ayant ſatisfait à cette condition, il faut encore ſatisfaire à celle que la continuité exige.

XL. Ce ſont les conditions, par leſquelles doivent être limitées les fonctions qui expriment les trois viteſſes u, v, & w, & toute la recherche ſur le mouvement des fluides revient à ce qu'on détermine en général la nature de ces fonctions, par leſquelles les conditions de notre équation différentielle, & de la continuité ſoient remplies. Or puiſque les quantités X, Y, & Z, dépendent non ſeulement des viteſſes u, v, & w mêmes, mais auſſi de leur variabilité par rapport à chacune des coordonnées, x, y, & z, & encore du tems t, cette recherche paroit la plus profonde, qui ſe puiſſe trouver dans l'Analyſe : & s'il ne nous eſt pas permis de pénétrer à une connoiſſance complette ſur le mouvement des fluides, ce n'eſt pas à la Mécanique, & à l'inſuffiſance des principes connus du mouvement, qu'il en faut attribuer la cauſe ; mais l'Analyſe même nous abandonne ici, attendu que toute la theorie du mouvement des fluides vient d'être réduite à la réſolution des formules analytiques.

XLI. Comme une ſolution générale doit être jugée impoſſible par le défaut de l'Analyſe, nous devons nous contenter de la connoiſſance de quelques cas particuliers, & cela d'autant plus, puiſque le déve-

dévelopement de pluſieurs cas ſemble l'unique moyen de nous conduire enfin à une plus parfaite connoiſſance. Or le cas le plus ſimple qu'on puiſſe imaginer, eſt ſans doute lorsqu'on met les trois viteſſes u, v, & w égales à zero, ce qui eſt le cas, où le fluide demeure dans un parfait repos & que j'ai traité dans mon Mémoire précédent. Or nos formules trouvées pour le mouvement en général renferment auſſi le cas d'équilibre: car puisque $X = 0$, $Y = 0$, & $Z = 0$, nous aurons : $\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz$, & $\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$, d'où nous voyons d'abord que la denſité q ne ſauroit dépendre du tems t, ou qu'elle doit demeurer toujours la même au même endroit. Enſuite les forces P, Q, R, doivent être telles que la formule différentielle $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$ devienne, ou intégrable, lorsque q eſt conſtante, ou dépendante uniquement de l'élaſticité p; ou telle qu'étant multipliée par une certaine fonction elle devienne intégrable.

XLII. Dans mon Mémoire ſur l'équilibre des fluides, je n'avois conſidéré que les cas des forces ſollicitantes P, Q, R, où la formule différentielle $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$ devient intégrable, puisque ce cas paroiſſoit le ſeul qui pût avoir lieu dans la Nature. En effet ſi la denſité q eſt, ou conſtante, ou qu'elle dépende uniquement de la preſſion p, le fluide ne ſauroit jamais être en équilibre, à moins que cette condition des forces ſollicitantes n'ait lieu. Mais, en cas qu'il fut poſſible que les forces ſollicitantes tinſſent une autre loi, il pourroit y avoir un équilibre, pourvû qu'elles fuſſent telles, qu'il y eut une fonction U, qui étant multipliée par la formule $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$ la rende intégrable, ou bien que l'équation différentielle $P\,dx + Q\,dy + R\,dz = 0$ devienne poſſible; car alors, ſi la denſité q eſt exprimée par cette fonction U, ou par un produit de cette fonction U par une fonction quelconque de l'élaſticité p, l'équilibre pourra également avoir lieu. Or, comme tels cas ne ſont peut-être pas poſſibles, je ne m'arrête pas à les développer plus amplement.

XLIII. Après le cas d'équilibre l'état le plus ſimple, qui ſauroit ſubſiſter dans le fluide, eſt celui où le fluide tout entier eſt porté d'un mouvement uniforme ſuivant la même direction. Voyons donc comment cet état eſt contenu dans nos deux formules. Or dans ce cas les trois viteſſes étant conſtantes, poſons : $u = a$; $v = b$; & $w = c$; & nous aurons : $X = 0$; $Y = 0$; & $Z = 0$; d'où nos deux équations ſe changeront dans les ſuivantes :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz,$$

$$\& \quad \left(\frac{dq}{dt}\right) + a\left(\frac{dq}{dx}\right) + b\left(\frac{dq}{dy}\right) + c\left(\frac{dq}{dz}\right) = 0,$$

où il eſt clair que, ſi la denſité q étoit conſtante, la condition de la derniere équation ſeroit remplie ; mais que la premiere ne ſauroit ſubſiſter, à moins que la formule $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$ n'admit l'intégration, tout comme ſi le fluide étoit en repos : & il eſt naturel qu'un tel mouvement ne ſauroit rien changer dans la preſſion.

XLIV. Mais ſi la denſité q n'eſt pas conſtante, voyons d'abord quelle fonction de x, y, z, & t elle doit être, pour que la ſeconde équation ſoit ſatisfaite. Voilà donc une queſtion analytique bien curieuſe, par laquelle on demande quelle fonction de x, y, z, & t, doive être priſe pour q, afin qu'il devienne :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + a\left(\frac{dq}{dx}\right) + b\left(\frac{dq}{dy}\right) + c\left(\frac{dq}{dz}\right) = 0,$$

& la ſolution de cette queſtion paroit bien difficile étant priſe dans toute ſon étenduë poſſible. Mais, puiſque dans le cas de $a = 0$, $b = 0$, $c = 0$, la quantité q ſeroit une fonction quelconque de x, y, & z, ſans renfermer le tems t, ſi nous ramenons ce cas à celui de repos en imprimant à l'eſpace un mouvement égal & contraire, il eſt évident qu'après le tems t les coordonnés x, y, & z, ſeront transformées par le changement en $x - at$, $y - bt$, $z - ct$, d'où nous concluons qu'on ſatisfera à notre équation en prenant pour q une fonction quelcon-

conque des trois quantités $x-at$; $y-bt$; $z-ct$. Et en effet on s'aſſure aiſément, qu'une telle fonction ſatisfait, puisqu'il y aura:

$$dq = \mathrm{L}(dx-adt)+\mathrm{M}(dy-bdt)+\mathrm{N}(dz-cdt),$$

& partant:

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)=-a\mathrm{L}-b\mathrm{M}-c\mathrm{N};\ \left(\frac{dq}{dx}\right)=\mathrm{L};\ \left(\frac{dq}{dy}\right)=\mathrm{M};\ \&\ \left(\frac{dq}{dz}\right)=\mathrm{N}.$$

XLV. Or, pour ſatisfaire à la premiere équation, il faut, comme j'ai déjà remarqué, que la formule différentielle $\mathrm{P}dx+\mathrm{Q}dy+\mathrm{R}dz$ ſoit telle, qu'étant multipliée par une certaine fonction U elle devienne intégrable. Soit donc $\int \mathrm{U}(\mathrm{P}dx+\mathrm{Q}dy+\mathrm{R}dz = \mathrm{W}$, où la conſtante qui entre par l'intégration renferme auſſi d'une maniere quelconque le tems t, & il eſt clair que la formule $\mathrm{P}dx+\mathrm{Q}dy+\mathrm{R}dz$ admettra auſſi l'intégration, étant multipliée par $\mathrm{U}f,\mathrm{W}$, où U & W ſont des fonctions connuës, puisque les forces ſollicitantes ſont ſuppoſées connuës. Donc, ſi q ne dépend point de p, il faut qu'il y ait $q = \mathrm{U}f,\mathrm{W}$, d'où l'on doit déterminer la fonction des trois quantités $x-at$; $y-bt$; & $z-ct$; afin qu'elle ſoit reductible à la forme $\mathrm{U}f,\mathrm{W}$. Or ſi q dépend uniquement de p, il faut que la formule $\mathrm{P}dx+\mathrm{Q}dy+\mathrm{R}dz$, ſoit abſolument intégrable, ou bien $\mathrm{U}=1$, & alors, puisque p ſera trouvée égale à une fonction de W, la denſite q en ſera auſſi fonction; qui devant auſſi être fonction des quantités $x-at$; $y-bt$; $z-ct$; on en déduira la nature de cette fonction.

XLVI. Mais on voit qu'en général la preſſion p doit toujours être une fonction de W, puisque d'ailleurs la denſité q, ne ſauroit être une fonction finie. Soit donc $p = f,\mathrm{W}$, & $dp = d\mathrm{W}.f',\mathrm{W}$, d'où à cauſe de $\mathrm{P}dx+\mathrm{Q}dy+\mathrm{R}dz = \frac{d\mathrm{W}}{\mathrm{U}}$, on aura $q = \mathrm{U}f',\mathrm{W}$. Ce cas ne ſauroit donc ſubſiſter, à moins que la denſité q ne ſoit proportionnelle au produit de la quantité U par une fonction de la preſſion p, ou bien au produit d'une telle quantité $\mathrm{U}\phi,\mathrm{W}$, par une

fonction quelconque de p, prenant Φ, W, pour marquer une fonction donnée de W. Soit par exemple $q = pp\,U\,\Phi$, W, & on aura f', $W = \frac{d(f, W)}{dW} = (f, W).^2\Phi$, W, d'où l'on trouvera que la fonction inconnuë f, W eſt compoſée de W : car dans cet exemple on aura $\frac{1}{f, W} = -\int dW, \Phi W = \frac{1}{p}$: & de là on exprimera p par W, & partant auſſi la valeur de q ſera connuë. Laquelle, quand elle ſera réductible à la forme d'une fonction des quantités $x - at$, $y - bt$, $z - ct$, l'état ſuppoſé du fluide ſera poſſible, & on en connoitra la preſſion & la denſité pour tout tems & à chaque endroit.

XLVII. Un exemple éclaircira mieux ces opérations, leſquelles, puiſque nous n'y ſommes pas encore aſſés accoutumés, pourroient paroitre trop obſcures. Soit donc $P = y$, $Q = -x$, & $R = 0$, & ayant $\frac{dp}{q} = ydx - xdy$, nous aurons $U = \frac{1}{yy}$, & $W = \frac{x}{y} + T$, où T marque une fonction quelconque du tems t. Soit de plus $q = \frac{pp}{yy}$, & puiſque $\frac{dp}{pp} = \frac{ydx - xdy}{yy}$, nous obtiendrons $\frac{1}{p} = \Theta - \frac{x}{y}$, & $p = \frac{y}{\Theta y - x}$, où la conſtante Θ renferme auſſi le tems t. Nous aurons donc $q = \frac{1}{(\Theta y - x)^2}$, qui devant être fonction de $x - at$, & $y - bt$, puiſque z n'y entre pas, cela ne ſauroit arriver autrement, que prenant $\Theta = \frac{a}{b}$; & alors nous aurons $q = \frac{bb}{(ay - bx)^2}$, & $p = \frac{by}{ay - bx}$. Donc, ni la preſſion, ni la denſité, ne dépendent point du tems, & ſeront au même endroit conſtamment les mêmes. Cet exemple fait voir, comment en d'autres cas qu'on voudra imaginer, le calcul doit être manié.

XLVIII.

XLVIII. Ayant expédié ce cas, où les trois viteſſes ſont conſtantes, ſuppoſons maintenant, que deux viteſſes v & w évanouiſſent, ce qui donnera le cas, où toutes les particules du fluide ſe meuvent ſuivant la direction de l'axe OA, de ſorte que le chemin décrit par chacune ſoit une ligne droite parallele à l'axe OA ; ce cas différe du précédent, puisque nous conſidérons la viteſſe u, comme variable, tant par rapport au lieu qu'au tems. Ayant donc

$$X = \left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right); \quad Y = 0; \quad Z = 0;$$

nos deux équations ſeront :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - dx\left(\frac{du}{dt}\right) - u\,dx\left(\frac{du}{dx}\right),$$

$$\& \qquad \left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) = 0.$$

Cette derniere équation nous donne d'abord à connoitre, que cette formule $q\,dx - qu\,dt$ doit être intégrable : or, par rapport à cette intégration les quantités y & z, ſont regardées comme conſtantes : il faut donc que q multiplié par $dx - u\,dt$ devienne une formule différentielle complette, ou intégrable.

XLIX. Si la denſité du fluide eſt partout & toujours la même ou q une quantité conſtante $= g$, puisqu'alors $\left(\frac{du}{dx}\right) = 0$, il eſt clair que la viteſſe u, doit être indépendante de la variable x. Soit donc u une fonction quelconque des deux autres coordonnées y, z, & du tems t, & notre équation différentielle ſera :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - dx\left(\frac{du}{dt}\right),$$

où le tems t eſt ſuppoſé conſtant : il faut donc que cette formule ſoit intégrable. Donc, ſi la formule tirée des forces ſollicitantes $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$ eſt intégrable d'elle même, il faut que

dx

$dx\left(\frac{du}{dt}\right)$ le ſoit auſſi. Or puiſque $\left(\frac{du}{dt}\right)$ ne renferme pas x, s'il y avoit des y, & z, la formule $dx\left(\frac{du}{dt}\right)$ ne ſauroit être intégrable : il faut donc que $\left(\frac{du}{dt}\right)$ ne renferme point y & z. Que Z ſoit une fonction quelconque de y & z, & T une du ſeul tems t, & la valeur $u = Z + T$ ſatisfera à cette condition, d'où l'on tirera à cauſe de $Pdx + Qdy + Rdz = dV$ & $\left(\frac{du}{dt}\right) = \left(\frac{dT}{dt}\right)$, cette équation intégrale $\frac{p}{q} = V - x\left(\frac{dT}{dt}\right) + \text{Conſt.}$

L. Pour développer mieux ce cas, il faut remarquer que chaque particule du fluide Z, n'a d'autre mouvement que ſelon la direction ZP parallele à l'axe ZA, & partant chaque élément du fluide décrira par ſon mouvement une ligne droite parallele à cet axe, de ſorte que pour le même élément les deux coordonnées y & z ne changent point de valeur. Donc, ou le mouvement de chaque particule ſera uniforme, ou changera avec le tems d'une telle maniere, que toutes les particules ſubiſſent à chaque inſtant des changemens égaux dans leurs mouvemens, ce qui eſt évident par la formule $u = Z + T$. Or pour l'état de preſſion ayant cette formule $p = gV - gx\left(\frac{dT}{dt}\right) + \text{Conſt.}$ où la conſtante peut renfermer le tems t d'une maniere quelconque, elle dépend, outre de l'effort des forces V, encore de ce changement de viteſſe, que chaque élément du fluide ſubit ; & outre cela elle peut varier avec le tems d'une maniere quelconque.

LI. Ce cas me fournit l'occaſion d'éclaircir quelques doutes, qui doivent ſe préſenter naturellement, & dont l'explication ſera très importante dans la théorie, tant de l'équilibre que du mouvement des flui-

fluides. D'abord on ſera ſurpris, qu'un changement dans la viteſſe du fluide puiſſe avoir lieu, ſans que les forces ſollicitantes P, Q, R, concourent à le produire ; puiſqu'on voit que ce changement ſuppoſé pourroit ſubſiſter, quand même les forces ſollicitantes évanouïroient, & on demandera avec raiſon par quelle cauſe ce changement eſt produit. Enſuite il ſemble auſſi paradoxe, que la preſſion puiſſe varier à chaque inſtant d'une maniére quelconque, & cela indépendamment du dit changement, auquel le mouvement eſt aſſujetti. Cette derniere difficulté ſubſiſte même dans l'état d'équilibre : car en faiſant évanouïr les trois viteſſes u, v, w, on a pour les fluides incompreſſibles cette équation intégrale $\frac{p}{g} = V + \text{Conſt.}$ où la conſtante peut renfermer le tems t d'une maniere quelconque.

LII. Pour mieux comprendre cela, on n'a qu'à concevoir une maſſe déterminée, & renfermée dans un vaiſſeau ; & il eſt clair que l'état de preſſion ne dépend pas ſeulement des forces ſollicitantes, mais auſſi des forces étrangeres, qui peuvent agir ſur le vaiſſeau. Car, quand même il n'y auroit point de forces ſollicitantes, par le moyen d'un piſton dont on agiroit ſur le fluide, on pourroit produire ſucceſſivement tous les états poſſibles de preſſion ſans que l'équilibre en fût troublé : or c'eſt ce que notre formule, qui devient dans ce cas, $\frac{p}{g} =$ fonction du tems t, nous donne à connoître ; d'où nous voyons, que l'état de preſſion peut varier à chaque inſtant, & cela indépendamment de l'équilibre. Mais, connoiſſant pour chaque inſtant la preſſion à un endroit quelconque, les preſſions en tous les autres endroits en ſeroit déterminées ; & puiſqu'il pourroit arriver, que le piſton fut pouſſé tantôt avec plus, tantôt avec moins de forces, il faut que le calcul montre tous ces changemens poſſibles : & la même variabilité doit auſſi avoir lieu, quand le fluide eſt ſollicité par des forces accélératrices quelconques, de ſorte qu'à chaque inſtant l'état de preſſion eſt indéterminé, & dépend de la force qui agit alors ſur le piſton.

LIII. Voilà donc une différence très eſſentielle entre les forces accélératrices, qui agiſſent ſur tous les élémens du fluide, & entre la force d'un piſton, dont le fluide eſt pouſſé: ce ne ſont que les forces accélératrices, qui entrent dans notre équation différentielle, & la force du piſton n'entre dans le calcul, qu'après qu'on aura intégré, & n'affecte que la conſtante, que l'intégration entraine ; qu'il faut par conſéquent en chaque cas déterminer en ſorte, qu'à l'endroit du piſton la preſſion devienne préciſément égale à la force, dont le piſton eſt pouſſé à chaque moment : & c'eſt à cauſe de cela, que ladite conſtante renferme le tems, pour qu'on la puiſſe varier avec le tems à volonté, ſelon que les circonſtances l'exigent. Cette variabilité peut toujours être repréſentée par l'action d'un piſton ; car de quelque nature que puiſſe être un cas propoſé, pour qu'il ſoit déterminé, il faut toujours ſuppoſer, que du moins à un endroit du fluide la preſſion ſoit connuë à chaque inſtant : & c'eſt de cette circonſtance, qu'il faut tirer la détermination de la conſtante introduite dans le calcul par l'intégration de notre équation différentielle.

LIV. Mais pour notre cas du mouvement expliqué §. 49. ſuppoſons auſſi les forces accélératrices évanouïſſantes, ou $V = o$, & pour rendre le cas tout à fait déterminé, ſuppoſons $u = a + \alpha y + \xi t$, & nous aurons pour ce cas cette équation qui détermine la preſſion $\frac{p}{g} = \text{Conſt.} - \xi x$. Suppoſons de plus cette conſtante $= \gamma + \delta t$, de ſorte que $\frac{p}{g} = \gamma + \delta t - \xi x$, & voyons ſous quelles conditions ce mouvement puiſſe avoir lieu. Puisque chaque élément du fluide ſe meut ſelon la direction de l'axe OA, ce mouvement ne ſauroit avoir lieu, que dans un tuyau cylindrique couché ſelon la même direction.

Fig. 4. Soit ABIO ce tuyau, & qu'au commencement, où $t = o$, le fluide en ait rempli la portion ABCD, terminée par les ſections AB, & CD, perpendiculaires au tuyau. Comptons les abſciſſes x depuis le point A, ſur la droite AI, & ſur la baſe AB la preſſion étoit partout

$p =$

$p = \gamma g$: & ſur l'autre baſe $CD = g\gamma - \varepsilon g.AC$; mais au dedans du fluide, à un endroit quelconque Z, poſant $AP = x$; $PZ = y$; la preſſion étoit $= \gamma g - \varepsilon g x$. On ne ſauroit donc concevoir le fluide dans le tuyau plus étendu que jusqu'en CD, prenant $AC = \frac{\gamma}{\varepsilon}$, afin que la preſſion en CD ne devienne négative.

LV. Poſons pour cette maſſe déterminée de fluide la longueur $AC = b$, la largeur $AB = CD = c$, la hauteur n'entrant pas en conſidération, puisque, ni les viteſſes, ni les preſſions, ne dépendent point de la troiſième coordonnée z, & prenant $\gamma = \varepsilon b$, dans l'état initial ABCD, la preſſion ſur la baſe AB étoit $= \varepsilon bg$, ſur la baſe $CD = 0$, & à un point quelconque $Z = \varepsilon g(b - x) = \varepsilon g.CP$. Or dans cet état nous ſuppoſons, que le fluide ait un tel mouvement ſelon la direction du tuyau, que la viteſſe ſur la ligne AC ſoit $= a$, ſur la ligne $BD = a + \alpha c$, & ſur une ligne quelconque QR parallele à la direction du tuyau $= a + \alpha y$, poſant $AQ = CR = y$. Nous concevons donc, que par une cauſe quelconque ait été imprimé au fluide ce mouvement, & qu'il ſoit pouſſé au premier inſtant ſur la ſurface AB par le moyen d'un piſton, par la force indiquée εbg, l'autre baſe CD n'étant aſſujettie à aucune preſſion. Mais dans les inſtans ſuivans les forces qui agiſſent ſur les faces extrêmes pourroient varier à volonté : or cette variabilité eſt déterminée par les hypothéſes, que nous venons d'établir ; voyons donc comment en vertu de ces hypotheſes le mouvement du fluide ſera continué.

LVI. Après un tems écoulé $= t$, tous les élémens du fluide, qui ſe trouvent ſur la ligne QR, auront une viteſſe ſelon cette même direction $= a + \alpha y + \varepsilon t$, par laquelle ils parcourront dans l'inſtant dt l'eſpace $(a + \alpha y + \varepsilon t)dt$; ils auront donc parcouru depuis le commencement l'eſpace $= at + \alpha yt + \frac{1}{2}\varepsilon tt$; & partant la filée du fluide qui étoit au commencement en QR, ſe trouvera à préſent avancée en qr, ayant parcouru l'eſpace $Qq = at + \alpha yt + \frac{1}{2}\varepsilon tt$.

Donc le fil A C ſera parvenu en ac, ayant parcouru l'eſpace $Aa = at + \frac{1}{2}\mathfrak{G}tt$, & le fil BD en bd, ayant parcouru l'eſpace $Bb = at + \alpha ct + \frac{1}{2}\mathfrak{G}tt$; de ſorte que la maſſe fluide ſera maintenant terminée par les faces ab & cd, droites, mais obliques à la direction du tuyau. Or il faut qu'à préſent la preſſion ſur la face ab en q ſoit $= g(\mathfrak{G} + \delta t - \mathfrak{G}.Qq) = g(\mathfrak{G}b + \delta t - \mathfrak{G}at - \alpha\mathfrak{G}yt - \frac{1}{2}\mathfrak{G}\mathfrak{G}tt)$,

& ſur la face cd en

$$r = g(\mathfrak{G}b + \delta t - \mathfrak{G}.Qr) = g(\delta t - \mathfrak{G}at - \alpha\mathfrak{G}yt - \tfrac{1}{2}\mathfrak{G}\mathfrak{G}tt).$$

Il faut donc concevoir des piſtons, qui agiſſent avec ces forces ſur les deux extrémités ab & cd, & puiſque ces preſſions ne ſont pas les mêmes par toute l'étenduë de ces faces, il faut concevoir des piſtons flexibles & pliables, par le moyen desquels ces preſſions puiſſent être exécutées.

LVII. Ce mouvement demeureroit le même, ſi dans l'intégration de la preſſion p, nous euſſions pris au lieu de δt une fonction quelconque de t; mais alors l'état de preſſion dans la maſſe fluide deviendroit différent à chaque inſtant, ſans que le mouvement ſuppoſé même du fluide en ſouffrit quelque altération. Poſons donc $\delta t = \mathfrak{G}at + \alpha\mathfrak{G}ct + \frac{1}{2}\mathfrak{G}\mathfrak{G}tt$, & après le tems t la preſſion à un point quelconque q de la face ab, ſera $= g[\mathfrak{G}b + \alpha\mathfrak{G}(c-y)t]$, & dans un point quelconque z, ſur la ligne qr, la preſſion ſera $g[\mathfrak{G}b + \alpha\mathfrak{G}(c-y)t - \mathfrak{G}.qz]$, d'où la preſſion à l'autre extrémité r ſera $= \alpha\mathfrak{G}g(c-y)t$. Donc, ſur la face ab, la preſſion ſera en $a = \mathfrak{G}g(b + \alpha ct)$; & en $b = \mathfrak{G}gb$: mais ſur l'autre face cd, la preſſion ſera en $c = \alpha\mathfrak{G}gct$, & en $d = 0$. Au reſte chaque fil QR ſe mouvra ſelon ſa propre direction d'un mouvement uniformement accéléré, ou recevra en tems égaux des accroiſſemens égaux de viteſſe. Le dévelopement de ce cas particulier peut ſervir pour éclaircir le calcul qu'on aura à faire pour tous les autres cas.

LVIII. Arrêtons-nous encore au cas propoſé (§. 48.), & ſuppoſons la denſité q conſtante $= g$: mais prenons les forces P, Q, R, telles,

telles, que le fluide ne ſauroit jamais être à l'équilibre. Soit pour cet effet $P = o$, $Q = -\frac{x}{a}$, & $R = -\frac{x}{a}$, & poſons $u = b + \frac{(y+z)t}{a}$, pour avoir $\left(\frac{du}{dx}\right) = o$, & $\frac{dp}{g} = -\frac{x\,dy - x\,dz}{a} - \frac{y\,dx - z\,dx}{a}$, d'où nous tirons en intégrant $\frac{p}{g} = \text{Conſt.} - \frac{xy - xz}{a}$, où la conſtante peut renfermer le tems d'une maniere quelconque. Il n'eſt donc pas poſſible, que toute la maſſe du fluide demeure jamais en repos; car, quoique nous poſions $b = o$, pour avoir le fluide en repos au commencement $t = o$, auſſi-tôt après le premier inſtant il ſera agité, & il n'y aura que les élémens, où $y = o$, ou $z = o$, ou $y + z = o$, qui demeureront en repos: tous les autres recevront un mouvement, ou en avant, ou en arrière, ſelon que $y + z$, aura une valeur poſitive, ou négative. On déterminera auſſi aiſément les preſſions réquiſes pour maintenir ce mouvement ſuppoſé.

LIX. Mais que la denſité ne ſoit plus conſtante, mais variable, ou le fluide compreſſible, & pour que $q\,dx - q\,u\,dt$ devienne une différentiel complet, on peut prendre pour u une fonction quelconque des variables x, y, z, & t; car puiſque ici on ne regarde que les deux x & t comme variables, & les deux autres y & z comme conſtantes, on pourra toujours aſſigner une quantité s, telle que $s(dx - u\,dt)$ devienne intégrable. Soit S cette intégrale, & cette condition ſera remplie, lorſqu'on prend $q = sf : S$, ſuppoſant $S = \int s(dx - u\,dt)$. Maintenant il faut de plus, que cette équation différentielle ſoit intégrable :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - dx\left(\frac{du}{dt}\right) - u\,dx\left(\frac{du}{dx}\right),$$

où je remarque que ſi les forces P, Q, R, étoient évanouïſſantes, la preſſion p deviendroit fonction de x & de t, & partant cette

quantité $q\left(\left(\frac{du}{dt}\right)+u\left(\frac{du}{dx}\right)\right)$, ne devroit renfermer que les deux variables x & t, d'où la nature de la fonction u, entant qu'elle peut renfermer y & z, doit être déterminée.

LX. Quoique j'aye fuppoſé ici $v=0$ & $w=0$, ces formules renferment tous les cas, où le mouvement de toutes les particules du fluide ſuit toujours la même direction; car on n'aura qu'à prendre l'axe OA ſur cette même direction. Or de là nous pourrons réciproquement réſoudre nos formules, lorſque la direction du mouvement eſt oblique à la poſition des trois axes, ce qui ne manquera pas de nous fournir quelques éclairciſſemens dans cette Analyſe. Pour cet effet conſidérons la viteſſe vraye d'une particule quelconque Z du fluide qui ſoit $=s$, & puisque ſa direction eſt donnée à l'égard des trois axes, les viteſſes dérivées y tiennent des rapports donnés. Soit donc : $u=\alpha s$; $v=\varepsilon s$; & $w=\gamma s$;

& poſant $ds=K\,dt+L\,dx+M\,dy+N\,dz$, nous aurons:

$$X=\alpha K+\alpha\alpha L+\alpha\varepsilon M+\alpha\gamma N$$
$$Y=\varepsilon K+\alpha\varepsilon L+\varepsilon\varepsilon M+\varepsilon\gamma N$$
$$Z=\gamma K+\alpha\gamma L+\varepsilon\gamma M+\gamma\gamma N.$$

Donc, ſi nous poſons pour abréger $K+\alpha L+\varepsilon M+\gamma N=O$, ayant $X=\alpha O$, $Y=\varepsilon O$, $Z=\gamma O$, nos équations feront :

$$\frac{dp}{q}=P\,dx+Q\,dy+R\,dz-O(\alpha\,dx+\varepsilon\,dy+\gamma\,dz)$$

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)+\alpha\left(\frac{d.qs}{dx}\right)+\varepsilon\left(\frac{d.qs}{dy}\right)+\gamma\left(\frac{d.qs}{dz}\right)=0.$$

LXI. Soit d'abord la denſité $q=g$, & pour ſatisfaire à cette égalité $\alpha\left(\frac{ds}{dx}\right)+\varepsilon\left(\frac{ds}{dy}\right)+\gamma\left(\frac{ds}{dz}\right)=0$, nous avons vû dans le §. 44. que la quantité s doit être une fonction quelconque des quantités

tités $\alpha y - \zeta x$ & $\alpha z - \gamma x$, ou $\zeta z - \gamma y$, & qui puiſſe outre cela renfermer le tems t d'une maniere quelconque. Soit donc v une fonction quelconque des quantités $\alpha y - \zeta x$, $\alpha z - \gamma x$, & t, puisque la formule $\zeta z - \gamma y$ eſt déjà formée des deux autres, & on comprend aiſément de là, que dans chaque inſtant la viteſſe des particules qui ſe trouvent dans une même ligne droite, parallele à la direction du mouvement, eſt par tout la même, tout comme la nature de l'hypotheſe exige. Donc le différentiel de v aura une telle forme:

$$dv = F\,dt + G(\alpha\,dy - \zeta\,dx) + H(\alpha\,dz - \gamma\,dx),$$

de ſorte que:

$$K = F;\ L = -\zeta G - \gamma H;\ M = \alpha G;\ \&\ N = \alpha H;$$

& partant $O = F$ fonction de $\alpha y - \zeta x$, $\alpha z - \gamma x$, & de t: d'où l'équation différentielle qui reſte à réſoudre, ſera:

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - F(\alpha\,dx + \zeta\,dy + \gamma\,dz).$$

LXII. Le tems t étant ici ſuppoſé conſtant, ſi la formule $P\,dx + Q\,dy + R\,dz = dV$, & intégrable d'elle-même, il faut que l'autre partie $F(\alpha\,dx + \zeta\,dy + \gamma\,dz)$ le ſoit auſſi; ce qui ne ſauroit arriver, à moins que F ne ſoit une fonction de $\alpha x + \zeta y + \gamma z$, & du tems t. Mais il faut de plus que F ſoit auſſi une fonction des quantités $\alpha y - \zeta x$, $\alpha z - \gamma x$, & du tems t: donc puisque la formule $\alpha x + \zeta y + \gamma z$, n'eſt pas compoſée des formules $\alpha y - \zeta x$, & $\alpha z - \gamma x$, il eſt évident que la quantité F doit être fonction du ſeul tems t. Par conſéquent la viteſſe v ſera en ſorte $v = Z + T$, où Z marque une fonction quelconque des deux quantités $\alpha y - \zeta x$, & $\alpha z - \gamma x$, ſans renfermer le tems t, & T eſt une fonction quelconque du ſeul tems t, de ſorte que $dT = F\,dt$. D'où l'intégrale de notre équation différentielle ſera $\frac{p}{g} = V - F(\alpha x + \zeta y + \gamma z) + \text{Conſt.}$ où la conſtante peut renfermer le tems t d'une maniere quelconque. Cette équation intégrale jointe à $v = Z + T$ contient tout ce qui regarde le mouvement du cas propoſé.

LXIII. Mais ſi la denſité q n'eſt pas conſtante, il ſera important de decouvrir la réſolution de cette formule :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)+\alpha\left(\frac{d.q\upsilon}{dx}\right)+\beta\left(\frac{d.q\upsilon}{dy}\right)+\gamma\left(\frac{d.q\upsilon}{dz}\right)=0.$$

Or, quelque difficile que cela puiſſe paroitre, la reduction au cas précédent nous montre, que la viteſſe υ peut être une fonction quelconque des quatre variables x, y, z, & t, mais que la valeur de q doit être déterminée de la maniere ſuivante. Qu'on conſidére en général une telle formule :

$$s(l\,dx+m\,dy+n\,dz-\upsilon\,dt)=dS,$$

qui étant par s multipliée eſt devenuë intégrable, & ſoit $q=sf:S$; donc poſant $d.f:S=dS.f':S$, notre formule deviendra:

$$f:S\left(\frac{ds}{dt}\right)-sf':S.s\upsilon+\alpha sf:S.\left(\frac{d\upsilon}{dx}\right)+\alpha\upsilon f:S\left(\frac{ds}{dx}\right)+\alpha\upsilon sf':S.ls$$
$$+\beta sf:S\left(\frac{d\upsilon}{dy}\right)+\beta\upsilon f:S\left(\frac{ds}{dy}\right)+\beta\upsilon sf':S.ms$$
$$+\gamma sf:S\left(\frac{d\upsilon}{dz}\right)+\gamma\upsilon f:S\left(\frac{ds}{dz}\right)+\gamma\upsilon f':S.ns$$

qui doit être égale à zero :

LXIV. Faiſons d'abord évanouïr les termes affectés par $f':S$, & nous en obtiendrons $1=\alpha l+\beta m+\gamma n$, & le reſte étant diviſé par $f:S$ donne :

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)+\alpha\left(\frac{d.s\upsilon}{dx}\right)+\beta\left(\frac{d.s\upsilon}{dy}\right)+\gamma\left(\frac{d.s\upsilon}{dz}\right)=0,$$

qui eſt bien ſemblable à la propoſée, mais il faut remarquer que l'intégrabilité de la valeur dS renferme ces conditions:

$$\left(\frac{d.s\upsilon}{dx}\right)=-\left(\frac{d.ls}{dt}\right);\ \left(\frac{d.s\upsilon}{dy}\right)=-\left(\frac{d.ms}{dt}\right);\ \left(\frac{d.s\upsilon}{dz}\right)=-\left(\frac{d.ns}{dt}\right);$$

d'où

d'où nous tirons : $\left(\frac{ds}{dt}\right)(1 - \alpha l - \beta m - \gamma n)$; ce qui eſt d'accord avec la condition précédente. Donc, pourvû qu'il ſoit $\alpha l + \beta m + \gamma n = 1$, & s une telle fonction qui rende $s(l dx + m dy + n dz - \varpi dt) = dS$, ou intégrable, on ſatisfera à notre formule, lorsqu'on prend $q = sf:S$, ou $\frac{q}{s}$ égal à une fonction quelconque de S. Il n'eſt pas néceſſaire que les quantités l, m, & n, ſoient conſtantes, mais alors il faut qu'il ſoit

$$\alpha\left(\frac{dl}{dt}\right) + \beta\left(\frac{dm}{dt}\right) + \gamma\left(\frac{dn}{dt}\right) = 0,$$

or cette condition eſt déjà renfermée dans l'équation $1 = \alpha l + \beta m + \gamma n$.

LXV. Or il faut de plus que l, m, & n, ſoient de telles fonctions, que l'équation différentielle $l dx + m dy + n dy - \varpi dt = 0$ devienne poſſible ; car ſans cette condition il ſeroit impoſſible de trouver un multiplicateur s, qui rendit cette formule intégrable. Or, ayant pris à volonté une valeur pour l, celles de m & n en ſeront déjà déterminées, & nous nous pourrons dispenſer de les chercher, en poſant $\alpha l = 1$ où $l = \frac{1}{\alpha}$, car alors il faut qu'il ſoit $\beta m + \gamma n = 0$; & on n'aura qu'à chercher un tel facteur s, que cette formule $s\left(\frac{dx}{\alpha} - \varpi dt\right)$ devienne intégrable, où l'on regardera les deux quantités y & z comme conſtantes. Soit donc $S = \int s\left(\frac{dx}{\alpha} - \varpi dt\right)$, de ſorte que S renferme y & z comme des conſtantes, & on pourra prendre $q = sf:S$: ce qui nous fournit la même ſolution, que ſi nous euſſions reſſement changé la poſition des trois axes, que l'un convint avec la direction du mouvement de tous les élémens du fluide. D'où nous voyons que cette reſtriction apparente n'affoiblit point la généralité de la ſolution.

LXVI. De la même maniere on pourroit développer plusieurs autres cas particuliers, qui auront, tantôt une plus grande, tantôt une plus petite étendue ; mais on n'en trouvera point, qui soit plus général que celui, où les trois vitesses u, v, & w, sont telles, que la formule $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ devienne intégrable. Soit S l'intégrale, qui contenant encore le tems t soit son différentiel complet : $dS = u\,dx + v\,dy + w\,dz + \Pi\,dt$, & puisque

$$\left(\frac{du}{dt}\right)=\left(\frac{d\Pi}{dx}\right) ; \left(\frac{dv}{dt}\right)=\left(\frac{d\Pi}{dy}\right) ; \left(\frac{dw}{dt}\right)=\left(\frac{d\Pi}{dz}\right)$$

$$\left(\frac{du}{dy}\right)=\left(\frac{dv}{dx}\right) ; \left(\frac{du}{dz}\right)=\left(\frac{dw}{dx}\right) ; \left(\frac{dv}{dz}\right)=\left(\frac{dw}{dy}\right),$$

nous aurons :

$$X = \left(\frac{d\Pi}{dx}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dx}\right) + w\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

$$Y = \left(\frac{d\Pi}{dy}\right) + u\left(\frac{du}{dy}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dy}\right)$$

$$Z = \left(\frac{d\Pi}{dz}\right) + u\left(\frac{du}{dz}\right) + v\left(\frac{dv}{dz}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right)$$

& notre équation différentielle deviendra :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - d\Pi - u\,du - v\,dv - w\,dw$$

(dont le dernier membre est absolument intégrable),

& l'autre équation demeure :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) + \left(\frac{d.qv}{dy}\right) + \left(\frac{d.qw}{dz}\right) = 0.$$

LXVII. Tout se réduit donc à trouver des valeurs convenables pour les trois vitesses u, v, & w, qui satisfassent à nos deux équations, qui renferment tout ce qui regarde notre connoissance sur le mouvement des fluides. Car ayant ces trois vitesses, on pourra déter-

terminer le chemin, que chaque élément du fluide parcourt par ſon mouvement. Conſidérons la particule qui ſe trouve à préſent en Z, & pour trouver le chemin, qu'elle a déjà parcouru, & qu'elle parcourra encore, puisque ſes trois viteſſes u, v, & w, ſont ſuppoſées connues, nous aurons pour ſon lieu à l'inſtant ſuivant, $dx = u\,dt$; $dy = v\,dt$ & $dz = w\,dt$. Qu'on élimine de ces trois égalités le tems t, & on aura encore deux équations entre les trois coordonnées x, y & z, qui détermineront le chemin cherché de l'élément du fluide, qui ſe trouve actuellement en Z, & en général on en connoitra la route, que chaque particule a décrite, & décrira encore.

LXVIII. La détermination de ces routes eſt de la derniere importance, & doit ſervir pour appliquer la Théorie à chaque cas propoſé. Car ſi la figure du vaiſſeau, dans lequel le fluide ſe meut, eſt donnée, les particules du fluide, qui touchent à la ſurface du vaiſſeau, en doivent ſuivre néceſſairement la direction: & partant les viteſſes u, v, & w, doivent être telles, que les routes qui en ſeront déduites, tombent dans la ſurface même. Or nous voyons par là ſuffiſamment, combien nous ſommes encore éloignés de la connoiſſance complette du mouvement des fluides, & que ce que je viens d'expliquer, n'en contient qu'un foible commencement. Cependant tout ce que la Théorie des fluides renferme, eſt contenu dans les deux équations rapportées cy-deſſus (§. XXXIV.), de ſorte que ce ne ſont pas les principes de Méchanique qui nous manquent dans la pourſuite de ces recherches, mais uniquement l'Analyſe, qui n'eſt pas encore aſſés cultivée, pour ce deſſein: & partant on voit clairement, quelles découvertes nous reſtent encore à faire dans cette Science, avant que nous puiſſions arriver à une Théorie plus parfaite du mouvement des fluides.

CON-

CONTINUATION DES RECHERCHES SUR LA THÉORIE DU MOUVEMENT DES FLUIDES.

PAR M. EULER.

I.

Ayant réduit dans mes deux Mémoires précedens toute la Théorie des fluides, tant de leur équilibre que de leur mouvement, à deux équations analytiques, la conſidération de ces formules paroit de la plus grande importance; puiſqu'elles renferment non ſeulement tout ce qu'on a déjà découvert par des méthodes fort différentes & pour la plûpart peu convainquantes, tant ſur l'équilibre que ſur le mouvement des fluides, mais auſſi tout ce qu'on peut encore déſirer dans cette Science. Quelque ſublimes que ſoient les recherches ſur les fluides, dont nous ſommes redevables à Mrs. *Bernoullis*, *Clairaut*, & *d'Alembert*, elles découlent ſi naturellement de mes deux formules générales: qu'on ne ſcauroit aſſés admirer cet accord de leurs profondes méditations avec la ſimplicité des principes, d'où j'ai tiré mes deux équations, & auxquels j'ai été conduit immédiatement par les premiers axiomes de la Mécanique.

II. Quoiqu'il ne ſoit pas ſouvent à propos de donner à nos recherches une trop grande étendue, de peur qu'on ne tombe dans un calcul trop compliqué, dont on ne puiſſe faire l'application aux cas les plus ſimples, qu'avec bien de la peine, il arrive ici préciſément le contraire: puiſque mes équations, quelque générales qu'elles ſoient, ne laiſſent pas d'être aſſés ſimples, pour les appliquer aiſément à tous les cas particuliers: & par cela même elles nous préſentent des verités ſi uni-

univerſelles, que notre connoiſſance en tire les plus grands éclairciſſemens, qu'on puiſſe ſouhaiter. Et enſuite la plus grande univerſalité qu'elles embraſſent, n'empêche pas, qu'elles ne ſoient presque auſſi ſimples, que lorsqu'on conſidére des cas particuliers.

III. J'ai déjà remarqué que mes formules renferment toute la Théorie tant de l'équilibre que du mouvement des fluides: or, par rapport à la nature des fluides, elles s'étendent également aux fluides nommés elaſtiques, qu'à ceux qui ne ſont pas ſuſceptibles de compreſſion: & à l'égard de ceux-là, de quelque maniere que la denſité puiſſe dépendre de l'elaſticité, ſoit que ce ſoit ſelon une loi conſtante, ou variable d'une maniere quelconque. Enſuite, quelles que puiſſent être les forces accélératrices, qui agiſſent ſur les élémens du fluide, leur effet eſt auſſi compris dans lesdites formules; & enfin, de quelques forces externes que le fluide ſoit ſollicité, & quelle que ſoit la figure du canal, ou vaiſſeau, où le fluide ſe trouve, il y eſt tenu compte de toutes ces différentes circonſtances.

IV. Soit que la queſtion roule ſur l'équilibre, ou ſur le mouvement d'un fluide; & qu'on demande, ou la viteſſe & direction de chaque particule, ou les forces, que le fluide exerce ſur les parois du vaiſſeau, qui le contient, ou la réſiſtance, qu'un corps ſolide, qui y eſt plongé, eſſaye, ou l'élaſticité & la denſité du fluide, lorsqu'il eſt compreſſible en chaque endroit: toutes ces queſtions, & d'autres ſemblables, qu'on peut imaginer tant ſur l'équilibre que le mouvement des fluides, ſe réduiſent à une ſeule recherche, qui eſt celle de l'état de preſſion, où le fluide ſe trouve dans chaque point. Je meſure cette preſſion par la hauteur d'une colonne d'une matiere peſante homogene, dont je poſe la denſité $= 1$, en ſorte que, pour trouver la preſſion, qu'une ſurface infiniment petite ſoutient, on n'a qu'à multiplier cette ſurface par la hauteur, qui lui convient, & le poids de ce volume, étant rempli de ladite matiere homogene, ſera égal à la preſſion cherchée.

V. C'eſt pour cette preſſion, ou plutôt la hauteur, qui lui ſert de meſure, que je donne une équation différentielle, & tout revient à en trouver l'intégrale. Mais, comme cette équation renferme pluſieurs variables, on n'en ſauroit entreprendre l'intégration, avant qu'on ait découvert le rapport entre ces variables, qui eſt néceſſaire pour la rendre intégrable. On tire de là les conditions de tout le mouvement, tant par rapport à la viteſſe de chaque particule qu'à la denſité, qui s'y trouve en chaque point, & à chaque inſtant; de ſorte qu'une ſeule équation différentielle renferme à la fois pluſieurs déterminations différentes. L'intégration en elle-même ne donne que la ſeule détermination de la preſſion, mais l'intégralité tient lieu de pluſieurs équations, qui fourniſſent les autres déterminations eſſentielles à la Théorie du mouvement des fluides. Or, pour avoir toutes les déterminations, par leſquelles en chaque cas le mouvement eſt entierement déterminé, il faut joindre à cette équation l'autre équation, que j'ai trouvée.

VI. Cette autre équation peut être regardée comme finie, puiſqu'elle ne contient point des différentiels, quoiqu'elle en renferme des rapports. Elle eſt fondée ſur la continuité du fluide, & exclut tant le vuide, que les particules du fluide pourroient laiſſer entr'elles, que leur pénétration mutuelle. Cette derniere circonſtance eſt auſſi eſſentielle aux corps fluides que ſolides; mais à l'égard de l'autre, il peut bien arriver, que les parties du fluide ſe ſéparent actuellement, en laiſſant entr'elles un vuide, comme nous voyons dans les jets d'eau, qui ſont diſſipés enfin en gouttes. Les parties étant alors entièrement ſéparées entr'elles, il eſt évident qu'on n'y ſauroit plus appliquer mes formules; à moins qu'on ne veuille conſidérer chaque goutte ſéparément, entant qu'elle conſtitue un corps fluide à part. Toute la Théorie des fluides eſt donc uniquement fondée ſur deux équations, dont l'une contient la preſſion, & l'autre la continuité du fluide, dans toutes ſes parties.

VII. Sans entrer de nouveau dans le détail des raiſonnemens, qui m'ont conduit à ces deux équations, je me contenterai de mettre ici

ici devant les yeux les équations mêmes. Et d'abord je conſidére le fluide comme rempliſſant un eſpace quelconque Z, je le rapporte ſelon la maniere ordinaire à trois axes fixes & perpendiculaires entr'eux au point O, par le moyen des trois coordonnées : Fig 1.

$$OX = x; \quad XY = y, \quad \& \quad YZ = z$$

paralleles aux trois axes OA, OB & OC. Il eſt évident, que ces trois coordonnées ſont indépendantes entr'elles ; car pour avoir tous les points du fluide, il faut faire varier chacune ſéparément : & quand on aura donné à deux des valeurs déterminées, la variabilité de la troiſiéme nous découvre encore une infinité de points différens. C'eſt donc par ces trois coordonnées que le lieu de chaque point du fluide eſt déterminé.

VIII. Mais quand il s'agit de différens attributs, qui conviennent à la particule du fluide, qui ſe trouve dans ce point, il ne ſuffit pas d'en ſavoir le lieu ; il faut outre cela conſidérer, que l'état du fluide dans ce même point peut varier avec le tems, ce qui amene dans le calcul la quatriéme variable, indépendante des trois autres, & par laquelle eſt marqué l'inſtant du tems, pour lequel on cherche l'état de la particule du fluide, qui ſe trouve alors au point Z. Pour cet effet il faut établir une époque fixe, depuis laquelle nous comptons le tems : ſoit donc t le tems écoulé depuis cette époque juſqu'à l'inſtant en queſtion ; de ſorte que la queſtion déterminée eſt à préſent de chercher l'état du fluide au point Z, dont le lieu eſt déterminé par les trois coordonnées x, y, & z, & pour le tems depuis l'époque établie $= t$. Je marque ici comme ordinairement le tems par l'eſpace diviſé par la viteſſe, & la moitié du quarré de chaque viteſſe donne la hauteur, d'où un corps grave tombant acquiert une viteſſe égale.

IX. Enſuite, je poſe pour le point Z déterminé par les trois variables x, y, & z, & pour le tems $= t$ la preſſion du fluide exprimée par la hauteur $= p$, de la maniere que j'ai expliquée cy-deſſus. Or, de quelque maniere que cette hauteur p ſera trouvée, on la pourra tou-

toujours regarder comme une fonction des quatre variables x, y, z, & t, de ſorte que ſi l'on met le tems t conſtant, on en trouvera la preſſion pour tous les points Z du fluide, & au même inſtant ; mais ſi l'on fait conſtantes les trois coordonnées x, y, & z, on en connoitra les preſſions au même point Z pour tous les tems. Dans les cas donc où la preſſion au même point Z demeure toujours la même, elle ſera exprimée par une fonction du lieu ſeulement, ou des trois coordonnées x, y, z, ſans que le tems t y entre.

X. Il en eſt de même de la denſité du fluide, en cas qu'elle ſoit variable, comme nous devons le ſuppoſer pour rendre nos recherches générales. Soit donc q la denſité du fluide au point Z & pour le tems t, & q doit auſſi être regardée comme une fonction des quatre variables x, y, z, & t: la meſure de la denſité q eſt déjà déterminée par la denſité de la matiere grave & homogene mentionnée cy-deſſus, laquelle eſt exprimée par l'unité, d'où la denſité indéfinie q ſera exprimée par un nombre abſolu. Lorſque la denſité eſt partout & toujours la même, comme il arrive dans les fluides incompreſſibles, je poſe $q = g$. Dans les fluides élaſtiques, ou plutôt compreſſibles, la denſité q dépend de la preſſion p, ou uniquement, ou de plus d'une fonction des variables x, y, z, & t; où je remarque que la preſſion p meſure en même tems l'élaſticité des fluides au point Z ; vu que l'elaſticité eſt toujours balancée par la preſſion.

XI. Après la preſſion & la denſité, il faut conſidérer les forces accélératrices, par leſquelles tous les élémens du fluide ſont ſollicités, & dont la gravité n'eſt qu'un cas particulier, dont j'exprimerai la force accélératrice par l'unité, & partant les autres forces accélératrices par des nombres abſolus. Or, quelles que ſoient les forces accélératrices, qui agiſſent ſur l'élément du fluide en Z, on ſait qu'on les peut toujours réduire à trois, ſelon les directions ZP, ZQ, & ZR, fixes & paralleles à nos trois axes. Soient donc ces trois forces accélératrices :

ſelon ZP = P ; ſelon ZQ = Q ; ſelon ZR = R.

Si

Si elles dépendent uniquement du lieu Z, elles ſeront des fonctions des trois variables x, y, z; mais ſi l'on vouloit qu'elles variaſſent auſſi auec le tems, leurs expreſſions renfermeroient outre cela la quatrième variable t.

XII. Enfin, ſi le fluide eſt en mouvement, quel que ſoit le mouvement de la particule, qui ſe trouve à préſent au point Z, on le peut auſſi décompoſer ſelon les mêmes trois directions fixes ZP, ZQ, & ZR; ſoient donc les viteſſes de l'élément en Z

ſelon $ZP = u$; ſelon $ZQ = v$; ſelon $ZR = w$

de ces trois viteſſes dérivées on connoitra non ſeulement la vraye viteſſe du point Z, mais auſſi ſa direction. Car la vraye viteſſe ſera $\sqrt{(uu + vv + ww)}$, que je nommerai $= s$, & les fractions $\frac{u}{s}$; $\frac{v}{s}$; $\frac{w}{s}$ exprimeront les cofinus des angles, ſous leſquelles la vraye direction eſt inclinée aux axes OA, OB, OC. Ces viteſſes doivent auſſi en général être enviſagées comme des fonctions quelconques des quatre variables x, y, z, & t, puiſqu'il pourroit arriver qu'au même point Z le mouvement variât avec le tems. Or il eſt évident, que lorſqu'on aura trouvé pour quelque cas déterminé, ces fonctions u, v, & w, on ſera en état d'aſſigner le vray mouvement, que chaque particule du fluide aura à chaque inſtant.

XIII. Pour ne rien omettre, qui puiſſe ſembler néceſſaire à l'éclairciſſement de mes formules, je dois expliquer une maniere particuliere d'exprimer certaines valeurs différentielles, quoique je l'aye déjà employée pluſieurs fois. Lorsque s marque une fonction quelconque de x, y, z, & t, cette expreſſion $\left(\frac{ds}{dx}\right)$ marque le différentiel de s, (qui réſulte de la ſeule variabilité de x, en poſant les autres quantités y, z, & t conſtantes,) diviſé par dx; d'où l'on comprend ce que ſignifient ces expreſſions $\left(\frac{ds}{dy}\right)$, $\left(\frac{ds}{dz}\right)$, $\left(\frac{ds}{dt}\right)$. Donc, ſi

le différentiel complet de s eſt $ds = Ldx + Mdy + Ndz + Odt$, on voit qu'il y aura ſelon cette maniere d'écrire :

$$\left(\frac{ds}{dx}\right) = L;\ \left(\frac{ds}{dy}\right) = M;\ \left(\frac{ds}{dz}\right) = N;\ \left(\frac{ds}{dt}\right) = O.$$

Donc, en connoiſſant tous les différentiels particuliers, on en formera aiſément le différentiel compler, qui ſera :

$$ds = dx\left(\frac{ds}{dx}\right) + dy\left(\frac{ds}{dy}\right) + dz\left(\frac{ds}{dz}\right) + dt\left(\frac{ds}{dt}\right),$$

dont il eſt bon de bien remarquer la compoſition, puisqu'elle nous ſervira à épargner quantité de coëfficiens, que nous ſerions obligés d'introduire dans le calcul.

XIV. Il eſt démontré, que dans un tel différentiel complet :

$$ds = Ldx + Mdy + Ndz + Odt,$$

les coëfficiens L, M, N, & O, ont toujours un tel rapport entr'eux qu'il y a :

$$\left(\frac{dL}{dy}\right) = \left(\frac{dM}{dx}\right);\ \left(\frac{dL}{dz}\right) = \left(\frac{dN}{dx}\right);\ \left(\frac{dL}{dt}\right) = \left(\frac{dO}{dx}\right)$$

$$\left(\frac{dM}{dz}\right) = \left(\frac{dN}{dy}\right);\ \left(\frac{dM}{dt}\right) = \left(\frac{dO}{dy}\right);\ \left(\frac{dN}{dt}\right) = \left(\frac{dO}{dz}\right),$$

& cette même maniere d'exprimer peut ſervir à démontrer cette belle propriété. Car, puisque $L = \left(\frac{ds}{dx}\right)$, exprimons $\left(\frac{dL}{dy}\right)$ par $\left(\frac{dds}{dxdy}\right)$, ce qui marque qu'il faut différentier deux fois s de ſuite, en poſant la premiere fois la ſeule x, & la ſeconde fois la ſeule y variable, & omettre les différentiels dx & dy. Cela remarqué, on aura

$$\left(\frac{dL}{dy}\right) = \left(\frac{dds}{dxdy}\right) \quad \& \quad \left(\frac{dM}{dx}\right) = \left(\frac{dds}{dydx}\right);$$

or

or il eſt aiſé de montrer que $\left(\frac{ddz}{dxdy}\right) = \left(\frac{ddz}{dydx}\right)$, d'où la vérité de cette propriété devient évidente.

XV. Maintenant je poſe pour abréger :

$$X = \left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$Y = \left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right)$$

$$Z = \left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right),$$

& l'équation différentielle qui détermine la preſſion p eſt :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - X\,dx - Y\,dy - Z\,dz,$$

dans laquelle le tems t eſt ſuppoſé conſtant. Or l'autre équation tirée de la continuité du fluide eſt :

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) + \left(\frac{d.qv}{dy}\right) + \left(\frac{d.qw}{dz}\right) = 0,$$

& ce ſont les deux équations qui contiennent toute la Théorie tant de l'équilibre que du mouvement des fluides, dans la plus grande univerſalité qu'on puiſſe imaginer.

XVI. Lorſqu'il eſt queſtion de l'équilibre, on n'a qu'à faire évanouïr les trois viteſſes u, v, & w, & puiſque alors les quantités X, Y, & Z, évanouïſſent auſſi, toute la Théorie de l'équilibre des fluides eſt contenuë dans ces deux équations :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz, \text{ le tems } t \text{ étant conſtant,}$$

& $\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0,$

de ſorte que la denſité q doit être une fonction indépendante du tems t, ou bien la denſité au même endroit Z, ſera toujours la même. Donc, puisque $dp = \mathrm{P}q\,dx + \mathrm{Q}q\,dy + \mathrm{R}q\,dz$, cette formule doit être un différentiel complet, & partant il faut que les forces P, Q, R, ayent tant entr'elles qu'à la denſité q un tel rapport qu'il ſoit :

$$\left(\frac{d.\mathrm{P}q}{dy}\right)=\left(\frac{d.\mathrm{Q}q}{dx}\right) ; \left(\frac{d.\mathrm{P}q}{dz}\right)=\left(\frac{d.\mathrm{R}q}{dx}\right) ; \left(\frac{d.\mathrm{Q}q}{dz}\right)=\left(\frac{d.\mathrm{R}q}{dy}\right)$$

& quand ces conditions n'ont pas lieu, il eſt impoſſible que le fluide puiſſe jamais parvenir à l'état d'équilibre. Je paſſe d'autres propriétés, que j'ai ſuffiſamment dévelopées dans mon Mémoire ſur l'équilibre des fluides.

XVII. Pour le mouvement en général, puisque l'équation différentielle eſt :

$$dp = q\,(\mathrm{P}-\mathrm{X})\,dx + q\,(\mathrm{Q}-\mathrm{Y})\,dy + q\,(\mathrm{R}-\mathrm{Z})\,dz,$$

afin qu'elle ſoit poſſible, nous aurons de ſemblables déterminations :

$$\left(\frac{d.q(\mathrm{P}-\mathrm{X})}{dy}\right) = \left(\frac{d.q(\mathrm{Q}-\mathrm{Y})}{dx}\right)$$
$$\left(\frac{d.q(\mathrm{P}-\mathrm{X})}{dx}\right) = \left(\frac{d.q(\mathrm{R}-\mathrm{Z})}{dx}\right)$$
$$\left(\frac{d.q(\mathrm{Q}-\mathrm{Y})}{dz}\right) = \left(\frac{d.q(\mathrm{R}-\mathrm{Z})}{dy}\right),$$

de ſorte que la ſeule premiere équation renferme quatre déterminations, mais auxquelles on peut ſatisfaire par une infinité de manieres différentes. Ces trois dernieres conditions ne déterminent donc abſolument les trois viteſſes, mais en chaque cas il faut avoir égard aux autres circonſtances, comme à l'état initial, à la figure du vaiſſeau, & aux forces externes, qui agiſſent quaſi par des piſtons ſur le fluide.

Ces

Ces circonſtances n'entrent pas en conſidération dans l'équation différentielle, mais il en faut tenir compte dans l'intégration.

XVIII. D'autres qui ont traité cette matiere, ſi l'on en excepte M.d'*Alembert*, n'ont donné au fluide qu'une étenduë par deux dimenſions tout au plus, ou du moins ils ont ſuppoſé que le mouvement de chaque particule ſe faſſe dans le même plan, & partant on ne peut regarder que comme particulieres les formules qu'ils ont trouvées; au lieu que celles que je viens de donner, ſont tout à fait générales, & on ne ſauroit imaginer aucun cas, quelque compliqué qu'il puiſſe être, qui n'y ſeroit pas compris. Il ſera donc bon de faire voir d'abord, que tout ce qu'on a découvert juſqu'ici ſur le mouvement des fluides, ſe déduit fort aiſément de mes formules générales: or presque tout ce qu'on a donné ſur cette matiere, ſe réduit au mouvement des fluides par des tuyaux infiniment étroits, ou qu'on peut au moins regarder comme tels, de ſorte que dans ces cas on ne conçoit qu'une ſeule dimenſion tant dans le fluide que dans ſon mouvement. Enſuite je ferai auſſi voir comment tout ce qu'on a écrit ſur le mouvement des fluides en conſidérant deux dimenſions, découle très naturellement de ces mêmes formules.

XIX. Que le fluide ſoit donc renfermé dans un tuyau FZV, dont l'amplitude ſoit partout quaſi infiniment petite, que je ſuppoſerai néanmoins variable, ce qui nous tiendra lieu de la ſeconde équation tirée de la continuité du fluide. Car nous n'aurons qu'à ſuppoſer partout le mouvement & l'amplitude, telle que la continuité exige. Pour cet effet ſoit dans un endroit fixe du tuyau F l'amplitude $= ff$, & après un tems quelconque $= t$, ſoit la denſité du fluide en F $= \Phi$, & la viteſſe vraye dont le fluide s'y meut dans le tuyau $= \omega$; & quelque variables que puiſſent être la denſité Φ, & la viteſſe ω, leur changement dépendra uniquement du tems t, de ſorte que Φ & ω ſeront des fonctions du tems t ſeulement. Maintenant, ſi nous ſuppoſons à un endroit quelconque Z l'amplitude du tuyau $= rr$, qui ſera une fonction du ſeul lieu Z, ſans qu'elle dépende du tems t, & que nous

poſions après le tems t, la denſité du fluide en $Z = q$, & la vraye viteſſe $= u$; & par la continuité du fluide, il faut qu'il ſubſiſte un certain rapport entre ces quantités, qui répondent aux ſections F & Z.

XX. Pour trouver ce rapport, nous n'avons qu'à chercher la quantité du fluide, qui occupe maintenant le tuyau FZ, & la poſer égale à celle, qui occupera après l'élément du tems dt, la partie du tuyau fz, prenant $Ff = \omega dt$ & zdt. Pour cet effet ſoit la longueur du tuyau $FZ = s$, & il eſt clair que la quantité du fluide, qui remplit à préſent le tuyau FZ, eſt $= \int qrrds$: or après l'élément du tems dt, puiſque la denſité q ſe change en $q + dt\left(\frac{dq}{dt}\right)$, la quantité du fluide, qui rempliroit la même longueur FZ, ſeroit $= \int qrrds + dt\int rrds\left(\frac{dq}{dt}\right)$: ajoutons y la petite portion, qui occupera l'élément $Zz = udt$, qui ſera $= qrrudt$, & en retranchons la portion, qui répond à l'eſpace $Ff = \omega dt$, qui ſeroit $ff\Phi\omega dt$, pour avoir la quantité du fluide, qui remplira après le tems dt l'eſpace du tuyau fz, qui ſera:

$$= \int qrrds + dt\int rrds\left(\frac{dq}{dt}\right) + rrqudt - ff\Phi\omega dt.$$

Or celle-cy devant être égale à celle qui occupoit auparavant le tuyau FZ, ou à $\int qrrds$, nous aurons cette équation:

$$rrqu = ff\Phi\omega - \int rrds\left(\frac{dq}{dt}\right),$$

qui tiendra lieu de l'équation tirée de la continuité du fluide.

XXI. Soient maintenant comme auparavant les forces accélératrices P, Q, R, qui agiſſent ſur l'élément du fluide en Z, ſelon les directions ZP, ZQ, & ZR, & que u, v, w, expriment les viteſſes dérivées du fluide en Z, ſelon ces mêmes directions pour le tems écoulé $= t$; ces directions étant priſes paralleles aux trois axes fixes

fixes OA, OB, OC, auxquels je rapporte les trois coordonnées $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, qui déterminent le lieu du point Z. Or, puisque le tuyau FZ eſt regardé comme une ligne immobile, ſa nature ſera exprimée par une double équation entre les trois coordonnées x, y, & z; ou bien tant y que z ſera exprimé par une certaine fonction de x; & puisque $ds = V(dx^2 + dy^2 + dz^2)$, la longueur du tuyau $FZ = s$, ſera auſſi une fonction de x: de même que l'amplitude du tuyau en $Z = rr$. Ou réciproquement on pourra regarder les quantités x, y, z, & rr, comme des fonctions de la ſeule variable s, dont la nature ſera connuë, quand on ſuppoſe donnée la figure du tuyau.

XXII. Puisque la viteſſe vraye v ſuit la direction du tuyau en Z nous en connoitrons les viteſſes dérivées, qui ſeront :

$$u = \frac{v\,dx}{ds} \; ; \quad v = \frac{v\,dy}{ds} \; ; \quad w = \frac{v\,dz}{ds} \; ;$$

d'où nous tirons comme en général $vv = uu + vv + ww$: enſuite nous aurons :

$$u\,dy = v\,dx \; ; \quad u\,dz = w\,dx \; ; \quad \& \quad v\,dz = w\,dy.$$

Or je remarque de plus, que puisque les deux variables y & z ne varient qu'avec x, de ſorte que prenant x conſtante, les deux autres y & z, ne ſubiſſent point de changemens; ſi nous rapportons tout à la variabilité de x, les expreſſions $\left(\frac{du}{dy}\right)$, $\left(\frac{du}{dz}\right)$, $\left(\frac{dv}{dy}\right)$ &c. évanouïront; parce que $dy\left(\frac{du}{dy}\right)$, marque le différentiel de u, ſi l'on ſuppoſe x, & z, & t, conſtantes: or poſant x & t conſtantes les quantités u, v, w, ne ſauroient plus varier. Donc nous aurons :

$$X = \left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right); \; Y = \left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right); \; = Z\left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

de ſorte que nous n'ayons dans ce cas que deux variables x & t.

XXIII.

XXIII. De là nous obtiendrons :

$$Xdx+Ydy+Zdz=dx\left(\frac{du}{dt}\right)+dy\left(\frac{dv}{dt}\right)+dz\left(\frac{dw}{dt}\right)+udx\left(\frac{du}{dx}\right)+udy\left(\frac{dv}{dx}\right)+udz\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

Or, puisque $udy=vdx$ & $udz=wdx$, nous aurons :

$$udx\left(\frac{du}{dx}\right)+udy\left(\frac{dv}{dx}\right)+udz\left(\frac{dw}{dx}\right)=udx\left(\frac{du}{dx}\right)+vdx\left(\frac{dv}{dx}\right)+wdx\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

$$=dx\left(\left(\frac{udu}{dx}\right)+\left(\frac{vdv}{dx}\right)+\left(\frac{wdw}{dx}\right)=dx\left(\frac{\varpi d\varpi}{dx}\right)=\varpi d\varpi$$

en ne ſuppoſant que x variable, ou bien en ne ſuppoſant que le tems t conſtant, puisque nous n'avons que deux variables x & t. Enſuite à cauſe de $u=\frac{\varpi dx}{ds}$, puisque le rapport $\frac{dx}{ds}$, ne dépend point du tems t, nous aurons $\left(\frac{du}{dt}\right)=\frac{dx}{ds}\left(\frac{d\varpi}{dt}\right)$, & partant :

$$dx\left(\frac{du}{dt}\right)+dy\left(\frac{dv}{dt}\right)+dz\left(\frac{dw}{dt}\right)=\frac{dx^2+dy^2+dz^2}{ds}\left(\frac{d\varpi}{dt}\right)=ds\left(\frac{d\varpi}{dt}\right).$$

Par conſéquent nous aurons :

$$Xdx+Ydy+Zdz=ds\left(\frac{d\varpi}{dt}\right)+\varpi d\varpi,$$

en ſuppoſant dans te terme $\varpi d\varpi$ le tems t conſtant.

XXIV. Donc, expoſant la preſſion du fluide en Z par la hauteur p, nous parvenons à cette équation différentielle :

$$\frac{dp}{q}=Pdx+Qdy+Rdz-ds\left(\frac{d\varpi}{dt}\right)-\varpi d\varpi,$$

où le tems t eſt ſuppoſé conſtant, tout comme le terme $\varpi d\varpi$ le renferme déjà : & cette équation jointe à l'autre tirée du principe de la continuité : $rrq\varpi=ff\Phi\omega-\int rrds\left(\frac{dq}{dt}\right)$,

renferme toutes les déterminations du mouvement du fluide par le tuyau

yau FZ. Je remarque ici en paſſant, que ſi au lieu de rapporter les quantités y & z à x, j'euſſe rapporté ou x & z à y, ou x & y à z, j'euſſe trouve la même équation différentielle ; ce qui eſt évident, puisque aucune de ces trois coordonnées n'y entre préférablement aux autres. Elles n'y paroiſſent même plus que dans le membre $Pdx + Qdy + Rdz$, qui réſulte des forces ſollicitantes.

XXV. Voilà donc les formules pour le mouvement d'un fluide quelconque, tant incompreſſible, que compreſſible ſelon une loi quelconque, & ſollicité par des forces accélératrices quelconques, par un tuyau d'une figure quelconque ; que perſonne n'a encore données dans ce degré de généralité autant que je ſache. Mais auſſi dois-je avoüer, que dans cette grande étenduë on ne ſauroit découvrir l'intégrale de cette équation différentielle ; d'où dépend cependant toute la détermination du mouvement. Or, ſi nous ſuppoſons le fluide incompreſſible, & que ſa denſité ſoit partout & toujours la même $= g$, ce qui eſt le cas auquel on s'eſt principalement borné, à cauſe de $q = \Phi = g$, nos deux équations pour le mouvement dans ce cas deviendront :

$$\frac{dp}{g} = Pdx + Qdy + Rdz - ds\left(\frac{d\varkappa}{dt}\right) - \varkappa d\varkappa,$$

& $$rr\varkappa = ff\omega, \quad \text{ou} \quad \varkappa = \frac{ff\omega}{rr}.$$

XXVI. Puisque y & z ſont déterminées par x, quelles que ſoient les forces P, Q, R, la formule $Pdx + Qdy + Rdz$ ſera toujours intégrable. Soit donc $Pdx + Qdy + Rdz = dV$, de ſorte que V exprime ce que j'appelle l'effort des forces. Enſuite, puisque rr ne dépend point du tems t, pendant que la viteſſe ω, à la ſection donnée F en dépend uniquement, nous aurons $\left(\frac{d\varkappa}{dt}\right) = \frac{ff}{rr}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$, & l'expreſſion $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$, ne dépendra pas non plus du lieu Z, ou de la variable x, ou de s.

Donc notre équation différentielle ſera :

$$\frac{dp}{g} = dV - \frac{ff\,ds}{rr}\left(\frac{d\omega}{dt}\right) - u\,du;$$

& parce que le tems t eſt ſuppoſé ici conſtant, l'équation intégrale en ſera :

$$\frac{p}{g} = V - \left(\frac{d\omega}{dt}\right)\int\frac{ff\,ds}{rr} - \tfrac{1}{2}uu - \text{Conſt.}$$

ou bien en remettant pour u ſa valeur $\frac{ff\omega}{rr}$:

$$\frac{p}{g} = V - \left(\frac{d\omega}{dt}\right)\int\frac{ff\,ds}{rr} - \frac{f^4\omega^2}{2r^4} + \text{Conſt.}$$

où la conſtante peut renfermer le tems t.

XXVII. Cette formule comprend tout ce qui a été écrit juſqu'ici ſur le mouvement des fluides par des tuyaux, ou canaux quelconques; que les Auteurs, ou ont ſuppoſés infiniment étroits, ou ont crû, qu'on pouvoit regarder le mouvement tel, comme s'ils étoient infiniment étroits. On n'a pas même douté d'appliquer cette formule au mouvement de l'eau par des vaiſſeaux d'une largeur quelconque, en quoi on s'eſt fondé ſur cette hypotheſe, que par toute l'étenduë de chaque ſection horizontale du vaiſſeau l'eau ait le même mouvement : & ayant comparé ce calcul avec les expériences, on a trouvé en effet, qu'on ne s'étoit pas écarté trop de la vérité. Cependant la condition de l'amplitude infiniment petite eſt ſi eſſentielle au cas, que je viens de développer, qu'on n'en ſauroit admettre à la rigueur l'application aux tuyaux, ou vaiſſeaux, dont la largeur eſt conſidérable. Les concluſions qu'on en tire, ne peuvent être regardées que comme des approximations à la vérité.

XXVIII. On peut auſſi faire l'application de la formule (§. 24.) au mouvement d'un fluide élaſtique par un tuyau infiniment étroit, quand on ſuppoſe que le mouvement eſt déjà devenu permanent, ou tel

tel qu'au même endroit du tuyau Z, tant la viteſſe v, que la denſité q, ſoit toujours la même. Dans ce cas les quantités q & v ſeront des fonctions de la ſeule variable s ou x, & partant $\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$, & $\left(\frac{dv}{dt}\right) = 0$; or les quantités Φ & ω deviendront abſolument conſtantes. On aura donc $rrqv = ff\Phi\omega$, & l'équation différentielle ſera $\frac{dp}{q} = dV - v\,dv$, où le tems eſt ſuppoſé conſtant. Donc, ſi la denſité q eſt proportionnelle au reſſort p, ou qu'il y ait $p = \frac{hq}{g}$, de ſorte que ſi la denſité eſt $= g$, l'élaſticité ſoit $= h$, on aura

$$\frac{h}{g} l\,q = V - \tfrac{1}{2} v v + \text{Conſt.} \qquad \text{ou bien :}$$

$$\frac{h}{g} l\,q = V - \frac{f^4\Phi^2\omega^2}{2r^4qq} + \tfrac{1}{2}\omega^2 + \frac{h}{g} l\,\Phi,$$

en prenant l'intégrale V en ſorte, qu'elle évanouïſſe au point F, où devient $q = \Phi$, & $rr = ff$.

XXIX. Pour appliquer ce calcul à l'air, ſuppoſons encore plus généralement, que l'élaſticité ne dépend pas ſeulement de la denſité, mais auſſi de la chaleur, qui ſoit variable par la longueur du tuyau. Soit le degré de chaleur en $Z = \varrho$, que je ſuppoſe auſſi toujours le même, & en $F = \gamma$, où la denſité ſoit $\Phi = g$, & poſons l'élaſticité en Z exprimée par la hauteur $p = \frac{hq\varrho}{g\gamma}$, où la chaleur ϱ ſoit donnée par une fonction quelconque de s, ou de x. Ayant donc

$$rrqv = ffg\omega, \text{ \& } dp = \frac{h}{g\gamma}(q\,d\varrho + \varrho\,dq),$$

notre équation différentielle ſera :

$$\frac{h}{g\gamma}\left(d\varrho + \frac{\varrho\,dq}{q}\right) = dV - v\,dv,$$

ou bien à cauſe de $\frac{dq}{q} = -\frac{d\varpi}{\varpi} - \frac{2dr}{r}$,

$$\frac{h}{g\gamma}\left(d\varrho - \frac{\varrho d\varpi}{\varpi} - \frac{2\varrho dr}{r}\right) = dV - \varpi d\varpi,$$

d'où il s'agit de chercher la valeur de ϖ.

XXX. Pour éviter les difficultés du calcul, ſuppoſons le tuyau horizontal, & partout de la même largeur, de ſorte que $rr = ff$, $\eta\varpi = g\omega$, & la force accélératrice de la gravité donnera $dV = 0$, d'où nous aurons :

$$\frac{h}{g\gamma}\left(d\varrho - \frac{\varrho d\varpi}{\varpi}\right) = -\varpi d\varpi, \text{ ou } \frac{h}{g\gamma}\left(\frac{\varpi d\varrho - \varrho d\varpi}{\varpi\varpi}\right) = -d\varpi,$$

dont l'intégrale eſt $\frac{h\varrho}{g\gamma\varpi} = \frac{h}{g\omega} + \omega - \varpi$, d'où l'on trouvera la viteſſe ϖ, & de là la denſité $q = \frac{g\omega}{\varpi}$, & enfin l'élaſticité, ou la preſſion $p = \frac{h\varrho\omega}{\gamma\varpi} = h + g\omega(\omega - \varpi)$. Si l'on prend l'unité pour marquer la denſité du mercure, h ſera la hauteur du barometre en F ; donc, ſi la hauteur du barometre à l'autre bout du tuyau Z, qui eſt $= p$, eſt auſſi connuë, nous en tirerons :

$$\varpi = \frac{h\varrho\omega}{\gamma p} = \omega + \frac{h-p}{\gamma\omega} ; \text{ \& } q = \frac{g\gamma p}{hr}.$$

Donc $\omega\omega = \frac{\gamma p(h-p)}{g(h\varrho - \gamma p)}$, d'où l'on connoitra le mouvement de l'air par ce tuyau horizontal, qui ſe réduira à rien, à ce qu'on voit, lorsque $p = h$.

Fig. 3. XXXI. Or, ſi nous concevons un tuyau horizontal A C ouvert par ſes deux bouts A & C, & que la hauteur du barometre en $A = AB = h$, ſoit plus grande que celle en $B = CD = p$, l'air coulera ſans ceſſe de A vers C. Que ab repréſente le degré de chaleur

leur en A & cd celui en C, & tandis que $\frac{AB}{ab} > \frac{CD}{cd}$, le mouvement de l'air par le tuyau atteindra un degré permanent; mais lorsque $\frac{AB}{ab} = \frac{CD}{cd}$, & à plus forte raiſon lorsque $\frac{AB}{ab} < \frac{CD}{cd}$, le mouvement ira toujours en accélérant, & deviendra de plus en plus rapide. Cela arrivera donc lorsqu'il fait beaucoup plus chaud en C, que le barometre eſt plus bas qu'en A, où il eſt plus haut. Mais, ſi la hauteur du barometre eſt la même de part & d'autre, l'air ne ſe mouvra pas par le tuyau, quoique la chaleur ſoit différente; ce qui cependant n'eſt pas contraire à ce que j'ai démontré, que l'atmoſphere ne ſauroit être en équilibre, à moins qu'à égales hauteurs la chaleur ne ſoit la même: car dans le préſent cas l'équilibre eſt maintenu par la fermeté du tuyau.

XXXII. Sur le mouvement des fluides par des tuyaux infiniment étroits, on trouve encore des recherches particulieres, lorsque les tuyaux ne ſont pas en repos, mais qu'ils ſont tournés autour d'un axe. J'ai traité aſſes au long cette matiere en quelques Mémoires, que j'ai compoſés à l'occaſion d'une machine hydraulique auſſi ingénieuſe que nouvelle, inventée par M. le Conſeiller Privé de *Segner* à Halle. Quelque difficile & epineuſe que puiſſe paroitre cette recherche, elle peut être déduite aſſés aiſément de mes formules generales, & même de celles, que j'ai deja dévelopées pour le mouvement des fluides par des tuyaux immobiles, en y introduiſant la conſidération du mouvement, qu'on veut ſuppoſer dans le tuyau. Dans les Mémoires allégués je n'ai examiné que les cas, où le tuyau eſt tourné autour d'un axe fixe; mais, puisque le tuyau peut recevoir une infinité d'autres mouvemens, je m'en vais faire l'application à un mouvement quelconque du tuyau.

XXXIII. Ici il faut d'abord bien diſtinguer le mouvement rélatif du fluide dans le tuyau, de ſon vrai mouvement; ce mouvement rélatif s'eſtime de la même maniere, comme ſi le tuyau étoit en repos;

& le vray mouvement ſe trouve par la combinaiſon du mouvement rélatif avec le mouvement du tuyau. De la même maniere le vrai mouvement de chaque element du fluide ſera compoſé de ſon mouvement rélatif & du mouvement du point du tuyau, où cette particule ſe trouve à chaque inſtant. Or les forces qui agiſſent ſur le fluide ſe raportent à ſon vrai mouvement, & point du tout à ſon mouvement rélatif: cependant il eſt clair, que ſi le mouvement du tuyau étoit tel, que tous ſes points fuſſent portés avec des viteſſes égales & uniformes ſuivant la même direction, ou que tout l'eſpace qui contient le tuyau, ſe mût uniformement ſelon la même direction, le vrai mouvement du fluide demanderoit les mêmes forces, que le mouvement rélatif: ou bien le mouvement relatif ſubiroit les mêmes changemens que ſon mouvement véritable.

XXXIV. Ce n'eſt donc, qu'entant que les élémens du tuyau ne ſe meuvent pas uniformément, & ſelon la même direction, que le mouvement rélatif du fluide eſt troublé, entant que le fluide ne reçoit pas les mêmes accélérations que le tuyau. D'où il s'enſuit que le mouvement rélatif ſera le même, que ſi le fluide étoit ſollicité, outre les forces qui y agiſſent immédiatement, par des forces égales & contraires à celles dont le mouvement du tuyau eſt accéleré ou retardé. Pour rendre cela plus évident, on n'a qu'à conſidérer une portion de fluide dans un tuyau, & que le tuyau reçoive quelque accélération en avant, alors le fluide demeurera en arrière, & ſon étar relatif dans le tuyau ſera le même, que ſi le fluide étoit pouſſé en arrière par une accélération égale. Donc, pour déterminer le mouvement rélatif du fluide dans un tuyau mobile, nous n'avons qu'à tranſporter ſur le fluide les forces accélératrices qui agiſſent ſur le tuyau, mais ſelon des directions oppoſées.

XXXV. Que le tuyau par un mouvement quelconque ſoit donc
Fig. 4. parvenu après le tems $= t$, dans la ſituation FZV, qu'au bout F, ſoit comme auparavant ſon amplitude $= ff$, la denſité du fluide $= \Phi$,

&

& la viteſſe rélative dans le tuyau $= \omega$, & ces quantités Φ & ω, ſeront des fonctions du tems, comme auſſi les trois coordonnées $OD = a$, $DE = b$, & $EF = c$, par lesquelles eſt déterminé le lieu du bout F au tems $= t$. Qu'à un autre point quelconque Z déterminé par les trois coordonnées $OX = x$, $XY = y$, & $YZ = z$, ſoit l'amplitude $= rr$, la longueur du tuyau $FZ = s$, & au même tems t, la denſité du fluide en $Z = q$, la viteſſe rélative dans le tuyau $= u$, & la preſſion $= p$. Donc, pour la continuité du fluide, qui ſe détermine également par le mouvement rélatif, que par l'abſolu, nous aurons cette équation : $rrqu = \int\int \Phi\omega - \int rrds\left(\frac{dq}{dt}\right)$ pourvû qu'on étende l'intégrale $\int rrds\left(\frac{dq}{dt}\right)$ par la partie FZ, de ſorte qu'elle évanouïſſe en faiſant $x = a$, $y = b$, & $z = c$.

XXXVI. Soit l'élement du fluide en Z, ſollicité par les trois forces accélératrices $ZP = P$, $ZQ = Q$, & $ZR = R$, comme auparavant. Mais pour le mouvement du tuyau, quel qu'il ſoit, qu'on décompoſe le mouvement du point Z, ſelon les mêmes directions, dont les viteſſes ſoient :

ſelon $ZP = u$; ſelon $ZQ = v$; & ſelon $ZR = w$;

j'employe ici les mêmes lettres u, v, w, qui me marquoient auparavant les viteſſes du fluide, puiſque dans ce ſens elles ne ſont plus dans le calcul, & qu'il n'y en a point à craindre de confuſion. Or, puiſque le tuyau eſt ſuppoſé rigide, & ne ſauroit changer de figure pendant ſon mouvement, les trois viteſſes doivent tenir un certain rapport aux coordonnées, & cette conſidération nous fournit les déterminations ſuivantes :

$$u = l + \zeta y - \eta z \; ; \; v = m + \theta z - \zeta x \; ; \; w = n + \eta x - \theta y \; ;$$

où les quantités l, m, n, ζ, η, θ, ſont, ou conſtantes, ou des fonctions quelconques du tems t.

XXXVII.

XXXVII. Pour obtenir maintenant les forces accélératrices du point Z du tuyau, il eſt évident que ces forces ſeront :

$$\text{ſelon ZP} = \frac{du}{dt}\text{ ; ſelon ZQ} = \frac{dv}{dt}\text{ ; ſelon ZR} = \frac{dw}{dt}\text{ ;}$$

où du, dv, dw, marquent les changemens des viteſſes pendant le tems dt ; or pendant ce tems les trois coordonnées x, y, z, qui ſe rapportent au point Z prennent les accroiſſemens $dx = u\,dt$, $dy = v\,dt$, & $dz = w\,dt$; d'où nous aurons :

$$du = dl + y\,d\zeta - z\,d\eta + \zeta v\,dt - \eta w\,dt$$
$$dv = dm + z\,d\theta - x\,d\zeta + \theta w\,dt - \zeta u\,dt$$
$$dw = dn + x\,d\eta - y\,d\theta + \eta u\,dt - \theta v\,dt,$$

& en ſubſtituant pour u, v, & w leurs valeurs, nous aurons :

$$\frac{du}{dt} = \frac{dl}{dt} + \frac{y\,d\zeta}{dt} - \frac{z\,d\eta}{dt} + \zeta m - \eta n - (\zeta\zeta + \eta\eta)x + \zeta\theta z + \eta\theta y$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dm}{dt} + \frac{z\,d\theta}{dt} - \frac{x\,d\zeta}{dt} + \theta n - \zeta l - (\theta\theta + \zeta\zeta)y + \theta\eta x + \zeta\eta z$$

$$\frac{dw}{dt} = \frac{dn}{dt} + \frac{x\,d\eta}{dt} - \frac{y\,d\theta}{dt} + \eta l - \theta m - (\eta\eta + \theta\theta)z + \eta\zeta y + \theta\zeta x.$$

XXXVIII. Ayant trouvé ces accélérations, nous n'aurons qu'à les ſoutraire des forces accélératrices P, Q, R, qui agiſſent immédiatement ſur l'elément du fluide, qui ſe trouve en Z, & de là nous tirerons pour le mouvement rélatif du fluide dans le tuyau mobile l'équation différentielle ſuivante :

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - \frac{du}{dt}dx - \frac{dv}{dt}dy - \frac{dw}{dt}dz - ds\left(\frac{ds}{dt}\right) - s\,ds,$$

où le tems t eſt ſuppoſé conſtant ; & puiſque la figure du tuyau eſt donnée, les trois variables x, y, z, ſeront déterminées par la ſeule s.

On

On n'a donc qu'à ſubſtituer pour $\frac{du}{dt}$, $\frac{dv}{dt}$, & $\frac{dw}{dt}$ les valeurs trouvées, & on aura les équations les plus générales pour le mouvement d'un fluide quelconque dans un tuyau agité d'un mouvement quelconque. Lorsqu'on veut que le tuyau tourne autour d'un axe fixe, ce n'eſt qu'un cas très particulier de l'hypotheſe générale, ſuivant laquelle j'ai établi le mouvement du tuyau tel, qu'il s'étende abſolument à tous les mouvemens poſſibles.

XXXIX. Pour faire voir l'uſage de ces formules dans quelque cas plus particulier, ſuppoſons d'abord que le fluide ſoit incompreſſible, & que ſa denſité ſoit partout & toujours la même. Poſons donc $\Phi = g$, & $q = g$, & l'équation, qui renferme la continuité du fluide, ſera $rr\varpi = ff\omega$, donc $\varpi = \frac{ff\omega}{rr}$, & $\left(\frac{d\varpi}{dt}\right) = \frac{ff}{rr}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)$. Soit de plus $P\,dx + Q\,dy + R\,dz = dV$, & l'intégrale de notre équation différentielle ſera :

$$\frac{p}{g} = C + V - \left(\frac{d\omega}{dt}\right)\int\frac{ff\,ds}{rr} - \frac{f^4\omega^2}{2r^4} - \frac{x\,dl}{dt} - \frac{y\,dm}{dt} - \frac{z\,dn}{dt}.$$
$$+ \frac{d\zeta}{dt}\int(y\,dx - x\,dy) + \frac{d\theta}{dt}\int(z\,dy - y\,dz) + \frac{d\eta}{dt}\int(x\,dz - z\,dx)$$
$$+ (\zeta m - \eta m)x + (\theta n - \zeta l)y + (\eta l - \theta m)z$$
$$- \tfrac{1}{2}(\zeta\zeta + \eta\eta)xx - \tfrac{1}{2}(\theta\theta + \zeta\zeta)yy - \tfrac{1}{2}(\eta\eta + \theta\theta)zz$$
$$+ \zeta\theta\,xz + \zeta\eta\,xy + \eta\zeta\,yz,$$

où puiſque le tems eſt ſuppoſé conſtant, il faut prendre les intégrales $\int(y\,dx - x\,dy)$ &c. de la poſition du tuyau à chaque inſtant.

XL. Puiſque ce cas eſt encore trop général, ſuppoſons que le tuyau tourne autour de l'axe OC, en ſorte qu'après le tems $= t$, la viteſſe de rotation à la diſtance $= e$ ſoit $= v$, & la viteſſe de rotation du point Z, dont la diſtance à l'axe OC eſt $= V(xx + yy)$, ſera

ſera $= \frac{v}{e} V(xx + yy)$, d'où nous tirerons ſes viteſſes derivées $u = \frac{vy}{e}$, $v = -\frac{vx}{e}$, & $w = 0$; de ſorte que pour ce cas on aura :

$$l = 0 ; \; m = 0 ; \; n = 0 ; \; \zeta = \frac{v}{e} ; \; \eta = 0 ; \; \theta = 0 ;$$

& partant nous aurons pour le mouvement rélatif du fluide dans ce tuyau cette équation :

$$\frac{p}{g} = C + V - \left(\frac{dw}{dt}\right) \int \frac{ff ds}{rr} - \frac{f^4 d\omega^2}{2r^4} + \frac{dv}{edt} \int (y dx - x dy) - \frac{vv}{2ee}(xx + yy),$$

où la conſtante peut encore renfermer le tems t d'une maniere quelconque.

XLI. Conſidérons la poſition initiale du tuyau, où le lieu du point Z ait été exprimé par les trois coordonnées X, Y, Z, & pendant le tems t le point Z ou Y aura décrit autour de l'axe O C un angle ψ, de ſorte que $d\psi = \frac{v dt}{e}$, & $\psi = \int \frac{v dt}{e}$, d'où après le tems t, les coordonnées pour le point Z ſeront :

$x = X \operatorname{cof} \psi - Y \operatorname{ſin} \psi$; $y = X \operatorname{ſin} \psi + Y \operatorname{cof} \psi$; $z = Z$;

& partant $xx + yy = XX + YY$. De plus à cauſe de $dx = dX \operatorname{cof} \psi - dY \operatorname{ſin} \psi$; & $dy = dX \operatorname{ſin} \psi + dY \operatorname{cof} \psi$, nous aurons : $y dx - x dy = Y dX - X dY$.

Donc, par l'équation pour la figure & ſituation du tuyau au commencement, nous aurons :

$$\frac{p}{g} = C + V - \left(\frac{dw}{dt}\right) \int \frac{ff ds}{rr} - \frac{f^4 w^2}{2r^4} + \frac{dv}{edt} \int (Y dX - X dY) - \frac{vv}{2ee}(XX + YY),$$

XLII.

XLII. On peut rapporter ici encore une autre queſtion de la derniere importance en pluſieurs occaſions, qui roule ſur la force de réaction que le vaiſſeau ſoutient des preſſions du fluide, qui y eſt contenu. Comme cette réaction eſt le réſultat de toutes les preſſions du fluide ſur les parois du vaiſſeau, on la pourroit déduire de l'expreſſion générale, qui donne la preſſion du fluide en chaque endroit : or cette détermination deviendroit ſouvent trop épineuſe, & même impraticable. Mais j'ai expoſé ailleurs une autre méthode fort ſimple pour arriver à ce but, qui eſt fondée ſur cette belle propriété, que la réaction ſur le vaiſſeau eſt égale à la ſomme de toutes les forces, qui agiſſent ſur le fluide, moins celles qui ſont requiſes à maintenir ſon mouvement. De là ſi u, v, w, marquent les trois viteſſes du vray mouvement du fluide en Z, puiſque l'élément de la maſſe y eſt $= qrrds$, la réaction qui réſulte de cet élément ſe réduira à ces trois forces :

$$\text{ſelon } ZP = qrrds\left(P-\left(\frac{du}{dt}\right)\right);\ \text{ſelon } ZQ = qrrds\left(Q-\left(\frac{dv}{dt}\right)\right)$$

$$\& \text{ ſelon } ZR = qrrds\left(R-\left(\frac{dw}{dt}\right)\right).$$

XLIII. On peut de même réſoudre la queſtion en général, lorſqu'on demande les forces, qu'un vaiſſeau quelconque ſoutient du fluide, qui s'y trouve agité d'une maniere quelconque. Car d'abord le vaiſſeau ſoutient les forces externes, qui agiſſent par le moyen des piſtons ſur le fluide ; enſuite le vaiſſeau ſoutiendra auſſi de la part de chaque élément du fluide en Z, dont la maſſe peut être répréſentée par $q\,dx\,dy\,dz$, & que j'appellerai $= dM$, de certaines forces, qui ſe réduiſent à trois, ſuivant les directions ZP, ZQ & ZR, & ces forces élémentaires ſeront Fig. 1.

$$\text{ſelon } ZP = dM\left(P-\left(\frac{du}{dt}\right)\right);\ \text{ſelon } ZQ = dM\left(Q-\left(\frac{dv}{dt}\right)\right)$$

$$\& \text{ ſelon } ZR = dM\left(R-\left(\frac{dw}{dt}\right)\right).$$

On n'a donc qu'à prendre les intégrales de ces formules, & les étendre par toute la maſſe fluide contenue dans le vaiſſeau, pour avoir conjointement avec les forces des piſtons la force totale de la réaction.

XLIV. J'ai déjà remarqué que presque tous les cas du mouvement des fluides, qu'on a traités jusqu'ici, ſe réduiſent à celui d'un tuyau infiniment étroit, que je viens de développer. Outre celui-là on n'en trouve guères, qu'on ait conſidéré. Or, pour y arriver il faut très conſidérablement limiter nos équations générales. Car d'abord il faut ſuppoſer le fluide incompreſſible, ou ſa denſité q conſtante, tant par rapport au tems qu'au lieu; poſons donc $q = g$. Enſuite il faut ſuppoſer le mouvement du fluide permanent, ou tel qu'au même endroit les trois viteſſes u, v, w, avec la preſſion p, demeurent toujours les mêmes, quoiqu'il paſſe continuellement d'autres élémens du fluide par le même point: de ſorte que $\left(\frac{du}{dt}\right) = 0$, $\left(\frac{dv}{dt}\right) = 0$, & $\left(\frac{dw}{dt}\right) = 0$. Le tems n'entrera donc plus en conſidération, & toutes les quantités que nous aurons à déterminer, ne feront que des fonctions des trois variables x, y, & z; ce ſont les trois viteſſes u, v, w, avec la hauteur p, qui expriment la preſſion dans chaque point Z.

XLV. Nous aurons donc pour les quantités X, Y, & Z, les valeurs ſuivantes:

$$X = u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$Y = u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right)$$

$$Z = u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right),$$

& nos deux équations, qui renferment le mouvement du fluide, ſeront:

$$\frac{dp}{q} = P\,dx + Q\,dy + R\,dz - X\,dx - Y\,dy - Z\,dz,$$

$$\& \qquad \left(\frac{du}{dx}\right) + \left(\frac{dv}{dy}\right) + \left(\frac{dw}{dz}\right) = 0,$$

Donc, la premiere équation devant être intégrable, il faut qu'il ſoit

$$\left(\frac{dP-dX}{dy}\right) = \left(\frac{dQ-dY}{dx}\right); \left(\frac{dP-dX}{dz}\right) = \left(\frac{dR-dZ}{dx}\right); \left(\frac{dQ-dY}{dz}\right) = \left(\frac{dR-dZ}{dy}\right)$$

Or ſi les forces, dont le fluide eſt ſollicité, ſont réelles, la partie $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$ eſt toujours intégrable d'elle-même, & l'intégrale que j'indique par V, marque l'effort des forces ſollicitantes.

XLVI. Or, puisque le mouvement du fluide eſt ſuppoſé permanent, toutes les particules, qui paſſent ſucceſſivement par le point Z, décriront la même route. Ou ſi nous concevons dans le fluide une ſection fixe B O C, toutes les particules qui paſſent par le même point F de cette ſection, ſe mouvront ſelon la même ligne F Z V. Introduiſons donc cette ligne F Z V dans le calcul; & ſoient pour le point F les coordonnées $OE = b$ & $EF = c$, qui ſont conſtantes pour la même courbe F Z V, mais variables de toutes les manieres poſſibles pour des courbes différentes. Pour un point quelconque Z de cette courbe ſoient les trois coordonnées $OX = x$; $XY = y$ & $YZ = z$, & la nature de cette courbe ſera exprimée par deux équations entre x, y, & z qui renfermeront outre cela les deux conſtantes b & c, comme ſes parametres; d'où l'on pourra déterminer l'une & l'autre ſéparément par les trois coordonnées x, y & z. Soient donc les formules différentielles, qui en réſultent : Fig. 2.

$db = L\,dx + M\,dy + N\,dz$ & $dc = l\,dx + m\,dy + n\,dz$

où L, M, N, l, m, n, ſeront des fonctions des ſeules coordonnées x, y, z.

XLVII. Puisque la particule en Z ſe meut ſuivant la direction de la courbe Z z, ſes trois viteſſes u, v, & w, tiendront entr'elles le même rapport, que les différentiels dx, dy & dz, entant qu'ils regardent la même courbe. Or, ayant dans ce cas $db = 0$ & $dc = 0$, nous aurons :

$$Lndx + Mndy = Nldx + Nmdy; \text{ ou } \frac{dy}{dx} = \frac{Ln - Nl}{Nm - Mn}$$

$$Lmdx + Nmdz = Mldx + Mndz; \text{ ou } \frac{dz}{dx} = -\frac{Lm + Ml}{Nm - Mn}$$

d'où nous tirons :

$$dx : dy : dz = Nm - Mn : Ln - Nl : Ml - Lm$$

Poſons donc :

$$u = K(Nm - Mn); \; v = K(Ln - Nl); \; w = K(Ml - Lm)$$

où il eſt encore incertain, ſi le facteur commun K dépend uniquement des quantités conſtantes b & c, ou outre cela encore des coordonnées x, y & z, ce qu'il faut décider par l'équation tirée de la continuité du fluide.

XLVIII. Mais, pour avoir la valeur de $\left(\frac{du}{dx}\right)$, il faut regarder la ſeule x comme variable, & les deux autres y & z comme conſtantes, d'où cette conſidération s'étend ſur les courbes voiſines, & ſuppoſe par conſéquent variables les quantités b & c; d'où nous aurons $db = Ldx$ & $dc = ldx$. Or nous verrons bientôt que le facteur K doit être une fonction de b & c. Soit donc :

$$dK = Bdb + Cdc$$

& puisque les autres quantités L, M, N, & l, m, n dépendent uniquement des trois coordonnées x, y & z, nous aurons :

$$\left(\frac{du}{dx}\right) = (BL + Cl)(Nm - Mn) + K\left(N\left(\frac{dm}{dx}\right) + m\left(\frac{dN}{dx}\right) - M\left(\frac{dn}{dx}\right) - n\left(\frac{dM}{dx}\right)\right)$$

De

De la même maniere on trouvera :

$$\left(\frac{dv}{dy}\right) = (BM+Cn)(Ln-Nl) + K\left(L\left(\frac{dn}{dy}\right) + n\left(\frac{dL}{dy}\right) - N\left(\frac{dl}{dy}\right) - l\left(\frac{dN}{dy}\right)\right)$$

$$\left(\frac{dw}{dz}\right) = (BN+Cn)(Ml-Lm) + K\left(M\left(\frac{dl}{dz}\right) + l\left(\frac{dM}{dz}\right) - L\left(\frac{dm}{dz}\right) - m\left(\frac{dL}{dz}\right)\right)$$

& la ſomme de ces trois formules doit être égale à zero.

XLIX. Or la ſomme des trois premiers membres ſe détruit viſiblement ; & pour les derniers membres, ſi nous conſidérons, que les formules différentielles $Ldx + Mdy + Ndz$ & $ldx + mdy + ndz$ doivent être intégrables, on aura :

$$\left(\frac{dm}{dx}\right) = \left(\frac{dl}{dy}\right) ; \left(\frac{dn}{dx}\right) = \left(\frac{dl}{dz}\right) ; \left(\frac{dn}{dy}\right) = \left(\frac{dm}{dz}\right)$$

$$\left(\frac{dM}{dx}\right) = \left(\frac{dL}{dy}\right) ; \left(\frac{dN}{dx}\right) = \left(\frac{dL}{dz}\right) ; \left(\frac{dN}{dy}\right) = \left(\frac{dM}{dz}\right),$$

& partant les trois derniers membres ſe détruiſent auſſi d'eux mêmes. D'où je concluds que K eſt uniquement fonction de b & c, comme j'ai ſuppoſé. Car ſi l'on croyoit, que K pût auſſi renfermer x, y, & z, je remarque dabord, que par le moyen des deux équations entre b, c, x, y, z, on en pourroit éliminer deux x, de ſorte que K ne ſeroit fonction que de b, c, & d'une des trois x, y, z. Or ſi s'étoit x, on auroit outre les termes qui ſe détruiſent encore $\left(\frac{dK}{dx}\right)(Nm - Mn)$, & ainſi des deux autres, d'où il eſt évident, que K doit uniquement dépendre des deux quantités b & c.

L. Prenant donc pour K une fonction quelconque de b & c, nous avons déjà des valeurs générales pour les trois viteſſes :

$u = K(Nm - Mn)$; $v = K(Ln - Nl)$; $w = K(Ml - Lm)$

qui

qui ſatisfont à la formule, que la continuité du fluide nous a fournie. Mais pour l'autre équation différentielle, je remarque que ſi l'on conſidéroit la ſeule x comme variable, & qu'on intégrât la formule, on trouveroit la vraye intégrale, pourvu qu'on fit entrer les deux autres variables y & z dans la conſtante, que l'intégration entraine. Dans ce cas on opéreroit de la même maniere, comme ſi l'on vouloit ſeulement chercher la preſſion pour les endroits, où y & z ſont de même valeur, ou qu'on voulut chercher la preſſion pour une ligne droite parallele à l'axe O A. De la même maniere on pourroit trouver l'intégrale, en ſuppoſant x & y, ou x & z, conſtantes, ou en général pour une ligne quelconque, qu'on conçoit tirée par le fluide.

LI. En conſéquence de cela nous pourrons auſſi trouver l'intégrale, en ne conſidérant que la ſeule ligne FZV, ou en regardant les quantités b & c comme conſtantes. Or, puisque alors les quantités y & z dépendent de x, ſi la variabilité de la ſeule x donne $\left(\frac{du}{dx}\right)$, $\left(\frac{dv}{dx}\right)$, $\left(\frac{dw}{dx}\right)$, les formules $\left(\frac{du}{dy}\right)$, $\left(\frac{du}{dz}\right)$ &c. deviendront nulles; d'où nous tirons:

$$Xdx + Ydy + Zdz = udx\left(\frac{du}{dx}\right) + udy\left(\frac{dv}{dx}\right) + udz\left(\frac{dw}{dx}\right).$$

Mais dans ce cas ayant $u : v : w = dx : dy : dz$, & partant $udy = vdx$ & $udz = wdx$, cette formule devient

$$Xdx + Ydy + Zdz = udx\left(\frac{du}{dx}\right) + vdx\left(\frac{dv}{dx}\right) + wdx\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

$$= dx\left(\frac{udu + vdv + wdw}{dx}\right) = dx\left(\frac{\mathfrak{v}d\mathfrak{v}}{dx}\right),$$

ſi nous prenons $\mathfrak{v}$ pour marquer la viteſſe vraye du fluide en Z. Donc, ſi nous poſons $Pdx + Qdy + Rdz = dV$, l'intégrale de notre équation différentielle ſera $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}\mathfrak{v}\mathfrak{v} + D$,

où D eſt une certaine fonction des quantités b & c.

LII.

LII. Cette même intégrale ſe trouve auſſi, ſans que nous négligions les formules $\left(\frac{du}{dy}\right)$, $\left(\frac{du}{dz}\right)$ &c. pourvu que nous remarquions que pour les viteſſes du fluide dans la ligne FZV il y a

$$u\,dy = v\,dx\,;\quad u\,dz = w\,dx\quad \&\quad v\,dz = w\,dy$$

Car alors la formule $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$ ſe change en celle-cy :

$$u\,dx\left(\frac{du}{dx}\right)+u\,dy\left(\frac{du}{dy}\right)+u\,dz\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$v\,dx\left(\frac{dv}{dx}\right)+v\,dy\left(\frac{dv}{dy}\right)+v\,dz\left(\frac{dv}{dz}\right)=u\,dx\left(\frac{du}{dx}\right)+u\,dy\left(\frac{du}{dy}\right)+u\,dz\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$w\,dx\left(\frac{dw}{dx}\right)+w\,dy\left(\frac{dw}{dy}\right)+w\,dz\left(\frac{dw}{dz}\right),$$

dont l'intégrale eſt évidemment $\frac{1}{2}\,u\,u$: & nous aurons comme cy-deſſus : $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}\,u\,u + D$.

Or, puiſque nous avons ici traité comme conſtantes les quantités λ &c, la conſtante D renfermera ces quantités.

LIII. Donc, pour la même ligne courbe FZV, puiſque la valeur de D eſt conſtante, nous pourrons comparer entr'elles les preſſions du fluide dans tous les points de cette ligne, de ſorte que ſi nous ſavions la preſſion dans un ſeul point, nous en pourrions conclure la preſſion dans tous les autres. Car d'abord nous avons pour chaque point la valeur de V, & la figure de la ligne FZV nous donne à connoître par les équationis $L\,dx + M\,dy + N\,dz = 0$ & $l\,dx + m\,dy + n\,dz = 0$ les trois viteſſes u, v, w, d'où nous tirons :

$$u\,u = KK\left\{\begin{matrix}LL(mm+nn) + MM(ll+nn) + NN(ll+mm)\\ -2\,LM\,lm - 2\,LN\,ln - 2\,MN\,mn\end{matrix}\right\}$$

où K eſt auſſi une quantité conſtante par toute l'étendue de la courbe F Z V, & $\frac{1}{2}vv$ indique, comme j'ai déjà remarqué la hauteur duë à la viteſſe v, ou celle de laquelle un grave tombant acquiert la même viteſſe v.

LIV. L'équation trouvée $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}vv + D$ ſera donc la veritable intégrale de notre équation différentielle, pourvu qu'on aſſigne à D la juſte valeur qui lui convient. Ou bien cette fonction de b & c doit être telle, qu'en différentiant l'équation trouvée, en ſuppoſant auſſi b & c variables, on parvienne préciſément à notre équation différentielle. Donc il faut qu'il ſoit $v\,dv - dD = X\,dx + Y\,dy + Z\,dz$; ce qui donne

$$(u\,dy - v\,dx)\left(\frac{du}{dy}\right) + (u\,dz - w\,dx)\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$dD = (v\,dy - u\,dy)\left(\frac{dv}{dx}\right) + (v\,dz - w\,dy)\left(\frac{dv}{dz}\right)$$

$$+ (w\,dx - u\,dz)\left(\frac{dw}{dx}\right) + (w\,dy - v\,dz)\left(\frac{dw}{dy}\right),$$

ou bien :

$$dD = (u\,dy - v\,dx)\left(\left(\frac{du}{dy}\right) - \left(\frac{dv}{dx}\right)\right) + (v\,dz - w\,dy)\left(\left(\frac{dv}{dz}\right) - \left(\frac{dw}{dy}\right)\right)$$

$$+ (w\,dx - u\,dz)\left(\left(\frac{dw}{dx}\right) - \left(\frac{du}{dz}\right)\right).$$

LV. Puiſque D eſt fonction de b & c, poſons $dD = E\,db + F\,dc$, & remettant pour db & dc leurs valeurs, nous aurons :

$$dD = (EL + Fl)\,dx + (EM + Fm)\,dy + (EN + Fn)\,dz$$

ce différentiel devant être égal à celui que nous venons de trouver, nous en tirerons les trois égalités ſuivantes :

EL

$$EL+Fl=v\left(\frac{dv}{dx}\right)-v\left(\frac{du}{dy}\right)+w\left(\frac{dw}{dx}\right)-w\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$EM+Fm=w\left(\frac{dw}{dy}\right)-w\left(\frac{dv}{dy}\right)+u\left(\frac{du}{dy}\right)-u\left(\frac{dv}{dx}\right)$$

$$EN+Fn=u\left(\frac{du}{dz}\right)-u\left(\frac{dw}{dx}\right)+v\left(\frac{dv}{dz}\right)-v\left(\frac{dw}{dy}\right)$$

Ces trois égalités, en les combinant enſemble, & remarquant que $Lu+Mv+Nw=0$ & $lu+mv+nw=0$ nous les réduiſons à ces deux :

$$\frac{E}{K}=l\left(\frac{dw}{dy}\right)-l\left(\frac{dv}{dz}\right)+m\left(\frac{du}{dz}\right)-m\left(\frac{dw}{dx}\right)+n\left(\frac{dv}{dx}\right)-n\left(\frac{du}{dy}\right)$$

$$\frac{F}{K}=L\left(\frac{dw}{dy}\right)-L\left(\frac{dv}{dz}\right)+M\left(\frac{du}{dz}\right)-M\left(\frac{dw}{dx}\right)+N\left(\frac{dv}{dx}\right)-N\left(\frac{du}{dy}\right)$$

LVI. Puiſque E, F, & K, ſont des fonctions de b & c, il faut que ces deux formules ſoient telles, qu'en ſubſtituant pour $\left(\frac{du}{dy}\right)$, $\left(\frac{du}{dz}\right)$ &c. leurs valeurs, elles deviennent réductibles aux deux ſeules quantités b & c: c'eſt à dire, que par le moyen des deux équations entre x, y, z, & b, c, les trois quantités x, y & z en puiſſent entierement être éliminées. Donc, pour que cela arrive, il faut que la fonction K obtienne une certaine détermination. Enſuite il faut de plus, que ces deux quantités ou fonctions de b & c ſoient telles, que la formule $E\,db+F\,dc$ devienne intégrable : & de là on tirera la juſte détermination de la quantité D, & par conſéquent celle de la preſſion p. De là on comprend auſſi que les deux équations entre x, y, z & b, c ne dependent pas entierement de notre volonté, mais qu'elles exigent certaines conditions, pour que le cas ſoit poſſible.

LVII. Un cas particulier, qui mérite notre attention, eſt lorsque chaque particule du fluide tourne autour de l'axe OC, de ſorte que toutes les lignes FZV ſont des cercles décrits autour de l'axe OC. Nous aurons donc, puisque tous ces cercles ſont en des plans paralleles au plan AOB, $YZ = z = c$, & $xx + yy = bb$; d'où nous tirons $db = \frac{x\,dx + y\,dy}{V(xx+yy)}$ & $dc = dz$ & partant:

$$L = \frac{x}{V(xx+yy)};\ M = \frac{y}{V(xx+yy)},\ N = 0;\ l = 0;\ m = 0;\ n = 1.$$

Donc les viteſſes ſeront:

$$u = -\frac{K\,y}{V(xx+yy)};\quad v = \frac{K\,x}{V(xx+yy)}\ \&\ w = 0$$

& la viteſſe vraye $s = V(uu+vv+ww) = K$ D'où l'on voit que, par toute la periphérie du même cercle, la viteſſe eſt la même, ou que chaque élément du fluide ſe meut d'un mouvement uniforme autour de l'axe OC, dont la viteſſe $s = K$ eſt une fonction, tant de la hauteur du cercle $EF = c$ que de ſon rayon $OE = b$.

LVIII. La preſſion du fluide, qui tourne de cette façon autour de l'axe OC, ſera donc en chaque point Z; $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}KK + D$ où la quantité D doit être une certaine fonction de b & c, en ſorte que

$$dD = (u\,dy - v\,dx)\left(\left(\frac{du}{dy}\right) - \left(\frac{dv}{dx}\right)\right) + v\,dz\left(\frac{dv}{dz}\right) + u\,dz\left(\frac{du}{dz}\right).$$

Or $u\,dy - v\,dx = -\frac{K\,y\,dy - K\,x\,dx}{V(xx+yy)} = -K\,db$, & $dz = dc$, de plus poſant $dK = B\,db + C\,dc = \frac{B\,x\,dx + B\,y\,dy}{V(xx+yy)} + C\,dz$, nous aurons:

$\left(\frac{du}{dy}\right)$

$$\left(\frac{du}{dy}\right)=-\frac{\mathrm{K}xx}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}}-\frac{\mathrm{B}yy}{xx+yy} \;\&\; \left(\frac{dv}{dx}\right)=\frac{\mathrm{K}yy}{(xx+yy)^{\frac{3}{2}}}+\frac{\mathrm{B}xx}{xx+yy}.$$

$$\left(\frac{dv}{dz}\right)=\frac{\mathrm{C}x}{\sqrt{(xx+yy)}} \;\&\; \left(\frac{du}{dz}\right)=-\frac{\mathrm{C}y}{\sqrt{(xx+yy)}}.$$

Ces valeurs étant fubſtituées donnent, à cauſe de $b=\sqrt{(xx+yy)}$

$$d\mathrm{D}=\frac{\mathrm{K}\mathrm{K}db}{b}+\mathrm{B}\mathrm{K}db+\mathrm{C}\mathrm{K}dc=\frac{\mathrm{K}\mathrm{K}db}{b}+\mathrm{K}d\mathrm{K}$$

Cette formule devant être intégrable, il faut que K ſoit une fonction quelconque de b ſeulement, ſans renfermer la hauteur $\mathrm{E}\mathrm{F}=c$.

LIX. Donc la viteſſe par chaque cercle décrit autour de l'axe OC dépend uniquement du rayon de ce cercle ; prenant donc pour K une fonction quelconque du rayon $\mathrm{O}\mathrm{E}=b$, nous aurons $\mathrm{D}=\int\frac{\mathrm{K}^2\,db}{b}+\frac{1}{2}\mathrm{K}\mathrm{K}$; & partant pour la preſſion nous aurons cette équation :

$$\frac{p}{g}=\mathrm{V}+\int\frac{\mathrm{K}^2\,db}{b}.$$

Les limites, ou la ſurface ſuprème de cette maſſe fluide ſera là, où la preſſion p évanouït, c'eſt à dire, où il y aura : $\mathrm{V}+\int\frac{\mathrm{K}^2\,db}{b}=0$.

Sous cette ſurface le fluide ſe trouvera dans tout l'eſpace, où la preſſion p ſe trouve poſitive. On voit bien que cette ſurface ſera engendrée par la rotation d'une certaine courbe autour de l'axe OC, & la nature de cette courbe ſera exprimée par l'équation $\mathrm{V}+\int\frac{\mathrm{K}\mathrm{K}db}{b}=0$.

Or cette même équation, en changeant les conſtantes, exprime toutes les autres ſurfaces, où la preſſion eſt la même, qu'on appelle les ſurfaces de niveau.

LX. Soit AZC la génératrice d'une telle ſurface de niveau, &
Fig. 5. qu'on poſe $OP = x$, $PZ = y$ & $OZ = z$, de ſorte que y marque le rayon du cercle décrit par le point Z autour de l'axe OC ; & ſoit v la viteſſe de ce point, & une fonction quelconque du rayon $PZ = y$. Que le point Z ſoit attiré au centre O par une force accélératrice Z, qui ſoit une fonction quelconque de la diſtance $OZ = z$, & on aura pour la nature de la courbe AZC cette équation

$$- \int Z\,dz + \int \frac{v\,v\,dy}{y} = 0.$$

Soit, par exemple, $Z = \alpha\, z^m$ & $v = \varepsilon y^n$, & notre équation ſera $\frac{\varepsilon\varepsilon y^{2n}}{2n} = \frac{\alpha z^{m+1} - \alpha a^{m+1}}{m+1}$, en poſant le demi-axe $OC = a$, & de là le demi-diametre de l'équateur OA, qui ſoit $OA = e$, ſera déterminé par cette équation :

$$\frac{(m+1)\varepsilon\varepsilon}{2\alpha n}\, e^{2n} = e^{m+1} - a^{m+1}$$

ou bien, ſachant le demi-diametre de l'équateur $OA = e$, le demi-axe ſera : $a = \sqrt[m+1]{\left(e^{m+1} - \frac{(m+1)\varepsilon\varepsilon}{2\alpha n}\, e^{2n}\right)}$ & ſi la différence eſt fort petite, on aura $a = e - \frac{\varepsilon\varepsilon}{2\alpha n}\, e^{2n-m}$.

LXI. Conſidérons auſſi un fluide qui tourne dans un vaiſſeau
Fig. 6. cylindrique AEFB, autour de ſon axe OC, qui ſoit vertical, & que le fluide n'eſſuye d'autres forces que celle de la gravité. La plus haute ſurface ACB ſera donc concave ; & pour en trouver la nature, poſons $OP = z$ & $PZ = y$, & la viteſſe rotatoire du point Z, qui ſoit $= v$, ſoit une fonction quelconque du rayon $PZ = y$. L'effort de la gravité $= 1$, agiſſant dans la direction verticale ſera $= \int - dz = - z$, d'où l'équation pour la courbe CZA ſera :

f

$\int \frac{\alpha\alpha dy}{y} = z - a$. Donc, ſi la viteſſe eſt proportionelle à la diſtance de l'axe y, ou qu'il ſoit $\alpha = \frac{y}{\sqrt{c}}$, l'équation ſera $yy = 2c(z-a)$: & partant la courbe ACB ſera une parabole dont le ſommet eſt en C, & le parametre $= 2c$. Il eſt évident que les ſolutions de ces cas ſont les mêmes, que celles qu'on a trouvées par les methodes ordinaires.

LXXII. Paſſons à des cas un peu plus compliqués, & ſuppoſons que chaque courbe FZV ſe trouve toute dans un plan parallele au plan AOB, & que le mouvement par tous les plans paralleles au plan AOB ſoit le même. On aura donc pour la courbe FZV, premièrement $z = c$, & enſuite une équation entre les deux coordonnées x, y, & le parametre $OE = b$, qui ſera indépendante de la hauteur $EF = c$; de cette équation on pourra donc définir b par x & y, d'où nos deux équations différentielles pour toutes les courbes FZV ſeront : Fig. 2.

$$db = L\,dx + M\,dy \quad \& \quad dc = dz$$

de ſorte que $N = 0$, $l = 0$, $m = 0$, & $n = 1$. Donc les trois viteſſes du point Z ſeront :

$$u = -KM; \quad v = KL \quad \& \quad w = 0.$$

D'où, ſi nous poſons $dK = B\,db + C\,dc = BL\,dx + BM\,dy + C\,dz$, nous aurons :

$$\left(\frac{du}{dx}\right) = -BLM - K\left(\frac{dM}{dx}\right); \quad \left(\frac{du}{dy}\right) = -BM^2 - K\left(\frac{dM}{dy}\right) \quad \left(\frac{du}{dz}\right) = -CM$$

$$\left(\frac{dv}{dx}\right) = +BL^2 + K\left(\frac{dL}{dx}\right); \quad \left(\frac{dv}{dy}\right) = BLM + K\left(\frac{dL}{dy}\right); \quad \left(\frac{dv}{dz}\right) = CL.$$

LXIII.

LXIII. Ces valeurs fourniſſent les formules ſuivantes :

$$X = K^2\left(M\left(\frac{dM}{dx}\right) - L\left(\frac{dM}{dy}\right)\right)$$

$$Y = K^2\left(L\left(\frac{dL}{dy}\right) - M\left(\frac{dL}{dx}\right)\right)$$

& $Z = 0$:

D'où à cauſe de $\left(\frac{dL}{dy}\right) = \left(\frac{dM}{dx}\right)$ nous aurons :

$$Xdx + Ydy + Zdz = K^2\left(Mdx\left(\frac{dM}{dx}\right) - Ldx\left(\frac{dM}{dy}\right) + Ldy\left(\frac{dL}{dy}\right) - Mdy\left(\frac{dL}{dx}\right)\right)$$

Ou bien poſant la vraye viteſſe $V(uu + vv + ww) = s$, la preſſion ſera exprimée par cette formule $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}ss + D$, où D eſt une telle fonction de b & c, que

$$dD = K\,db\left(B(L^2 + M^2) + K\left(\frac{dL}{dx}\right) + K\left(\frac{dM}{dy}\right)\right) + CK(LL + MM)\,dc$$

Or $B\,db + C\,dc = dK$; donc

$$dD = K\,dK\,(LL + MM) + KK\,db\left(\left(\frac{dL}{dx}\right) + \left(\frac{dM}{dy}\right)\right)$$

& partant il faut, que les quantités x & y ſe puiſſent entierement éliminer de cette formule, par la relation donnée entre x, y & b.

LXIV. Dans le cas du cercle il eſt arrivé, que les quantités $LL + MM$ & $\left(\frac{dL}{dx}\right) + \left(\frac{dM}{dy}\right)$ ſont devenues réductibles à la ſeule quantité b : mais, ſi l'on prend d'autres lignes courbes, on s'appercevra bientôt, que cette réduction ne ſauroit avoir lieu que très rarement. Et il ſemble que ce ſoit un des plus difficiles problèmes, de trouver telles équations entre x, y & b, que la valeur trouvée pour dD puiſſe entierement être délivrée des quantités x & y par le moyen

moyen de l'équation ſuppoſée. Or ſi cela arrive ou non? on s'aſſeurera en ſorte: Ayant trouvé l'expreſſion différentielle de dD, on ſubſtituera pour y ſa valeur par b & x; enſuite on verra s'il eſt poſſible de poſer pour K une telle fonction de b, que tous les termes, qui contiennent encore x, ſe détruiſent tout à fait: quand cela réuſſit, on aura dD exprimé par une fonction de b multipliée par db, d'où l'on obtiendra enfin aiſément l'intégrale.

LXV. Quelque difficile qu'il ſoit de réſoudre cette équation, ou de lui ſatisfaire par des formules particulieres, on en peut trouver une infinité par une ſuppoſition heureuſe, qui rend d'abord l'équation différentielle intégrable, au lieu que j'ai commencé ici par ſatisfaire à l'équation tirée de la continuité. J'ai déjà remarqué que notre équation différentielle devient intégrable, en prenant pour les trois viteſſes u, v, w, telles fonctions de x, y, & z, que la formule $udx + vdy + wdz$ admette l'intégration, ce qui ſe peut faire par une infinité de manieres différentes: car on n'a qu'à prendre à volonté une fonction quelconque de x, y, z, la différentier, & choiſir les coëfficiens de dx, dy, & dz, pour les valeurs de u, v, & w. Mais il faut bien prendre garde, qu'on ne donne cette ſolution pour générale, vû qu'il y a une infinité de mouvemens poſſibles, où la formule $udx + vdy + wdz$, n'eſt pas intégrable. Cependant cette ſuppoſition eſt très propre à nous fournir une infinité de ſolutions particulieres, auxquelles on ne ſauroit parvenir par la methode que je viens d'expliquer.

LXVI. Soit donc comme jusqu'ici le fluide incompreſſible, & ſa denſité partout & toujours la même $q = g$: & que de plus le mouvement ſe trouve dans un état permanent, de ſorte que le tems n'entre point en conſidération. Pour ce cas j'ai donné cy-deſſus (45) les deux équations, qui renferment les conditions du mouvement. Suppoſons de plus que la formule $Pdx + Qdy + Rdz$, tirée des forces accélératrices, ſoit intégrable, l'intégrale étant $= V$ qui exprime l'effort de ces forces. Cela poſé;

Soit la formule $u\,dx + v\,dy + w\,dz$ intégrable,

& à cauſe de $\left(\frac{du}{dy}\right)=\left(\frac{dv}{dx}\right)$; $\left(\frac{du}{dz}\right)=\left(\frac{dw}{dx}\right)$; $\left(\frac{dv}{dz}\right)=\left(\frac{dw}{dy}\right)$

nous aurons :

$$X = u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dx}\right) + w\left(\frac{dw}{dx}\right)$$

$$Y = u\left(\frac{du}{dy}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right)$$

$$Z = u\left(\frac{du}{dz}\right) + v\left(\frac{dv}{dz}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right),$$

donc $X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = u\,du + v\,dv + w\,dw$.

LXVII. Poſant donc la viteſſe véritable

en $Z = s = V(uu + vv + ww)$

l'intégrale de notre équation différentielle ſera :

$$\frac{p}{g} = V - \tfrac{1}{2}ss + C,$$

où C eſt une telle conſtante, qui demeure partout & toujours la même. Et de là on reconnoit d'abord, que cette ſolution n'eſt que particuliere, vû que nous avons déjà eu des cas, où la preſſion p n'étoit pas définie par cette forme. Car, ſi nous comparons cette expreſſion avec l'intégrale générale trouvée ci-deſſus $\frac{p}{g} = V - \frac{1}{2}ss + D$, nous voyons que l'hypotheſe préſente n'eſt que ce cas particulier, où D devient égal à une quantité conſtante, au lieu qu'en général la quantité D étoit variable par rapport aux courbes différentes, que les particules du fluide parcourent, quoique pour la même courbe D demeure invariable.

LXVIII.

LXVIII. Cela eſt auſſi évident par l'expreſſion différentielle, qui a été trouvée cy-deſſus (54) pour la valeur de dD, qui évanouït ouvertement lorsque $\left(\frac{du}{dy}\right)=\left(\frac{dv}{dx}\right)$; $\left(\frac{dv}{dz}\right)=\left(\frac{dw}{dy}\right)$; $\left(\frac{dw}{dx}\right)=\left(\frac{du}{dz}\right)$ & ce ſont les conditions de l'intégrabilité de la formule : $u\,dx+v\,dx+w\,dz$, de ſorte que dans ce cas la quantité D devient en effet conſtante. Donc, puisque en géneral elle peut avoir une valeur variable, on ſe tromperoit fort, ſi l'on s'imaginoit que l'intégrabilité de la formule $u\,dx+v\,dy+w\,dz$ fût une condition abſolument néceſſaire pour tous les mouvemens des fluides. Mais cette hypotheſe ne ſatisfait qu'à l'équation différentielle, & il reſte encore à remplir la condition de la continuité contenuë dans cette formule : $\left(\frac{du}{dx}\right)+\left(\frac{dv}{dy}\right)+\left(\frac{dw}{dz}\right)=0$. Et partant il s'agit de trouver telles expreſſions pour u, v, & w, qu'il ſoit :

I. $udx+vdy+wdz$ intégrable : & II. $\left(\frac{du}{dx}\right)+\left(\frac{dv}{dy}\right)+\left(\frac{dw}{dz}\right)=0$,

& alors on aura pour l'état de preſſion du fluide cette équation :

$$\frac{p}{g}=V-\tfrac{1}{2}uu+C.$$

LXIX. Pourſuivons d'abord le cas, où chaque particule du fluide acheve ſon mouvement dans le même plan, auquel l'axe OC ſoit perpendiculaire, ou ce qui revient au même, que toute la maſſe du fluide ſoit réduite au plan AOB, auquel ſe faſſe auſſi le mouvement. Or c'eſt à ce cas principalement, que ſe ſont attachés ceux qui ont examiné plus ſoigneuſement le mouvement des fluides. Donc, puisque dans ce cas la viteſſe w eſt nulle, notre hypotheſe exige de telles valeurs pour les deux autres viteſſes u & v, qu'il ſoit :

I. $u\,dx+v\,dy$ intégrable, & II. $\left(\frac{du}{dx}\right)+\left(\frac{dv}{dy}\right)=0$,

& alors on aura pour la preſſion p, l'équation ſuivante :

$$\frac{p}{g}=V-\tfrac{1}{2}uu+C,$$

pre-

prenant s pour la vraye viteſſe de chaque particule, ou $\frac{1}{2}ss$, pour la hauteur duë à cette viteſſe, de ſorte que $ss = uu + vv$. Mais il ne faut pas penſer, que ces deux conditions renferment tous les mouvemens poſſibles dans le même plan ; car il y a en effet des mouvemens, où la formule $udx + vdy$ n'eſt pas intégrable.

LXX. Or on ſatisfait à la formule $\left(\frac{du}{dx}\right) + \left(\frac{dv}{dy}\right) = 0$, en rendant ce différentiel $udy - vdx$ intégrable. Il faut donc que ces deux formules $udx + vdy$ & $udy - vdx$ ſoient intégrables, ce qu'on obtient par la méthode fort ingénieuſe de M. d'*Alembert*. Car, puiſqu'il faut que la premiere, plus la ſeconde multipliée par $\sqrt{-1}$, ſoit auſſi intégrable, on aura :

$u(dx + dy\sqrt{-1}) + \frac{v}{\sqrt{-1}}(dx + dy\sqrt{-1})$, à rendre intégrable.

Et prenant $\sqrt{-1}$ auſſi négatif, il faut que ces deux formules :

$\left(u + \frac{v}{\sqrt{-1}}\right)(dx + dy\sqrt{-1})$ & $\left(u - \frac{v}{\sqrt{-1}}\right)(dx - dy\sqrt{-1})$,

ſoient intégrables ; auxquelles conditions on ſatisfait en prenant pour $u + \frac{v}{\sqrt{-1}}$ une fonction quelconque de $x + y\sqrt{-1}$, & pour $u - \frac{v}{\sqrt{-1}}$ une fonction quelconque de $x - y\sqrt{-1}$. Or il faut prendre de telles fonctions, que les deux valeurs de u & v deviennent réelles, & que les imaginaires ſoient détruites.

LXXI. Prenons les φ & ψ pour marques des fonctions, & poſons :

$$u + \frac{v}{\sqrt{-1}} = \tfrac{1}{2}\varphi:(x + y\sqrt{-1}) + \frac{1}{2\sqrt{-1}}\psi:(x + y\sqrt{-1})$$

$$u - \frac{v}{\sqrt{-1}} = \tfrac{1}{2}\varphi:(x - y\sqrt{-1}) - \frac{1}{2\sqrt{-1}}\psi:(x - y\sqrt{-1}),$$

&

& nous aurons :

$$u = \tfrac{1}{2}\Phi:(x+y\sqrt{-1}) + \tfrac{1}{2}\Phi:(x-y\sqrt{-1}) + \frac{1}{2\sqrt{-1}}\psi:(x+y\sqrt{-1}) - \frac{1}{2\sqrt{-1}}\psi:(x-y\sqrt{-1})$$

$$v = -\frac{1}{2\sqrt{-1}}\Phi:(x+y\sqrt{-1}) + \frac{1}{2\sqrt{-1}}\Phi:(x-y\sqrt{-1}) + \tfrac{1}{2}\psi:(x+y\sqrt{-1}) + \tfrac{1}{2}\psi:(x-y\sqrt{-1})$$

Or ſi $\Phi:p$ & $\Phi:q$ marquent des fonctions ſemblables des quantités p & q, de même que $\psi:p$ & $\psi:q$, les imaginaires ſe détruiront dans nos formules, & u & v ſeront exprimées par des fonctions réelles de x & y.

LXXII. Or, pour trouver les valeurs réelles que ces expreſſions renferment, poſons la droite $OY = s$, & l'angle $AOY = \omega$, pour avoir $x = s \cos\omega$, & $y = s \sin\omega$; & puiſque Fig. 7.

$x \pm y\sqrt{-1} = s(\cos\omega \pm \sqrt{-1}\sin\omega)$, & une puiſſance quelconque $(x \pm y\sqrt{-1})^n = s^n(\cos n\omega \pm \sqrt{-1}.\sin n\omega)$, nous aurons en poſant :

$$\Phi:p = A + Bp + Cp^2 + Dp^3 + Ep^4 + \&c.$$
$$\psi:p = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}p + \mathfrak{C}p^2 + \mathfrak{D}p^3 + \mathfrak{E}p^4 + \&c.$$

pour les viteſſes u & v les formules ſuivantes :

$$u = A + Bs\cos\omega + Css\cos 2\omega + Ds^3\cos 3\omega + Es^4\cos 4\omega + \&c.$$
$$+ \mathfrak{B}s\sin\omega + \mathfrak{C}ss\sin 2\omega + \mathfrak{D}s^3\sin 3\omega + \mathfrak{E}s^4\sin 4\omega + \&c.$$
$$v = \mathfrak{A} + \mathfrak{B}s\cos\omega + \mathfrak{C}ss\cos 2\omega + \mathfrak{D}s^3\cos 3\omega + \mathfrak{E}s^4\cos 4\omega + \&c.$$
$$- Bs\sin\omega - Css\sin 2\omega - Ds^3\sin 3\omega - Es^4\sin 3\omega + \&c.$$

où l'on peut prendre pour les coëfficiens A, B, C, &c. & $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$, &c. des quantités conſtantes quelconques : & ſi l'on veut remettre les valeurs $s = \sqrt{(xx+yy)}$; $\sin\omega = \frac{y}{\sqrt{(xx+yy)}}$; & $\cos\omega = \frac{x}{\sqrt{(xx+yy)}}$ on obtiendra les viteſſes u & v, exprimées par x & y.

LXXIII. De là on pourra auſſi trouver une équation pour toutes les courbes, que chaque particule du fluide décrira ſur le plan AOB.

AOB. Soit EYV la courbe, que décrit la particule, qui ſe trouve en Y; & puisque les viteſſes fourniſſent $dx = u\,dt$ & $dy = v\,dt$, la nature de cette courbe ſera exprimée par cette équation $u\,dy - v\,dx = 0$. Maintenant, ſi nous ſubſtituons pour u & v les valeurs trouvées à cauſe de $dy = ds \sin\omega + s\,d\omega \cos\omega$, & $dx = ds\cos\omega - s\,d\omega\sin\omega$, nous trouverons de l'équation $u\,dy - v\,dx = 0$ l'intégrale ſuivante :

$$O = \pm A s \sin\omega + \tfrac{1}{2} B s^2 \sin 2\omega + \tfrac{1}{3} C s^3 \sin 3\omega + \tfrac{1}{4} D s^4 \sin 4\omega + \&c.$$
$$- \mathfrak{A} s \cos\omega - \tfrac{1}{2}\mathfrak{B} s^2 \cos 2\omega - \tfrac{1}{3}\mathfrak{C} s^3 \cos 3\omega - \tfrac{1}{4}\mathfrak{D} s^4 \cos 4\omega - \&c.$$

où O marque une quantité, qui eſt bien conſtante pour toute la courbe EYV, mais pour des courbes diverſes elle doit être variable. Elle ſera donc comme le parametre de ces courbes, dont la variabilité fournit toutes les courbes, que tous les élemens du fluide décrivent.

LXXIV. Voilà donc une équation générale pour toutes les courbes, qui peuvent être décrites par les particules du fluide, entant que l'hypotheſe de l'intégrabilité de la formule $u\,dx + v\,dy$ eſt admiſe. Cette équation eſt entièrement générale, ſi l'on y ajoute auſſi des termes, ou l'expoſant de s eſt, ou négatif, ou rompu, comme $s^{\frac{1}{2}} \sin \frac{1}{2}\omega$, $s^{\frac{1}{3}} \sin \frac{1}{3}\omega$, &c. Car, quand même les fonctions de $x \pm y\sqrt{-1}$ ſeroient, ou rompuës, ou irrationnelles, ou même tranſcendantes, on les peut toujours convertir en des ſeries infinies, dont les termes renferment des puiſſances $x \pm y\sqrt{-1}$, & par là on parviendra toujours à une expreſſion ſemblable à la trouvée. Je remarque de plus, qu'une telle fonction $\log.(x+y\sqrt{-1}) + \log.(x-y\sqrt{-1})$ donneroit $2ls$, & $\frac{1}{\sqrt{-1}} l \frac{x+y\sqrt{-1}}{x-y\sqrt{-1}}$ donneroit 2ω, d'où nous pourrons encore ajouter à nos formules à volonté tels termes αls & $\beta\omega$, qui rendroient les courbes tranſcendantes.

LXXV. Mais ce qui eſt le plus important de remarquer ſur cette équation, c'eſt qu'elle renferme toutes les courbes poſſibles, ou bien le mouvement du fluide peut toujours être tel, qu'une des courbes EYV ſoit

ſoit une ligne donnée. Et c'eſt par cette propriété, que notre calcul peut être appliqué à un vaiſſeau d'une figure donnée; car, ſi le plan, où ſe trouve le fluide eſt terminé par la ligne BH, il faut bien que cette ligne BH, ſoit une de l'infinité des courbes EYV. Comme toutes ces courbes différent entr'elles par la variabilité de la quantité O, on peut concevoir que le cas $O = o$, donne la courbe propoſée BH. Or dans ce cas notre équation peut être réduite à cette forme :

$$o = \Phi:(x+yV-1)+\Phi:(x-yV-1)+\frac{1}{V-1}\psi:(x+yV-1)-\frac{1}{V-1}\psi:(x-yV-1).$$

Il s'agit donc de prouver, que quelle que ſoit la courbe donnée BH, ſon équation entre x & y eſt toujours réductible à cette forme, ou qu'on peut toujours aſſigner pour Φ & ψ telles formes de fonctions, que cette équation exprime une ligne donnée.

LXXVI. Pour mettre cela hors de doute, poſons $x+yV-1 = 2p$ & $x-yV-1 = 2q$, de ſorte que $x = p+q$ & $y = \frac{p-q}{V-1}$; & ſubſtituons ces valeurs pour x & y dans l'équation de la courbe donnée BH. De là nous obtiendrons une équation entre p & q, dans laquelle entreront les deux quantités p & q presque également, la différence ne viendra que du ſigne $V-1$. De cette équation entre p & q, qu'on cherche premierement p par q, & la réſolution des équations, que je ſuppoſe ici, donnera $p = Q$, où Q ſera une certaine fonction de q. Qu'on cherche enſuite pareillement q par p, pour avoir $q = P$, où P ſera une certaine fonction de p, & ſemblable à la fonction Q au ſigne $V-1$ près. De ces deux valeurs on pourra former une nouvelle équation $p+q-P-Q = o$; ou encore plus généralement $f:p+f:q-f:P-f:Q = o$, où f eſt la marque d'une fonction quelconque; & cette équation renfermera encore la courbe donnée BH.

LXXVII. Or, ſi nous remettons pour p & q leurs valeurs $p = \frac{x+yV-1}{2}$ & $q = \frac{x-yV-1}{2}$, il eſt évident, que cette équation ſera compriſe dans la forme : $o =$

$$o = \Phi:(x+yV-1) + \Phi:(x-yV-1) + \frac{1}{V-1}\psi:(x+yV-1) - \frac{1}{V-1}\psi:(x-yV-1);$$

ou ſans faire la reſtitution des valeurs p & q, on s'appercevra aiſément, que l'équation : $f:p + f:q - f:P - f:Q = o$,

eſt toujours réductible à la forme :

$$\Phi:p + \Phi:q + \frac{1}{V-1}\psi:p - \frac{1}{V-1}\psi:q = o.$$

Or, ayant réduit l'équation pour la courbe BH à la forme :

$$f:p + f:q - f:P - f:Q = o,$$

toutes les autres courbes EYV, qui repréſentent avec la donnée le mouvement du fluide, ſeront compriſes dans cette équation :

$$f:p + f:q - f:P - f:Q = O$$

en donnant à O ſucceſſivement toutes les valeurs poſſibles.

LXXVIII. Si nous prenons pour f': la marque d'une autre fonction quelconque, la courbe donnée ſera auſſi compriſe dans cette équation plus générale :

$$\left.\begin{array}{l} f:p + f:q - f:P - f:Q \\ + \frac{1}{V-1}f':p - \frac{1}{V-1}f':q + \frac{1}{V-1}f':P - \frac{1}{V-1}f':Q \end{array}\right\} = o,$$

qui ſera encore réductible à la forme :

$$\Phi:p + \Phi:q + \frac{1}{V-1}\psi:p - \frac{1}{V-1}\psi:q = o.$$

Et alors on aura pour toutes les autres courbes EYV, que le fluide décrit par ſon mouvement, cette équation :

$$\left.\begin{array}{l} f:p + f:q - f:P - f:Q \\ + \frac{1}{V-1}f':p - \frac{1}{V-1}f':q + \frac{1}{V-1}f':P - \frac{1}{V-1}f':Q \end{array}\right\} = O,$$

en donnant à O ſucceſſivement toutes les valeurs poſſibles.

LXXIX.

LXXIX. Par cette réduction générale on voit que, pour la même ligne donnée BH, on peut trouver une infinité de ſyſtèmes différens pour les autres courbes EYV, puiſque nous pouvons prendre pour les deux marques f, & f' des forces des fonctions quelconques. Il ſe pourra donc faire que, parmi les autres courbes EYV, il ſe trouve encore une qui ſoit donnée. Et cette recherche ſervira à decouvrir la vraye réſiſtance qu'un corps d'une figure quelconque, placé dans le courant en ſouffrira; car alors cette autre courbe donnée doit convenir avec la figure du corps. Or, pour trouver la réſiſtance, on n'a qu'à différentier l'équation générale pour les courbes, en ſuppoſant O conſtant, & la comparaiſon du différentiel avec la forme $udy - vdx = o$, donnera les valeurs de u & v, d'où l'on tire enſuite la vraye viteſſe $s = V(uu + vv)$, & de là la preſſion du fluide à chaque endroit.

LXXX. Cependant il faut que je le répéte encore une fois, que par ce moyen on n'obtiendra point tous les mouvemens poſſibles pour chaque figure donnée du plan, où le fluide ſe meut: on ne trouve que les cas, où la formule $udx + vdy$ eſt intégrable, & hormis ces cas il y a encore une infinité d'autres, qui renferment également des mouvemens poſſibles. On comprend auſſi aiſément, que quand même la figure du canal, & celle du corps qui y eſt fixé, eſt donnée, le cas n'eſt pas encore déterminé: car le mouvement du fluide pourroit être agité & troublé d'une infinité de manieres différentes, de ſorte pourtant que le fluide qui touche les bords du canal, & le corps qui y eſt fixé, en ſuive toujours la direction par ſon mouvement: & cette ſeule réflexion peut ſuffire pour nous convaincre, que les formules que je viens de trouver, ne ſont pas générales.

NOUVELLES ÉQUATIONS
POUR LA PERFECTION DE LA THÉORIE DES SATELLITES DE JUPITER ET POUR LA CORRECTION DES LONGITUDES TERRESTRES DÉTERMINÉES PAR LES OBSERVATIONS DES MEMES SATELLITES.

PAR M. DE BARROS.

I.

L'Atmoſphère qui environne notre Globe, oppoſe à la lumiere des corps celéſtes un obſtacle, qui devient de plus en plus grand, à meſure qu'ils diminuent de hauteur. Cet obſtacle eſt aſſés fort pour la lumiere du Soleil, de ſorte qu'on peut le regarder ſans ſe bleſſer la vuë, lorsqu'il eſt à l'horiſon. Voilà une choſe que tout le Monde ſçait; mais on ne s'eſt jamais douté des dérangemens, que cela doit cauſer dans la partie de l'Aſtronomie, d'où dépend principalement, pour le moins jusqu'à préſent, la perfection de la Géographie & de la Navigation. C'eſt des obſervations des Satellites dont il s'agit dans ce Mémoire: de ces obſervations dont les tems marqués dépendent entièrement de la quantité de lumiere du Satellite; quantités variables par rapport aux différentes hauteurs du Satellite ſur l'horiſon, par rapport au différent effet des Lunettes, & par rapport à d'autres cauſes que l'on examinera dans ce Mémoire.

II. J'avois remarqué, qu'à meſure que les émerſions des Satellites arrivoient à une moindre hauteur ſur l'horiſon, ils paroiſſoient employer moins de tems à ſortir de l'ombre de Jupiter, & que leur quantité de lumiere, après leur émerſion totale, en étoit bien moins conſidérable.

rable. J'avois auſſi remarqué, que la lumiere du premier Satellite avoit été une fois entièrement diſſipée par l'obſtacle, que lui oppoſoit l'Atmoſphère. Rien ſurement de plus remarquable & de plus naturel ; & il eſt ſurprenant qu'aucun Aſtronome n'ait fait la même remarque. Peut-être y a-t-il quelqu'un qui l'ait faite ; mais, ſi cela eſt arrivé, ſurement il n'a point connu l'extrême conſéquence de ce que les tems des obſervations des Satellites doivent en être ſujets à de grands changemens.

III. Il paroitra donc ſurprenant, que, depuis près d'un ſiècle que l'on obſerve les Satellites de Jupiter avec beaucoup de ſoin, l'on ne ſe ſoit pas encore apperçu de ces irrégularités, que les différentes maſſes d'air, correſpondantes aux différentes hauteurs des Satellites, doivent cauſer dans les tems des obſervations. Cette conſidération m'a fait héſiter plus d'une fois ſur ce que je voyois moi-même par mes propres expériences ; mais les réſultats n'étoient que trop réels pour ne pas m'en convaincre à la fin, étant ſûr que ces expériences ne pouvoient être défectueuſes que juſqu'à un certain point, au delà duquel il n'eſt plus poſſible de douter. Voici mon raiſonnement.

IV. Si, après avoir vû le Satellite dans la lunette, l'on met devant l'oculaire une certaine épaiſſeur de verre, capable de diſſiper presqu'entièrement ſa lumiere, il eſt évident qu'à meſure qu'il deſcendra vers l'horiſon, il faudra diminuer continuellement l'épaiſſeur du verre pour pouvoir le voir également foible ; parce que la maſſe d'air, ou l'obſtacle que la lumiere du Satellite a à vaincre, en devient de plus en plus conſidérable. Je pourrai donc connoitre par ce moyen, quelle eſt l'épaiſſeur du verre, qui oppoſe à la lumiere du Satellite un obſtacle égal à celui d'une certaine épaiſſeur de l'Atmoſphère, conſidérée partout d'un air équivalent à celui d'ici-bas ; d'où je connoitrai auſſi la maſſe d'air, ou l'épaiſſeur de la colomne de l'Atmoſphère, qui diſſipe presque tout à fait la lumiere du Satellite ; c'eſt à dire, la colomne de l'Atmoſphere dont l'obſtacle le fait presque disparoitre. Cela étant connu, & en ſuppoſant la lumiere totale du Satellite exprimée par le tems qu'il employe

tir de l'ombre ; je connoîtrai quel eſt l'obſtacle qu'une colomne quelconque de l'Atmoſphère oppoſe à la hauteur correſpondante du Satellite ſur l'horiſon, & quel eſt le tems dont chacune de ces colomnes d'air fait retarder celui des émerſions des Satellites, ou fait devancer celui des immerſions. Car l'on connoît par d'autres expériences, & par le calcul, la loi de l'augmentation d'épaiſſeur des différentes maſſes d'air depuis le zenith jusqu'à l'horiſon, en conſidérant les différentes colomnes de l'Atmoſphère d'une denſité uniforme & équivalente à celle de l'air d'ici-bas. De plus, la lumiere du Satellite diminuant à meſure que l'épaiſſeur de l'Atmoſphère augmente, l'on peut ſuppoſer, que la quantité de lumiere que l'Atmoſphère diſſipe à une hauteur quelconque du Satellite ſur l'horiſon, ſoit contenuë dans un ſegment X de l'hémiſphère éclairé du Satellite, & que, lorsqu'on obſerve une émerſion à cette hauteur, le Satellite ſoit déjà ſorti de l'ombre de la quantité de ce ſegment, que ne peut être encore apperçuë, parce que, par la ſuppoſition, la quantité de lumiere contenuë dans le même ſegment eſt tout à fait diſſipée par la colomne de l'Atmoſphère correſpondante à la hauteur du Satellite. Cela étant ſuppoſé, il eſt évident, que le Satellite changeant de hauteur, & l'épaiſſeur des colomnes de l'Atmoſphère, correſpondantes aux différentes hauteurs, variant continuellement, ce ſegment X que j'appelle ſegment d'obſcuration, doit auſſi varier continuellement de grandeur. A meſure que le Satellite diminuë de hauteur, ce ſegment doit augmenter de plus en plus, jusqu'à devenir égal à l'hemiſphère du Satellite, & les tems des émerſions du Satellite doivent retarder continuellement, jusqu'à ce que ſa lumiere ſoit tout à fait diſſipée. D'où il eſt évident auſſi, que les équations reſpectives à ces différens ſegmens doivent augmenter continuellement, jusqu'à ce que la plus grande équation devienne égale au tems que le Satellite emploie à ſortir de l'ombre : & l'on conçoit aiſément qu'il doit arriver tout le contraire à l'égard des immerſions, c'eſt à dire, que les tems des immerſions apparentes, par rapport à un même obſtacle, doivent devancer les tems des vrayes immerſions, de la même quantité dont ceux des émerſions ſont retardés.

V. En-

V. Enfin, comme pour connoître le tems de la plus grande équation, ou le tems du plus grand retard poſſible des émerſions, & celui du plus grand devancement poſſible des immerſions, que l'on ſuppoſe dans l'un & l'autre cas depuis l'inſtant que le Satellite ceſſe d'être viſible, il faut auparavant avoir le tems que le Satellite employe à ſortir de l'ombre de Jupiter ; & que nous n'avons ce tems à peu près que par celui de ſa révolution periodique, par ſa diſtance au centre de Jupiter, & par la ſuppoſition de ce que ſon diamètre ait été aſſés exactement déterminé par les obſervations, l'on voit, qu'il faut ſuppoſer tout cela pour conclure le tems, que le Satellite employe à ſortir de l'ombre. En ſuppoſant donc que le diametre du premier Satellite, qui eſt celui dont nous traitons ici en particulier, ſoit le vingtième du diamètre de Jupiter, ſuivant que M. *Caſſini* (*) l'a conclu par différentes obſervations ; que ſa diſtance au centre de Jupiter ſoit de $5\frac{2}{3}$ demi-diametres de cette Planete, & que le tems périodique ſoit de $1^j\ 18^h\ 29'$, le tems que le Satellite employe à ſortir de l'ombre doit être de $7'\ 11''$, & par conſéquent la plus grande équation doit être de cette quantité.

VI. Voici les expériences en conſéquence de ce que nous venons d'établir, faites dans l'Obſervatoire de M. *de l'Iſle*, à l'Hôtel de Clugny, avec un teleſcope Newtonien de $4\frac{1}{2}$ pieds, & une lunette de 14. pieds, dont l'ouverture de l'objectif n'étoit que de 16 lignes, & le foyer de l'occulaire de 3 pouces $1\frac{1}{2}$ ligne. On trouvera ces proportions un peu différentes de celles dont on ſe ſert ordinairement, ou pour mieux dire, de celles qui paroiſſent les plus convenables dans cette ſorte d'obſervation ; mais je me ſuis ſervi de cette lunette ainſi diſpoſée, parce que j'avois quelqu'autre choſe en vuë, & qu'il eſt indifférent de ſe ſervir dans ces expériences d'une lunette diſpoſée d'une façon quelconque, pourvû qu'elle termine bien Jupiter, & qu'on conſerve toujours la même diſpoſition.

VII. Mais il falloit connoître, avant que d'entreprendre les expériences meditées, quelle eſt l'épaiſſeur de toutes les colomnes de

(*) Jean Dominique Caſſini.

l'Atmoſphère pour tous les degrés depuis le zenith jusqu'a l'horizon, en conſidérant ces colomnes partout d'une denſité uniforme & équivalente à celle de l'air d'ici bas. M. *Bouguer*, dans ſon Eſſai ſur la gradation de la Lumiere, a déterminé cela en ſe ſervant d'une expérience du barometre faite par M. de la *Hire*, ſur le Mont-Clairet en Provence, & en ſuivant l'hypotheſe de M. *Mariotte*, qui fait les différentes condenſations de l'air exactement proportionelles aux hauteurs dont il eſt chargé. Ainſi, ce travail étant déjà fait dans l'ouvrage cité, j'ai fait uſage de la Table que M. *Bouguer* a donnée à la fin du même Ouvrage, & que j'ai rendu complete; en calculant ſuivant les formules de cet illuſtre Auteur les maſſes d'air, correſpondantes à tous les autres degrés qui manquent dans cette Table. Les expériences, que l'on verra ci-après ſur la diminution de la lumiere du Satellite à travers différentes maſſes d'air, s'accordent fort bien avec le réſultat de celle de M. de la *Hire* & avec l'hypotheſe de M. *Mariotte*, qui ont ſervi d'élémens pour la conſtruction de ladite Table. Il eſt vray que M. *Bouguer* n'a eu aucun égard à l'inflexion, ou à la courbure que le rayon de lumiere ſouffre en traverſant l'Atmoſphère ; mais cela ne doit pas cauſer une différence bien conſiderable. Voici donc les expériences qui ont ſervi à la connoiſſance de ce qu'il falloit avoir pour conſtruire la Table des équations correſpondantes aux différentes hauteurs du Satellite ſur l'horizon, & que l'on voit à la fin de ce Mémoire.

Expérience I.

VIII. Le 24. May, je mis devant l'occulaire de la lunette de 14. pieds dont j'ai parlé cy-deſſus, ſix morceaux de verre de la même épaiſſeur, & de la même qualité, & j'en ai regardé à travers le premier Satellite, lorsque ſon élévation ſur l'horizon étoit à peu près de 35°. 10′ ; mais ces verres affoibliſſoient ſi conſidérablement la lumiere du Satellite, que je ne pouvois le voir qu'aſſés difficilement. A la hauteur de près de 9° je ne pouvois plus voir le Satellite à travers un ſeul verre, j'avois même de la peine à le voir ſans verre. Or la colomne de l'Atmoſphère à 35°, 10′ eſt de 6770 toiſes de hauteur, & la colomne

cor-

correſpondante à 9° eſt de 23975 toiſes, comme il eſt marqué dans la Table, la différence de hauteur entre ces deux colomnes eſt de 17205 toiſes. Diviſant donc ce nombre par 6, nombre des verres qui ont presque tout à fait diſſipé la lumiere du Satellite à 35°, 10′, l'on a $\frac{17205}{6} = 2867$ toiſes pour la hauteur de la colomne de l'Atmoſphère d'un air équivalent à celui d'ici-bas, qui oppoſe à la lumiere un obſtacle égal à celui d'un verre.

Expérience II.

IX. La même nuit, avec un teleſcope Newtonien de 4½ pieds de longueur, je pouvois voir encore le même Satellite, à travers huit de ces mêmes verres à 34° de hauteur: je ne pouvois oppoſer à ſa lumiere un plus grand obſtacle ſans la diſſiper tout à fait, & à la hauteur de 12° 30′ je ne pouvois voir le Satellite qu'à travers quatre verres; un plus grand obſtacle me le faiſoit perdre de vuë. Or la colomne de l'Atmoſphère à la hauteur de 34° eſt de 6994 toiſes, celle à la hauteur de 12°, 30′ eſt de 17768 toiſes, & la différence entre ces deux colomnes eſt de 10774; mais la différence des nombres des verres dans les deux obſervations $= 8 - 4 = 4$, l'on a donc $\frac{10774}{4} = 2694$ toiſes pour la hauteur de la colomne de l'Atmoſphère, qui oppoſe à la lumiere du Satellite un obſtacle équivalent à celui d'un verre. Ce réſultat ne différe de celui de l'expérience précédente que de 173 toiſes, ce qui eſt une différence très peu conſidérable, eû égard à la difficulté, qu'il y a à obtenir plus de préciſion dans ces expériences.

Expérience III.

X. La nuit du 16. Juin, avec le même telescope, je commençois à perdre de vuë le Satellite, en le regardant à travers ſept verres à la hauteur de 16°, & lorsqu'il eſt deſcendu à 11°, 20′ je ne pouvois le voir à travers cinq verres qu'avec une grande difficulté: la colomne de l'Atmoſphère à 16° eſt de 14000 toiſes, celle correſpondante à 11°,

11°, 20′ eſt de 19498 toiſes, & la différence entre ces deux colomnes eſt de 5498 toiſes ; mais la différence du nombre des verres dans ces deux obſervations = 7 − 5 = 2 ; l'on a donc $\frac{5498}{2}$ = 2749 toiſes d'air pour l'obſtacle de l'Atmoſphère équivalent à un de ces verres, lequel ne différe de celui trouvé par la premiere expérience que de 118 toiſes.

Expérience IV.

IX. La nuit du 24. Mai, je pouvois voir dans ce même teleſcope le troiſième Satellite à travers ſept verres, lorsqu'il ſe trouvoit à la hauteur de 13°, 30′, quoique avec une grande difficulté, & à la hauteur de 9°, 30′, je le perdois presque de vuë à travers cinq verres. La colomne de l'Atmoſphère à 13°, 30′ eſt de 16512 toiſes, celle correſpondante à 9°, 30′, eſt de 23043 toiſes, & la différence entre ces deux colomnes eſt de 6531 ; mais la différence du nombre des verres dans ces deux obſervations = 7 — 5 = 2, l'on a donc $\frac{6531}{2}$ = 3265 toiſes d'air, pour l'obſtacle de l'Atmoſphère équivalent à un de ces verres.

XII. Cette derniere expérience eſt celle qui s'en écarte le plus : j'ai voulu la rapporter tout exprés pour faire voir cette plus grande différence, qui n'eſt cependant que de 398 toiſes à l'égard de la premiere de ces expériences. J'ai fait encore d'autres expériences, qui s'accordent aſſés bien avec les trois premieres, & que je ne rapporte pas, pour juger que c'en eſt aſſez de celles-ci. En prenant un milieu entre tous ces réſultats, il vient 2894 toiſes d'air pour l'obſtacle équivalent à celui d'un verre ; l'on voit auſſi par les deux premieres expériences qu'une colomne d'air d'à peu près de 24000 toiſes, a fait presque diſparoitre le Satellite.

XIII. Nous avons maintenant ce qui eſt néceſſaire pour conſtruire la Table des équations, dont il faut corriger les tems des obſervations

tions des émerſions & immerſions des Satellites. L'on trouvera par le calcul, qu'il faut que la lumiere totale du Satellite exprimée par le nombre 431, égal au nombre de ſecondes qu'il employe à ſortir de l'ombre, ſoit réduite a 207, après avoir traverſé une maſſe d'air de 2894 toiſes ; c'eſt à dire, qu'une maſſe d'air de cette épaiſſeur retarde le tems des émerſions du premier Satellite de $3'44''(=224''=431''-207'')$ dans la lunette de 14 pieds, dont je me ſuis ſervi dans ces expériences, & que ce même obſtacle fait devancer d'autant le tems des immerſions du même Satellite. En faiſant un calcul ſemblable pour chaque colomne d'air, correſpondante à chaque degré de hauteur depuis le zenith jusqu'a 9 degrés, l'on trouve l'équation reſpective à l'obſtacle, que chacune de ces colomnes d'air oppoſe à la lumiere du Satellite ; c'eſt à dire, les tems dont il faut corriger celui des émerſions & immerſions de ce Satellite à la hauteur où arrivera l'obſervation. C'eſt ainſi que j'ai calculé la Table qui eſt à la fin de ce Mémoire, où l'on trouve l'équation correſpondante à chaque degré de hauteur pour une lunette de 14. pieds, diſpoſée de même que celle dont je me ſuis ſervi dans ces expériences.

XIV. L'expérience premiere, par laquelle on a vû, que la lumiere du Satellite a presque été tout à fait diſſipée à la hauteur à peu près de 9°, nous fait voir le moyen de connoitre l'effet des lunettes dans les obſervations des Satellites. Que l'on marque le degré de hauteur où le Satellite diſparoit dans la lunette dont on veut connoitre l'effet ; ce fera là la hauteur où arrivera la plus grande équation pour cette lunette. La colomne d'air correſpondante à la hauteur, où la lumiere du ſatellite aura été presqu'entièrement diſſipée, donnera l'expreſſion de l'effet de cette lunette ; c'eſt à dire, l'effet de cette lunette ſera d'autant plus ou moins conſidérable que celui de la lunette de 14 pieds, dont on s'eſt ſervi dans la premiére expérience ci-deſſus, que la maſſe d'air correſpondante à la hauteur du Satellite, où ſa lumiere aura paru presqu'entièrement diſſipée dans cette lunette, ſera plus ou moins forte : car le milieu à travers laquelle la lumiere paſſe étant le même,

& la lumiere étant également diſſipée dans chacune de ces lunettes à des hauteurs dont on connoit la maſſe d'air, ou les obſtacles correſpondans, il eſt évident, dis-je, que la quantité de lumiere dans chacune de ces lunettes, ou leur effet reſpectif à toute autre hauteur, doit être toujours dans le rapport desdites maſſes d'air. L'on peut conſidérer l'effet de chaque lunette pour une hauteur quelconque, repréſenté par une différente logarithmique plus ou moins convergente, ou qui s'approche plus ou moins promptement de ſon axe, ſuivant que la lunette reçoit une plus grande quantité de lumiere, ou, pour parler encore plus exactement, ſuivant l'effet des lunettes dans cette ſorte d'obſervation. Car il arrive ſouvent qu'une lunette reçoit une plus grande quantité de lumiere qu'une autre, ſans que ſon effet en ſoit plus conſidérable; ce qui peut provenir de la qualité des verres, de la compoſition des miroirs, de la maniere dont les uns & les autres ſont travaillés, & de différens ajuſtemens, ou proportions des oculaires. Cela peut encore provenir d'une autre cauſe dont il n'eſt pas néceſſaire de parler ici, nous contentant pour le préſent de donner le moyen de connoitre l'effet de toutes ſortes de lunettes à réfraction, ou à réflexion, qui eſt ce dont on a beſoin pour connoitre les corrections qu'il faut faire aux obſervations des Satellites par rapport au différent effet des lunettes.

XV. Lors que l'on ſera dans un endroit, d'où l'on ne pourra découvrir le Satellite qu'à une certaine hauteur ſur l'horizon, dont la colomne d'air correſpondante n'eſt pas aſſés forte pour diſſiper entierement ſa lumiere, il n'y aura qu'à en ajouter une certaine épaiſſeur de verre, dont on connoitra l'obſtacle équivalent en maſſe d'air, lequel étant ajouté à celui de la colomne correſpondante à la hauteur où le Satellite diſparoit, la ſomme de ces obſtacles donnera l'expreſſion de l'effet de la lunette.

XVI. On doit déjà commencer à voir l'état, où ſe trouvent les obſervations des Satellites de Jupiter, ces obſervations que l'on a faites depuis quatre-vingt ans avec tant d'ardeur pour déterminer les longitudes

tudes terreſtres & pour perfectionner la navigation. C'eſt un vrai cahos ſur lequel il faut répandre encore un grand jour pour y voir bien clair.

XVII. Nous avons fait voir, que la correction des tems des obſervations des Satellites varie avec la hauteur du Satellite ſur l'horizon, ce qui eſt tout à fait oppoſé à ce que les Aſtronomes ont penſé jusqu'ici ; car perſonne n'ignore, qu'ils corrigent le tems de ces obſervations correſpondantes par une certaine équation reſpective à la longueur de la lunette, & que cette équation eſt toujours de la même quantité. Je crois peu néceſſaire d'entrer ici dans l'examen du principe dont ils ſe ſont ſervis pour établir la quantité de l'équation reſpective à la longueur de la lunette : nous coupons court ſur tout cela, diſant en un ſeul mot que tout ce que l'on a fait pour établir la quantité de cette équation, a été fait à l'aveugle. Nous avons fait voir encore que chaque lunette a ſon équation différente, variable auſſi pour cette lunette à un différent degré de hauteur du Satellite ſur l'horizon ; d'où il eſt aiſé de conclure que de toutes les obſervations des Satellites que l'on a faites jusqu'ici, il n'y en aura que très peu qui par hazard auront ſervi à déterminer avec quelque préciſion la longitude des lieux où l'on a obſervé. Examinons cela 1°. ou ces obſervations ont été faites dans un même lieu avec des lunettes de différentes longueurs, 2°. ou dans différens lieux avec des lunettes de la même longueur, 3°. ou dans différens lieux avec des lunettes de différentes longueurs. Dans tous ces cas la correction des tems des obſervations n'étant point conſtante, & la correction pour chaque lunette étant d'une différente quantité de celle qu'on avoit cru, il eſt clair que les tems des obſervations, & par conſéquent les poſitions des lieux, auront été fort dérangés. Ces dérangemens auront dû encore devenir bien plus conſidérables par la mauvaiſe application des mêmes corrections dont on ignoroit les principes ; parce que dans un grand nombre de ces obſervations, où il auroit fallu corriger les tems, en les diminuant d'une certaine quantité, on les aura augmenté ; & au contraire, lors qu'on auroit dû les aug-

menter, on les aura diminué ; & par là les erreurs dans les tems des obſervations, & dans la détermination des longitudes terreſtres, auront dû devenir prodigieuſes.

XVIII. Suppoſons, que dans le premier cas la lunette d'un des Obſervateurs ſoit de 14 pieds, & celle de l'autre de 28 pieds, toutes les deux d'un même degré de bonté reſpective, & diſpoſées de la même façon que celle dont je me ſuis ſervi dans la premiere expérience ci-deſſus ; & que l'on obſerve une émerſion du premier Satellite lorſqu'il eſt, par exemple, à 13° 30′ de hauteur. La correction du tems correſpondante à cette hauteur pour la lunette de 14. pieds ſe trouve dans la Table de 7′ 4″, & la correction du tems pour la lunette de 28. pieds doit être de ½. 7′ 4″ = 3′ 32″, parce que la quantité de lumiere dans des lunettes diſpoſées de la même façon, étant dans la raiſon de leurs longueurs, & la quantité des équations de la Table étant réciproquement proportionelle à la différente quantité de lumiere, il eſt évident que la lunette de 28. pieds doit recevoir dans un même tems une quantité de lumiere double de celle de la lunette de 14. pieds, & que les équations pour cette lunette doivent être moindres de la moitié ; mais à toute autre hauteur, ce n'eſt point 3′ 32″ dont on doit corriger le tems de l'obſervation par rapport à la différente longueur de ces deux lunettes. A la hauteur, par exemple, de 60 degrés la correction du tems pour la lunette de 14 pieds eſt marquée dans la Table de 4′ 54″, & la correction pour celle de 28 pieds ne devant être que de ½. 4′ 54 = 2′ 27″, l'on voit, que la correction du tems pour la différence de longueur de ces deux lunettes ſera différente de 1′ 5″, par rapport à la différence de hauteur dans ces deux obſervations. En ſuppoſant le ſecond cas, deux Obſervateurs qui obſervent une émerſion du premier Satellite avec des lunettes de la même longueur, peuvent différer de beaucoup dans le tems de leurs obſervations. Car en ſuppoſant, que ces Obſervateurs obſervent avec des lunettes de 14 pieds, diſpoſées comme celle de la premiere expérience, & que le Satellite ſe trouve pour l'un de ces Obſervateurs à la hauteur

de

de 50 degrés, & pour l'autre à la hauteur de 20. degrés, la correction du tems pour la premiere de ces deux hauteurs eſt marquée dans la Table de $5'\ 13''$, & de $6'\ 47''$ pour la ſeconde, & par conſéquent l'Obſervateur qui aura le Satellite à la hauteur de 20 degrés verra l'émerſion de $1'\ 34''$ plus tard que celui qui aura le Satellite à la hauteur de 50 degrés, quoique tous deux obſervent avec des lunettes de la même longueur. Enfin, ſuppoſant le troiſième cas, deux Obſervateurs avec des lunettes de différentes longueurs peuvent obſerver une émerſion du Satellite à la ſeconde près. Qu'un Obſervateur obſerve une émerſion du premier Satellite lorſqu'il ſe trouve à 70 degrés, & que l'autre l'obſerve à 33 degrés ; ſi le premier de ces deux Obſervateurs obſerve avec une lunette de 14 pieds, & le ſecond avec une lunette de 18 pieds, diſpoſée de même que celle de 14 pieds de la premiere expérience, ils pourront voir l'émerſion à la ſeconde près. Car la longueur de ces deux lunettes, ou la quantité de lumiere qu'elles reçoivent dans un même tems pendant que le Satellite ſort de l'ombre, eſt à peu près dans la raiſon directe des obſtacles que l'Atmoſphère oppoſe à la lumiere du Satellite, à ces deux différentes hauteurs ; d'où l'on voit que ces deux Obſervateurs, quoique avec des lunettes de différentes longueurs, doivent marquer le tems de l'émerſion preſque à la même ſeconde.

XIX. Les équations pour les différentes lunettes ſont toujours dans le rapport des quantités de lumiere, qu'elles reçoivent dans un même tems pendant celui de l'émerſion du Satellite ; mais leur quantité eſt variable à meſure que les lunettes varient de longueur, quoique leur longueur ſoit dans le même rapport : je m'explique avec des exemples. La quantité de l'équation pour une lunette de 14 pieds à la hauteur de 30 degrés eſt de $6'\ 12''$; & l'équation pour une lunette de 28 pieds à la même hauteur ne doit être que de la moitié, de ſorte que la différence des équations de ces deux lunettes, dont l'une a une longueur double de l'autre, eſt de $3'\ 6''$. Cependant la différence des équations à la même hauteur pour deux lunettes, l'une de 28 pieds,

& l'autre de 56, ne doit être que de $1' 33''$, quoique la derniere de ces deux lunettes ait auſſi une longueur double de l'autre ; l'équation pour la lunette de 28 pieds étant de $3' 6''$, & celle pour la lunette de 56 pieds ne devant être que de $1' 33''$; d'où l'on voit que le rapport des équations eſt comme la longueur des lunettes, mais leur quantité eſt dans la raiſon inverſe de la longueur des mêmes lunettes ; c'eſt à dire, que la différence des équations entre des lunettes qui conſervent le même rapport de longueur, diminuë à meſure que la longueur des lunettes augmente, & que cette différence devient de plus en plus grande, à meſure que la longueur des lunettes eſt moindre.

XX. Maintenant on peut voir clair ſur les principes & la quantité des corrections, qu'il faut faire aux tems des émerſions & immerſions du premier Satellite & ſur la maniere dont on doit s'en ſervir. L'on voit qu'elle eſt l'extrême confuſion, où doivent ſe trouver les obſervations des Satellites, & les longitudes des lieux terreſtres déterminées par ces obſervations. Tous les cas que nous venons d'examiner, doivent donner des réſultats fort différens pour les tems des obſervations ; cependant point de diſtinction dans tout cela juſqu'à préſent. On augmentoit la différence des tems des obſervations lorſqu'il falloit les diminuer, & on les diminuoit lorſqu'il falloit les augmenter, par le moyen d'une correction dont on ignoroit le principe, la quantité, & l'application. D'autres fois, on aura retranché de fort bonnes obſervations, parce qu'elles ſeroient fort différentes d'un grand nombre d'autres faites dans les mêmes lieux, mais qui néceſſairement devoient en différer de beaucoup à cauſe des différentes circonſtances, la différente hauteur du Satellite ſur l'horizon, & la différente longueur des lunettes.

XXI. Ce que l'on vient d'établir pour le premier Satellite en particulier doit être entendu en général pour les trois autres, dont les corrections qu'il faut faire aux tems des obſervations doivent être d'autant plus conſidérables, que le Satellite a un mouvement periodique

plus

plus lent, & qu'il employe par conſéquent plus de tems à ſortir de l'ombre. Mais, pour déterminer la quantité des équations pour chaque Satellite avec plus de préciſion, il faut connoitre mieux qu'on ne le connoit encore la grandeur de leurs diamètres, une petite différence dans la grandeur du diamètre devant produire une différence d'autant plus conſidérable dans les tems des obſervations correſpondantes, que le Satellite a un mouvement periodique plus lent. D'où l'on voit que, ſi le diamètre du premier Satellite eſt moindre que celui dont nous nous ſommes ſervis pour la conſtruction de la Table, les équations ſeront auſſi moindres: cependant les différences qui en proviendront, ne peuvent pas être ſi conſidérables que celles des autres Satellites. Car la quantité des équations pour chaque Satellite en particulier doit être dans la raiſon compoſée de leurs tems périodiques, & de celle de leurs diamètres. Si l'on ſuppoſe le diamètre du quatrième Satellite égal à celui du premier, comme M. *Caſſini* l'a auſſi conclu par ſes obſervations, l'équation du tems des émerſions & immerſions du quatrième Satellite près du zenith, obſervées avec une lunette d'un effet équivalent à celui de la lunette de 14 pieds, cette équation, dis-je, peut monter à près de trois quarts d'heure; c'eſt à dire, que l'Obſervateur marquera le tems de l'émerſion apparente près de trois quarts d'heure après le tems de l'émerſion vraie. Et la plus grande équation de ce Satellite pour cette lunette pouvant monter à plus d'une heure, l'on voit aiſément que la différence des tems entre une obſervation faite au zenith, & une autre à la hauteur de la plus grande équation pour cette lunette, à 9. dégres à peu près, ces deux obſervations étant faites dans les mêmes circonſtances, l'on voit, dis-je, que cette différence des tems peut monter à près d'une demi-heure. Cette différence doit être encore plus conſidérable, lorsque ces obſervations ſeront faites avec des lunettes dont l'effet ſera fort différens. On ne doit donc plus s'étonner des prodigieuſes différences que l'on trouve dans les tems des obſervations de ce Satellite, dont on ne ſçavoit à quoi attribuer la cauſe. Enfin, l'on s'apperçoit aiſément, que les irrégularités dans les mouvemens du troiſième Satellite, reſpectivement à ſon diamètre, doi-

doivent être plus conſidérables que celle des autres Satellites, ce Satellite étant aſſés ſenſiblement plus gros que chacun des autres.

XXII. Mais, lorsqu'on fera ces expériences, l'on aura attention auſſi à la différente quantité de lumiere du Satellite par rapport à ſa diſtance au Soleil, & à ſa diſtance à la Terre. Cette différente quantité de lumiere du Satellite doit le faire diſparoître dans différens tems à différentes hauteurs ſur l'horizon, & de là il doit arriver qu'une même lunette doit faire différens effets dans différens tems; c'eſt à dire, qu'avec une même lunette, quoique le Satellite ait une même hauteur ſur l'horizon, le tems des obſervations doit avancer ou retarder ſuivant la différente quantité de lumiere du Satellite, laquelle doit être à peu près trois fois plus forte lorsque Jupiter ſera le plus proche de la Terre, & en même tems dans ſa moindre diſtance au Soleil, que lorsqu'il s'en trouvera dans ſes plus grandes diſtances, comme il eſt aiſé de voir par le calcul. Cependant les différentes augmentations de lumiere du Satellite pendant le tems de ſon émerſion, étant proportionnelles au tems qu'une même portion du Satellite employe à ſortir de l'ombre, comme nous l'avons fait voir ci-deſſus, cette variation de lumiere ne change en rien le rapport des équations à l'égard de l'effet des lunettes dans les mêmes obſervations correſpondantes, parce que la variation de lumiere du Satellite eſt dans chaque lunette toujours proportionnelle à leur effet; de ſorte qu'une lunette qui recevra une quantité de lumiere double d'une autre dans un tems, en recevra toujours une quantité de lumiere double dans un tems quelconque, & l'équation reſpective pour le différent effet de ces deux lunettes doit être toujours dans la même proportion.

XXIII. Mais ce n'eſt pas la même choſe à l'égard de la différence de leurs équations, comme il eſt aiſé de concevoir par ce que nous avons dit dans le paragraphe XX. Car dans les différentes diſtances de Jupiter au Soleil & à la Terre, une même lunette devant recevoir une plus ou moins grande quantité de lumiere dans un même tems pen-

pendant celui de l'émerſion du Satellite, il eſt clair, par ce que nous en avons dit dans ledit paragraphe, qu'il y doit avoir une variation dans la quantité des équations de la Table par rapport à une même lunette dans différens tems; mais la loi de cette variation eſt connuë, devant être toujours dans la raiſon compoſée des quarrés des diſtances de Jupiter au Soleil & à la Terre. L'on doit donc augmenter ou diminuer les équations de la Table, ou la différence des équations des lunettes, dans la raiſon de la quantité de lumiere, que la lunette reçoit dans différens tems, ſuivant les différentes diſtances du Satellite au Soleil & à la Terre, ces corrections étant rapportées à la diſtance du Satellite à la Terre & au Soleil, le 24 Mai 1755 tems de l'expérience qui a ſervi de fondement à la conſtruction de la Table, c'eſt à dire, qu'il faut les rapporter au tems de l'expérience où le Satellite à la hauteur à peu près de 9 degrés commençoit à diſparoitre dans la lunette de 14 pieds. La diminution de la lumiere du Satellite dans ſes plus grandes diſtances au Soleil & à la Terre étant exprimée par 124368, l'on trouve la diminution de la lumiere du Satellite dans le tems des expériences de cette nuit exprimée par 56666; avec lequel nombre on doit comparer tous les autres nombres, qui exprimeront auſſi la raiſon compoſée des quarrés des diſtances du Satellite à la Terre & au Soleil dans un autre tems quelconque, pour avoir le rapport des différentes quantités de lumiere du Satellite dans différens tems, & pour avoir la quantité dont il faudra augmenter ou diminuer les équations de la Table.

XXIV. Il eſt encore abſolument néceſſaire d'avoir égard dans ces expériences à la diſtance du Satellite à Jupiter. Car, à meſure que le Satellite en approche, ſa lumiere devient de plus en plus foible, & il paroit diminuer de grandeur. *Galilée* qui a fait, la découverte de ces Satellites, avoit d'abord fait cette remarque; mais on en eſt reſté là, &, depuis ce célébre Philoſophe jusqu'à préſent, les Aſtronomes n'ont pas même entrepris d'examiner de combien cette diminution de lumiere peut faire retarder le tems des émerſions, & devancer celui des immerſions des Satellites. Il eſt vrai, comme on le conçoit aiſément, qu'on

eut dû être rebuté dans cette recherche, ſans l'avoir fait précéder par tout ce que nous avons fait voir dans ce Mémoire. Voici maintenant la maniere de pouvoir parvenir à cette connoiſſance importante. Dans le tems que le Satellite ſera aſſés éloigné de Jupiter, par exemple, à un diamètre de cette Planete, l'on diſſipera ſa lumiere par le moyen des verres que l'on mettra devant l'oculaire de la lunette, & dont on connoitra l'obſtacle équivalent en maſſe d'air. Que l'on faſſe la même choſe, lorsque le Satellite ſe trouvera aſſés près de Jupiter. L'obſtacle du verre exprimé en maſſe d'air, joint à la colomne d'air correſpondante à la hauteur où le Satellite ſe ſera trouvé dans le tems de chaque expérience, donnera la totalité de l'obſtacle qu'il a falu dans chacune de ces expériences, pour que la lumiere du Satellite fut presque entièrement diſſipée; & la différence des obſtacles ſera connoitre la différente quantité de lumiere du Satellite à ces deux différentes diſtances de Jupiter; d'où l'on connoitra de combien le Satellite diminuë de lumiere à toute autre diſtance de Jupiter. Car cette diminution doit être dans le rapport des quarrés des diſtances du Satellite à ſa Planete. Cela étant connu, l'on corrigera les équations de la Table de la quantité reſpective au plus ou moins de lumiere du Satellite, ſuivant ſa diſtance à Jupiter. Cette correction, qu'il faut faire au tems des émerſions & immerſions du Satellite, lorsqu'elles arrivent bien près du disque de Jupiter, doit être conſidérable. La diſtance du Satellite au disque de Jupiter, lorsqu'il ſortit de l'ombre la nuit du 24 Mai, par le calcul, étoit à peu près de 0,95 parties du demi-diamètre de cette Planete; ainſi, quand on aura connu par expérience, de combien le Satellite diminuë de lumiere à une certaine diſtance de Jupiter, l'on ſçaura de combien la lumiere du Satellite eſt affoiblie, lorsqu'il s'en trouvera à une autre diſtance quelconque, & l'on diminuera les équations de la Table, ſi le Satellite eſt plus diſtant de Jupiter de 0,95 du demi-diamètre de cette Planete; & au contraire on augmentera ces équations, lorsque ſa diſtance en ſera plus grande. Le rapport des équations à l'égard des différentes lunettes en eſt toujours le même; mais la quantité des équations qui conſtituent ce rapport, eſt variable dans la raiſon réciproque

de

de la quantité de lumiere du Satellite, comme nous l'avons déjà dit dans les paragraphes précédents.

XXV. Ce que nous venons de dire, pour connoitre la diminution de la lumiere du Satellite à ſes différentes diſtances à Jupiter, peut ſervir tout de même pour connoitre la diminution de la lumiere du Satellite à ſes différentes diſtances de la Lune, eu égard aux différentes illuminations de cette Planete, dont on connoit le rapport par le moyen de ſes phaſes. Ainſi, dans les obſervations où le Satellite ſera aſſés proche de la Lune, on augmentera les équations de la Table dans la raiſon réciproque de la diminution de ſa lumiere.

XXVI. Les équations dont il faudra corriger celles de la Table, & qui proviennent de ces dernieres cauſes, de la diſtance de Jupiter à la Terre & au Soleil, de la diſtance du Satellite à Jupiter, & de la différente illumination de la Lune, lorſqu'elle ſe trouvera aſſés proche du Satellite, pour pouvoir affoiblir ſa lumiere, ces équations dis-je, ne peuvent être conſidérables, que lorsque la différence de longueur des lunettes des obſervations correſpondantes, ou en parlant plus généralement, lorsque leur effet en ſera différent; & ces équations diminueront de plus en plus, à meſure qu'on ſe ſervira de lunettes plus longues, ou qui feront un plus grand effet, quoique leur différence de longueur ſoit la même que celle entre deux autres lunettes moins longues. Il eſt fort aiſé de conçevoir tout cela, par ce qu'on en a déjà fait voir, & particulièrement par ce qu'on a dit dans les paragraphes XX. & XXIII.

XXVII. Je ſuis obligé, comme on le voit, de ne faire qu'indiquer ces choſes, dont chacune mérite un travail en particulier. J'ai pris le parti de réduire tout ce que j'ai fait ſur cette matiere au peu de mots de ce Mémoire, voiant qu'il ne m'étoit pas poſſible actuellement d'entreprendre un ouvrage complet par rapport à l'étenduë qu'il demande. Un examen détaillé de tout cela m'auroit mené trop loin, principalement s'il faloit entrer dans celui de la Théorie même des

Satellites, fondée ſur les obſervations. L'importance de la matiere & la néceſſité même d'un pareil travail ne peut pas manquer de trouver un Aſtronome doué de tout le zele & de toute la conſtance néceſſaire pour y parvenir. Que l'on répéte les expériences, & qu'on les perfectionne même, ſi l'on voit qu'elles ont beſoin d'être perfectionnées. Mais, indépendamment d'aucune expérience, lorsqu'on voudra connoître la différence des équations pour deux lunettes à un degré quelconque de hauteur, il ne faut avoir qu'une bonne obſervation, faite par deux Obſervateurs exacts & ſcrupuleux, ſur toutes les attentions que l'on doit avoir dans une obſervation fondamentale, ou qui doit ſervir de baſe à toutes les équations dont il faudra corriger le tems des obſervations correſpondantes, faites avec ces deux lunettes, à toute autre hauteur du Satellite ſur l'horizon. Car, par ce que nous avons fait voir dans ce Mémoire, il eſt évident que la différence des tems de l'obſervation, faite dans un même lieu par deux Obſervateurs avec des lunettes de différente longueur, ou dans différens lieux avec des lunettes de différente, ou de la même longueur; il eſt évident, dis-je, que la différence de tems de l'obſervation pour ces deux lunettes ſera toujours à l'équation reſpective de la Table dans le même rapport pour une autre hauteur quelconque du Satellite ſur l'horizon. Voici les formules générales qui dérivent la Théorie de ce Mémoire.

XXVIII. $\Phi - \Lambda = \Theta$, expreſſion générale du tems, dont il faut corriger celui de l'obſervation par rapport à la hauteur du Satellite ſur l'horizon, cette obſervation étant faite avec une lunette dont l'effet eſt exprimé par E.

$\Theta \times \frac{E}{F}$, expreſſion générale du tems, dont il faut corriger celui de l'obſervation par rapport à la hauteur du Satellite ſur l'horizon, & par rapport au différent effet de la lunette F.

$\Theta \times \frac{E}{F} \times \frac{A^2 \times B^2}{C^2 \times D^2}$, expreſſion générale du tems, dont il faut corriger celui de l'obſervation par rapport à la hauteur du Satellite ſur l'ho-

l'horizon, par rapport au différent effet de la lunette F, & par rapport aux diſtances de Jupiter au Soleil & à la Terre.

$\Theta \times \frac{E}{F} \times \frac{A^2 \times B^2}{C^2 \times D^2} \times \frac{G^2}{H^2}$, expreſſion générale du tems, dont il faut corriger celui de l'obſervation par rapport à la hauteur du Satellite ſur l'horizon, par rapport au différent effet de la lunette F, par rapport aux diſtances de Jupiter au Soleil & à la Terre, & par rapport à la diſtance du Satellite à Jupiter.

$\Theta \times \frac{E}{F} \times \frac{A^2 \times B^2}{C^2 \times D^2} \times \frac{G^2}{H^2} \times \frac{P}{N \times Q^2}$, expreſſion générale du tems, dont il faut corriger celui de l'obſervation par rapport à la hauteur du Satellite ſur l'horizon, par rapport au différent effet de la lunette F, par rapport aux diſtances de Jupiter au Soleil & à la Terre, par rapport à la diſtance du Satellite à Jupiter, & par rapport à la diſtance du Satellite à la Lune, & aux différentes illuminations de cette Planete.

L = colomne de l'Atmoſphère de 2894 toiſes d'un air équivalent à celui d'ici-bas, & dont l'obſtacle a été trouvé égal à celui d'un verre.

Logarithme T = log. 0,3180, dont le nombre correſpondant 2,0798 exprime le rapport de la diminution de la lumiere totale du Satellite à travers une colomne de l'Atmoſphére de 2894 toiſes, d'un air équivalent à celui d'ici-bas.

M, une autre colomne quelconque de l'Atmoſphère correſpondante à la hauteur du Satellite.

Δ, log. 2,6345 = log. du nombre 431″ = Φ, qui exprime la force de la lumiere totale du Satellite par le tems qu'il employe à ſortir de l'ombre.

$\text{Log. } \Delta - \text{Log. } \frac{T \times M}{L} = \text{Log. dont le nombre} = \Lambda.$

$\Phi - \Lambda = \Theta$ = diminution de la lumiere du Satellite à la hauteur correſpondante à la colomne M.

E, lunette de 14 pieds, diſpoſée comme celle des expériences, ou en général l'effet de cette lunette exprimé par E.

F, une autre lunette de différente longueur, ou l'effet d'une autre lunette, ou d'un teleſcope quelconque.

A, diſtance de Jupiter au Soleil dans un tems quelconque.

B, diſtance de Jupiter à la Terre dans un tems quelconque.

C, diſtance de Jupiter au Soleil dans la nuit des expériences du 24 Mai.

D, diſtance de Jupiter à la Terre dans la même nuit.

G, diſtance du Satellite à Jupiter dans le tems des expériences.

H, diſtance du Satellite à Jupiter dans un autre tems quelconque.

N, diametre de la Lune.

P, Sinus verſe de la partie éclairée de la Lune.

Q, diſtance du Satellite à la Lune.

P. S. Une grande élévation du lieu de l'obſervation par rapport à l'horizon de la Mer doit encore produire une nouvelle équation, comme il eſt viſible par ce qu'on a établi dans ce Mémoire, les tems des émerſions devant arriver plutôt dans les lieux qui auront une plus grande élévation, & ceux des immerſions plus tard, toutes les autres circonſtances étant d'ailleurs ſuppoſées les mêmes : & il doit arriver la même choſe par rapport aux différentes hauteurs du Barometre en différens tems dans un même lieu. La hauteur du Barometre dans le tems de l'obſervation du 24 Mai, étoit de 28,08 pouces, obſervée par M. *de l'Iſle.* Soit donc cette hauteur exprimée par R, celle dans un autre tems, ou dans un autre lieu quelconque, exprimée par S ; en augmentant ou en diminuant la colomne de l'Atmoſphère M dans le rapport de $\frac{R}{S}$, & en faiſant après le même calcul indiqué par les formules précédentes, l'on aura l'expreſſion générale du tems dont il faut corriger celui de l'obſervation par rapport à la hauteur M du Satellite ſur l'horizon, par rapport à la différente longueur, ou au différent effet des lunettes, par rapport aux diſtances de Jupiter au Soleil & à la Terre, par rapport

port à la diſtance du Satellite au disque de Jupiter; par rapport à la diſtance du Satellite à la Lune, & aux différentes illuminations de cette Planete; & par rapport à la hauteur du Barometre.

L'équation par rapport à la diſtance du Satellite à la Lune, & par rapport aux différentes illuminations de cette Planete, n'eſt pas conſidérable, lorsque cette diſtance eſt fort grande. La nuit du 16 Juin la Lune étoit presque dichotome, & elle s'eſt trouvée diſtante du Satellite de 4 à 5 degrés pendant le tems des expériences; mais cela n'a cauſé aucune différence bien ſenſible dans les tems des différentes émerſions obſervées à travers différentes épaiſſeurs de verre, après l'émerſion obſervée à la maniere ordinaire. La même choſe doit arriver à l'égard de la diſtance du Satellite à Jupiter, lorsque cette diſtance ſera aſſés conſidérable. Ainſi, par les expériences que l'on fera pour déterminer ſa diminution de la lumiere du Satellite par rapport à ſes différentes diſtances à Jupiter & à la Lune, l'on déterminera les limites de cet affoibliſſement de la lumiere du Satellite; c'eſt à dire, la diſtance du Satellite à Jupiter & à la Lune, où ſa lumiere reçoit du Satellite un plus grand affoibliſſement poſſible. Cela eſt néceſſaire à connoitre, pour ne pas mettre dans la ſubſtitution des termes des formules, des quantités de diſtances, où la lumiere du Satellite ne reçoit plus de diminution ſenſible.

Les obſervations des émerſions à travers différentes épaiſſeurs de verre, m'ont ſervi a connoitre le tems que le Satellite employoit à ſortir de l'ombre; c'eſt a dire, le tems depuis qu'il commençoit a ſe faire voir jusqu'a ce qu'il eut recouvré ſa plus grande quantité de lumiere reſpective à ſa hauteur ſur l'horizon. C'eſt là le moyen que je me ſuis imaginé pour pouvoir en juger avec une certaine préciſion: & ce même moyen m'a ſervi auſſi pour comparer les différentes quantités de lumiere du Satellite à ſes différentes hauteurs ſur l'horizon, avec les tems qu'il employoit à ſortir de l'ombre. J'ai trouvé ces tems un peu trop grands eu égard à ceux qu'il devoit employer ſuivant l'expérience de la diminution de ſa lumiere à travers les maſſes d'air reſpectives à ſes différentes hauteurs ſur l'horizon.

TABLE

TABLE

des équations du premier Satellite pour tous les degrés de hauteur sur l'horizon, pour une lunette de 14 pieds de longueur, dont l'ouverture de l'objectif eſt de 1 pouce 4 lignes, & le foyer de l'oculaire 3 pouces 1½ ligne.

Hauteurs du Satellite	Colomne d'un air équivalent à celui d'ici bas	Corrections correſpondantes	Lumiere du Sat. en part. du tems qu'il emploie à ſortir de l'ombre	Hauteurs du Satellite	Colomne d'un air équivalent à celui d'ici-bas	Corrections correſpondantes	Lumiere du Sat. en part. du tems qu'il emploie à ſortir de l'ombre
90°	3911	4′ 30″	161″	66°	4281	4′ 45″	146″
89	3912	4 31	160	65	4315	4 46	145
88	3913	4 31	160	64	4351	4 48	143
87	3916	4 31	160	63	4390	4 48	142
86	3921	4 31	160	62	4430	4 49	141
85	3926	4 31	160	61	4472	4 52	139
84	3933	4 32	159	60	4516	4 54	137
83	3940	4 32	159	59	4563	4 56	135
82	3949	4 32	159	58	4612	4 58	133
81	3952	4 33	158	57	4665	4 59	132
80	3971	4 33	158	56	4728	5 1	130
79	3984	4 34	157	55	4775	5 2	129
78	3998	4 34	157	54	4834	5 4	127
77	4014	4 35	156	53	4897	5 6	125
76	4031	4 35	156	52	4963	5 8	123
75	4049	4 36	155	51	5033	5 11	121
74	4069	4 37	154	50	5106	5 13	118
73	4090	4 38	153	49	5182	5 15	116
72	4112	4 39	152	48	5262	5 17	114
71	4136	4 40	151	47	5347	5 20	111
70	4162	4 41	150	46	5436	5 22	109
69	4189	4 42	149	45	5531	5 25	106
68	4218	4 43	148	44	5630	5 27	104
67	4249	4 44	147	43	5735	5 30	101

Hauteurs du Satellite	Colomne d'un air équivalent à celui d'ici-bas	Corrections correſpondantes	Lumiere du Sat. en part. du tems qu'il emploie à ſortir de l'ombre	Hauteurs du Satellite	Colomne d'un air équivalent à celui d'ici-bas	Corrections correſpondantes	Lumiere du Sat. en part. du tems qu'il emploie à ſortir de l'ombre
42° ′	5845	5′ 33″	98″	19° ′	11890	6′ 50″	21″
41	5961	5 36	95	18	12515	6 53	18
40	6084	5 39	92	17	13220	6 56	15
39	6215	5 42	89	16	14000	6 59	12
38	6353	5 45	86	15	14860	7 1	10
37	6499	5 48	83	14	15880	7 3	8
36	6554	5 51	80	13 30	16512	7 4	7
35 10	6770	5 53	78	13	17012	7 5	6
35	6819	5 55	76	12 30	17768	7 6	5
34	6994	5 58	73	12	18344	7 7	4
33	7181	6 1	70	11 20	19498	7 7	4
32	7380	6 4	67	11	19908	7 8	3
31	7594	6 8	63	10	21745	7 9	2
30	7822	6 12	59	9 30	23043	7 10	1
29	8067	6 15	56	9	23975	7 11	0
28	8331	6 19	52	8	26672	Lun. de 15 pieds 0 pouc.	
27	8614	6 22	49	7	29996	Lun. de 16 pieds 2 pouc.	
26	8822	6 26	45	6	34300	Lun. de 17 pieds 5 pouc.	
25	9254	6 30	41	5	39893	Lun. de 18 pieds 8 pouc.	
24	9616	6 33	38	4	47480	Lun. de 20 pieds 3 pouc.	
23	10010	6 37	34	3	58182	Lun. de 21 pieds 8 pouc.	
22	10440	6 40	31	2	74429	Lun. de 22 pieds 11 pouc.	
21	10913	6 44	27	1	100930	Lun. de 24 pieds 5 pouc.	
20	11341	6 47	24	0	138823	Lun. de 25 pieds 7 pouc.	

L'on trouve par le calcul, que les différens obſtacles de l'Atmoſphère au deſſous de 9 degrés, doivent faire diſparoitre le Satellite dans les lunettes des longueurs marquées dans la petite Table vis à vis ces mêmes obſtacles: ces lunettes étant ſuppoſées du même degré de bonté, & diſpoſées comme celle de 14 pieds de la premiere expérience, laquelle expérience à ſervi de principal fondement pour la conſtruction de la Table.

DE LA FIGURE DES SUPPORTS D'UNE VOUTE,

PAR M. AEPINUS.

Traduit du Latin.

Fig. 1. Si nous ſuppoſons une voûte quelconque ADB, de quelque figure qu'elle ſoit, une de ſes parties quelconques, comme *cdef*, agit contre la partie qui lui eſt contiguë, *gche*, & fait effort pour l'élever, comme cela peut être aiſément connu par la doctrine de la réſolution & de la compoſition des forces. Il peut cependant arriver, que cette force ne ſoit point réduite en acte, lorsque la peſanteur de la partie *gceh* reſiſte ſuffiſamment, & quelquefois à cauſe de ſa cohéſion avec les autres parties. Et ce n'eſt que lorsque cet état a lieu, par rapport à toutes les parties ſans exception, que la voûte eſt dite être dans un état de conſiſtance.

Si nous ſuppoſons une ſemblable voûte, parvenuë à l'état de conſiſtance, qui repoſe ſur les ſupports AC, BE, elle fait effort contr'eux, de la même maniere qu'un corps unique, de la même figure que cette voûte, agiroit, pour produire la ſéparation de ces corps. En effet, comme toutes ſes parties ſont réünies par un lien qui ne permet pas qu'aucune puiſſe ſe détacher des autres ; & qu'il en ſeroit de même, ſi on lui ſubſtituoit un corps unique, il n'eſt pas difficile de déduire de là, la vérité des idées que je viens de propoſer. Si donc aux derniers points de la voûte on éleve des lignes A*f*, B*f*, qui ſoient perpendiculaires à ſa courbure, & qu'on les prolonge juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent, tant entr'elles, qu'avec HK, tangente de la courbe par le ſommet, il paroit que la voûte n'agit pas autrement pour ſéparer les ſupports, que feroit le coin H*f*K, égal en peſanteur à la voûte AB; d'où l'on voit ſans peine de quelle manière, & avec quelle force

force la voûte agit pour ſéparer les ſupports. Cette force de la voûte ſe diviſe en deux parties, l'une horizontale, l'autre verticale, dont il n'y a que la premiere, qui déploye ſon action contre les ſupports.

Mais il faut que ces ſupports ſoyent plus forts dans les points inférieurs que dans ceux d'en-haut. Car poſez, par exemple, que le ſupport doive ſe briſer en *mn*; il eſt manifeſte au premier coup d'œil, que la force appliquée en A agit ici par le moyen d'un levier, dont le point de repos eſt placé en *m*. Lors donc que le bras du levier vient à s'allonger, il faut que le moment de la force appliquée au levier s'accroiſſe en même tems; d'où il paroit clairement, que la force de la voûte, qui eſt toujours appliquée en A, & doit être cenſée parallèle à l'horiſon, tend avec plus de force à rompre le ſupport dans la ſection inférieure *pq*, que dans une ſection ſupérieure quelconque *mn*. Si donc il s'agit de conſtruire un ſupport, qui ſoit capable de réſiſter ſuffiſamment partout, il doit aſſurément avoir plus de fermeté dans les points d'embas, que dans ceux qui ſont plus élevés.

La réſiſtance du ſupport ſe déduit d'un double fondement. D'abord il réſiſte par ſa ſeule gravité. En effet, que le ſupport doive ſe rompre dans la ſection *mn*, & que le centre de gravité de la partie A*mn* tombe en *r*; il ſaute d'abord aux yeux, que cette peſanteur réſiſte au mouvement du levier autour du point *m*, & par conſéquent, au moins en partie, à la force de la voûte.

Mais il y a encore une autre force, qui conſpire avec la force de gravité, ſçavoir la cohéſion des parties du ſupport dans la ſection *mn*; & elle doit auſſi entrer en conſidération, puiſque ce n'eſt qu'après qu'elle eſt ſurmontée, que le ſupport vient à ſe rompre.

Il convient donc, en vertu de ce qui a été dit jusqu'ici, de donner à tout ſupport une telle figure, que la gravité d'une partie quelconque A*mn*, & la cohéſion des parties dans la ſection *mn*, priſes enſemble, dans le levier *Amn*, ſe trouvent en équilibre avec la force horizontale de la voûte.

Pour en venir à bout, on n'eſt arrêté que par le calcul qui concerne la cohéſion. Le célébre *Galilée*, qui a le premier traité la doctrine de la réſiſtance des ſolides, imaginoit des corps, dont la cohéſion ne peut être détruite que par un acte unique, c'eſt à dire, des corps parfaitement roides. Cette théorie ne ſçauroit être appliquée aux poutres, aux métaux, & à d'autres corps ſemblables, ſans que la vérité en ſouffre. En effet, ce n'eſt jamais par un ſeul acte que leur cohéſion eſt rompuë, mais on eſt obligé de ſe les repréſenter comme compoſés de filamens propres à entrer dans un état de tenſion, de ſorte que les parties qui ſont autour de *n* ſe rompent les premieres, ſans qu'il en arrive autant à celles qui ſont les plus proches de *m*, parce qu'elles ne ſont pas encore tenduës dans un degré ſuffiſant. Rien n'empêche cependant qu'on ne s'en tienne dans ce cas-ci à la théorie de *Galilée*. Car communément les voûtes ſont poſées ſur des murs, de façon, qu'on ne peut regarder les ſupports comme compoſés de filamens élaſtiques, & que leur cohéſion, ſi elle vient à ſe rompre, y eſt déterminée par un acte unique, tout comme cela arrive aux corps roides.

Ces choſes étant préſuppoſées, je vais m'attacher à déterminer la figure des ſupports, en commençant pourtant par avertir, que je ne veux donner que quelques élémens de cette doctrine, & pour cet effet me borner pour le préſent à la ſolution des trois problèmes. On peut ſuppoſer un ſupport, dont la partie intérieure ſoit terminée par la même courbe que la partie extérieure. Ce cas, comme étant le plus ſimple, eſt celui que je traiterai le premier. La coûtume ordinaire eſt de terminer la partie intérieure des ſupports, non par une courbe, mais par une droite; ce qui nous conduit à rechercher quelle courbure il faut donner dans cette hypotheſe à la partie externe. A' quoi j'ai ajouté un troiſième problème, par lequel j'ai ſuppoſé la courbure du ſupport tournée vers les parties internes, non que je croye, qu'il ſoit expédient de conſtruire réellement les ſupports de cette façon, mais pour ne pas omettre un cas qui a une grande analogie avec le ſecond.

PRO-

PROBLEME I.

Trouver la courbure d'un ſupport, dans le cas où il eſt terminé de deux côtés par la même courbe.

SOLUTION.

Soit $An = x$, $Cn = y$, l'épaiſſeur du ſupport partout la même $= a$, la force de la voûte horizontale appliquée en $A = \beta$, le poids d'un pied cubique d'un mur $= m$, la cohéſion d'un pied quarré de ce mur $= n$. On aura $ACD = 2\int y\,dx$; d'où la ſolidité du mur $ABFCDE = 2a\int y\,dx$, & ſon poids $= 2am\int y\,dx$. La cohéſion dans la ſection CDEF ſera égale à $2nay$. Que l'on conçoive le levier ACD, ayant ſon point de repos en C. La force de gravité, (le centre de gravité étant poſé, à cauſe de la congruence des parties CnA, DnA, dans l'axe) & la force de cohéſion dont e centre de gravité eſt en n, doivent être cenſées appliquées l'une & l'autre en n. Pour obtenir donc l'équilibre, on fera : Fig. 1.

$$\beta : 2am\int y\,dx + 2nay = y : x,$$

d'où l'on obtient l'équation différentielle :

$$\left.\begin{matrix} +\beta y \\ -2amy^3 \end{matrix}\right\} dx \left.\begin{matrix} -\beta x \\ -2any^2 \end{matrix}\right\} dy = 0.$$

Laquelle, afin qu'elle devienne un différentiel complet, & qu'elle ſoit intégrable, doit être multipliée par

$$\frac{1}{y^2\sqrt{\beta - 2amy^2}},$$ & alors elle devient :

$$\left.\begin{matrix} \dfrac{+\beta}{y\sqrt{\beta-2amy^2}} \\ \dfrac{-2amy}{\sqrt{\beta-2amy^2}} \end{matrix}\right\} dx \left.\begin{matrix} \dfrac{-\beta x}{y^2\sqrt{\beta-2amy^2}} \\ \dfrac{-2an}{\sqrt{\beta-2amy^2}} \end{matrix}\right\} dy = 0$$

dont l'intégrale eſt,

$$\frac{xV(\beta-2\alpha my^2)}{y} - \int \frac{2\alpha n dy}{V(\beta-2\alpha my^2)} = C.$$

La derniere partie de cette intégrale dépend de la quadrature du cercle, & eſt $= \frac{2\alpha n}{V\beta}$ d'un arc du cercle, dont le ſinus eſt y, le rayon étant $\frac{V\beta}{V2\alpha m}$, ou ce qui revient au même $\frac{nV2\alpha}{Vm}$ d'un arc dont le ſinus $= \frac{yV2\alpha m}{V\beta}$, le rayon étant $= 1$. D'où naît pour la courbure, l'équation $\frac{xV(\beta-2\alpha my^2)}{y} = \frac{2\alpha n}{V\beta}$ d'un arc dont le ſinus eſt y, le rayon étant $= \frac{V\beta}{V2\alpha m} + C$. C. *q. f. t.*

COROLLAIRE I.

La conſtante C doit être déterminée, de ce que x & y évanouïſſent en même tems. Que ſi l'on poſe tant x que $y = 0$, il en réſulte $\frac{0}{0}V\beta = C$, d'où, comme la valeur de la fraction $\frac{0}{0}V\beta$ n'eſt pas d'abord manifeſte, la détermination de la conſtante, rencontre quelque difficulté, dont il faut ſe tirer de la maniere ſuivante. Comme on a partout dans la courbe :

$$\beta : 2\alpha m \int y dx + 2\alpha ny = y : x,$$

on aura, après que les deux variables ſeront évanouïes :

$$\beta : \alpha m dy dx + 2\alpha n dy = dy : dx.$$

De là $\beta : 2\alpha n dy = dy : dx$; ce qui prouve que dx par rapport à dy eſt infiniment petit. Si donc on poſe que dans l'équation x & y évanouïſſent en même tems, on aura $\frac{dx}{dy}V\beta = C$, & en poſant dx,

un

un infiniment petit du fecond degré, $C = o$. Or l'on ne ſçauroit douter que x & y n'évanouïſſent en même tems. Car ſi $x = o$, le moment de la force β évanouït, d'où s'enſuit que la force de peſanteur & celle de cohéſion évanouïſſent alors en même tems. Mais c'eſt ce qui ne ſçauroit arriver, à moins que y n'évanouiſſe. Car la cohéſion étant $= 2amy$, il eſt évident, qu'elle ne peut évanouïr à moins que y ne ſoit fait $= o$.

COROLLAIRE 2.

Poſant $x = \infty$, y devient $= \frac{V\beta}{V\,2am} =$ au rayon du cercle.

PROBLE'ME II.

Trouver la courbure du ſupport, lorſqu'il eſt terminé intérieurement par une ligne droite.

SOLUTION.

Les déterminations étant poſées dans la Propoſition précedente, & les lignes AD, DB étant tirées, ſoit le centre de gravité de la partie ADB en l, celui de la partie ABC en n, & celui de tout le parallelogramme ADBC en m. Qu'on tire les verticales EH, FI, GK, on aura: $AF = \frac{y}{2}$, $AE = \frac{\int yx\,dy}{\int x\,dy}$, d'où $FE = \frac{\int yx\,dy}{\int x\,dy} - \frac{y}{2}$. Or, par les Principes de la Statique $ABC : ADB = FE : FG$; & de là $FG = \frac{2\int yx\,dy - y\int x\,dy}{2\int y\,dx}$, & $DG = \frac{2y\int y\,dx - xy^2 + 2\int xy\,dy}{2\int y\,dx}$. Le poids de la partie ABC étant donc $= am\int y\,dx$, le moment du poids ſera $= \frac{2amy\int y\,dx - amxy^2 + 2am\int yx\,dy}{2}$. Le moment de la cohéſion eſt $\frac{nay^2}{2}$, & la force de la voûte βx. On aura donc

$$2amy\int y\,dx - amxy^2 + 2am\int yx\,dy + nay^2 = 2\beta x,$$

dont

Fig. 1.

dont prenant le différentiel, on trouve

$$2\alpha m dy \int y dx + \alpha m y^2 dx + 2n\alpha y dy = 2\beta dx$$

Qu'on poſe $\int y dx = z$, & en ſubſtituant la valeur, on aura

$$2\alpha m y z dy + \alpha m y^2 dz + 2n\alpha y^2 dy = 2\beta dz,$$

dont l'intégrale eſt $z = \frac{2n\alpha y^3}{6\beta - 3\alpha m y^2}$. dz ſera donc $= \frac{36n\alpha\beta y^2 dy - 6nm\alpha^2 y^4 dy}{(6\beta - 3\alpha m y^2)^2}$, & en reſtituant la valeur de z, $dx = \frac{36n\alpha\beta y dy - 6nm\alpha^2 y^3 dy}{(6\beta - 3\alpha m y^2)^2}$, d'où l'on obtient

$$x = \frac{2n\alpha y^2}{6\beta - 3\alpha m y^2} - \frac{n}{3m} l(6\beta - 3\alpha m y^2) + C.$$

La conſtante déterminée de ce que x & y évanouïſſent enſemble, devient $= \frac{n}{3m} l 6\beta$. C. *q. f. n.*

COROLLAIRE I.

Si l'on fait $y^2 = \frac{6\beta}{3\alpha m}$, on aura $x = \infty - \infty + C.$

Il nait donc dans ce cas une difficulté ſur la valeur de x, parce que la différence des deux ∞ peut être également finie & infinie. Ce nœud ſe réſout de la maniere ſuivante. Comme on a montré que z eſt $= \frac{2n\alpha y^3}{6\beta - 3\alpha m y^2}$, on aura, en prenant $y^2 = \frac{6\beta}{3\alpha m}$, $z = \infty$. Or z eſt $= \int y dx$, qui ne ſçauroit être infini, à moins que y ou x ne devienne infini. Ainſi, y ayant dans ce cas une valeur finie, x ſera néceſſairement $= \infty$.

COROLLAIRE 2.

J'ai obtenu l'intégrale de l'équation $dx = \frac{36n\alpha\beta y dy - 6nm\alpha^2 y^3 dy}{(6\beta - 3\alpha m y^2)^2}$ par

par un théorème général, qui n'eſt pas difficile à démontrer, en vertu duquel $\int \frac{A\,t^{S-1}\,dt + D\,t^{S+\pi-1}\,dt}{(B+Ct^{\pi})^2}$ eſt $=$

$$\frac{(AC+BD)\,t^{S}}{\pi CB(B+Ct^{\pi})} + \frac{(\pi - SC)\,AC + SBD}{\pi cB} \int \frac{t^{S-1}\,dt}{B+Ct^{\pi}}.$$

PROBLEME III.

Trouver la courbure du ſupport, lorſqu'il eſt terminé extérieurement par une droite.

SOLUTION.

Comme, par les Propoſitions précédentes, FG eſt $= \frac{2\int yx\,dy - y\int x\,dy}{2\int y\,dx}$,

on aura $AG = \frac{y\int y\,dx - 2\int yx\,dy + y\int x\,dy}{2\int y\,dx} = \frac{xy^2 - 2\int yx\,dy}{2\int y\,dx}$.

Le moment du poids eſt donc $= \frac{amxy^2 - 2am\int yx\,dy}{2}$, & le moment de la cohéſion, auſſi bien que la force de la voûte, étant comme dans les Propoſitions précédentes :

$$amxy^2 - 2am\int yx\,dy + nay^2 \text{ ſera } = 2\beta x,$$

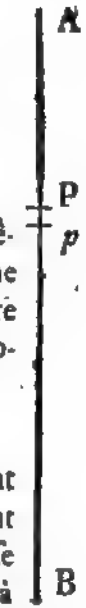
laquelle formule étant différentiée, il en réſulte :

$$amy^2dx + 2nay\,dy = 2\beta\,dx, \text{ ou } \frac{2nay\,dy}{2\beta - amy^2} = dx,$$

dont l'intégrale eſt $C - \frac{n}{m}\,l(2\beta - amy^2) = x$; & C eſt déterminée, en vertu de ce que x & y évanouïſſent enſemble $= \frac{n}{m} l 2\beta$,

d'où $x = \frac{n}{m} l 2\beta - \frac{n}{m} l(2\beta - amy^2)$. C. *q. f. t.*

PROBLEME
SUR LA CHUTE DES CORPS,
PAR M. DE KURDWANOWSKI.



Du point A de la droite AB tombe un corps A: dans le même inſtant un autre corps B, pouſſé de bas en haut avec une viteſſe quelconque, monte de B vers A: il faut trouver dans cette droite AB un point, où ces deux corps ſe rencontreront, en ſuppoſant le milieu ſans réſiſtance.

RESOLUTION.

Soit P le point cherché, dans lequel les deux corps doivent ſe rencontrer, $AP = x$; l'élément de AP, ou ſa partie infiniment petite, $Pp = dx$. Le corps A, étant tombé de A en P, aura la viteſſe acquiſe par ſa chute $= \sqrt{x}$. Le tems que le corps A employera à parcourir l'eſpace AP ſoit $= t$. L'expreſſion du tems infiniment petit que le même corps mettra à parcourir l'eſpace infiniment petit Pp, ſera $dt = \frac{dx}{\sqrt{x}}$: dont l'intégrale $t = 2\sqrt{x}$ donne le tems par l'eſpace AP.

Voyons à préſent quelle ſera la viteſſe du corps B, lorsque il ſera monté jusque au même point P. Soit $AB = a$; la hauteur indéterminée, de laquelle je ſuppoſe que le corps B doit tomber pour acquérir une viteſſe quelconque, avec laquelle il eſt pouſſé pour monter de B vers A, ſoit $= h$; la hauteur requiſe pour ſa viteſſe au point P $= u$. Je conſidére que cette quantité diminuë à meſure que le point P avance vers A; puisque la viteſſe du corps B diminuë à meſure que ce corps monte plus haut: ſa différence ſera donc négative $-dv$. La différence de $BP = a - x$ eſt auſſi négative $Pp = -dx$: & pour avoir la viteſſe avec laquelle le corps B parcourt l'eſpace infiniment petit Pp, il faut que $-dv = -dx$, ou $dv = dx$; dont l'intégrale eſt

$v =$

$v = x + C$. Pour déterminer la conſtante C, je remarque que ſi $x = a$; c'eſt à dire, ſi le point P eſt ſur B; le corps B qui ainſi n'a point monté, & par conſéquent rien perdu de ſa viteſſe, a cette viteſſe toute entiere au point B; $v = h$, & l'équation $v = x + C$ ſe change en celle-ci $h = a + C$, & $C = h - a$: ſubſtituant cette valeur de la conſtante C dans $v = x + C$, vient $v = h - a + x$: & la viteſſe du corps B au point P eſt $Vv = V(h - a + x)$. Nommant T le tems que le corps B met à parcourir l'eſpace BP, la partie infiniment petite de ce tems dans laquelle il parcourra l'eſpace infiniment petit Pp, ſera $dT = -\frac{dx}{V(h-a+x)}$: ſon intégrale eſt d'abord $T = -2V(h-a+x) + C$; mais voyant qu'au point B, où $x = a$, c'eſt à dire, lorſque le corps B n'a pas du tout bougé $T = 0$, $T = -2V(h-a+x) + C$ devient $0 = -2Vh + C$: de ſorte que la quantité conſtante $C = 2Vh$: laquelle ſubſtituée dans $T = -2V(h-a+x) + C$ donne enfin $T = 2Vh - 2V(h-a+x)$. Pour achever la réſolution du problème, il faut à préſent déterminer le point P, où les deux corps doivent ſe rencontrer. Il n'y a qu'à faire attention, que puiſque ces corps partent dans le même inſtant; les tems dans leſquels ils parcourront leurs eſpaces reſpectifs AP & BP, ſeront égaux. Ainſi $t = T$, c'eſt à dire, $2Vx = 2Vh - 2V(h-a+x)$; ou $Vx = Vh - V(h-a+x)$; quarrant, $x = h - 2V(h^2 - ha + hx) + h - a + x$; ou $2h - a = 2V(h^2 - ha + hx)$; quarrant encore $4h^2 - 4ha + a^2 = 4h^2 - 4ha + 4hx$; ou $4hx = a^2$; d'où enfin l'on déduit pour le point cherché P, $AP = x = \frac{a^2}{4h}$.

A

P

p

B

COROLLAIRE I.

Si $h = a$, c'eſt à dire, ſi le corps B eſt pouſſé de bas en haut avec la même viteſſe que le corps A auroit en B, s'il tomboit de A en B; l'on a $x = \frac{1}{4}a$.

COROLLAIRE 2.

En prenant (h) pour inconnuë, il ſera aiſé de déterminer la hauteur de laquelle doit tomber le corps B, pour avoir la viteſſe requiſe afin qu'il rencontre le corps A dans un point donné. Pour le faire d'une maniere générale, il n'y a qu'à faire $x = \frac{a}{n}$ dans l'équation $x = \frac{a^2}{4h}$: ce qui la changera en celle-ci, $\frac{a}{n} = \frac{a^2}{4h}$: d'où l'on tire $h = \frac{1}{4} n a$.

Si, par exemple, on veut que le corps B rencontre le corps A, après avoir parcouru en montant de B vers A les $\frac{3}{4}$ de toute la hauteur AB : alors $AP = x = \frac{a}{n} = \frac{1}{4} a$, & $n = 4$: ce qui donne $h = a$, & eſt d'accord avec le premier Corollaire.

SCHOLIE.

Tout à la fin de mon Problème, j'ai couché tout au long tout le calcul qu'il me faloit faire pour dégager mon inconnuë. J'aurois pû, comme font bien d'autres, après avoir déduit $\sqrt{x} = \sqrt{h} - \sqrt{(h-a+x)}$, couper court en ajoûtant ſeulement, *d'où l'on déduit pour le point cherché* P, $x = \frac{a^2}{4h}$. C'eſt fort peu de choſe que ce calcul qui reſte à faire : mais, tel qu'il ſoit, pourquoi ſupprimer un calcul que, ni plus, ni moins on a été obligé de faire ?

MÉTHODE
DE TROUVER LES LOGARITHMES DE CHAQUE NOMBRE POSITIF, NÉGATIF, OU MEME IMPOSSIBLE,

PAR DOM WALMESLEY.

Traduit du Latin.

I.

Soit ABH un Cercle, dont le centre eſt O, le rayon $OA = 1$, AOC un angle quelconque, dont la tangente eſt $AD = x$, le ſinus $CK = u$, & le coſinus $OK = y$: Soit auſſi le diamètre BN perpendiculaire au diamètre OH. Alors, comme l'élément de l'arc AC eſt $\frac{dx}{1+xx} = \frac{dx}{(1+x\sqrt{-1})(1-x\sqrt{-1})}$, en intégrant on aura

$$AC.\sqrt{-1} = \log.\ \sqrt{\frac{1+x\sqrt{-1}}{1-x\sqrt{-1}}} = \sqrt{\frac{y+u\sqrt{-1}}{y-u\sqrt{-1}}},$$

ou bien à cauſe de $(y+u\sqrt{-1})(y-u\sqrt{-1}) = 1$, & ainſi $\frac{y+u\sqrt{-1}}{y-u\sqrt{-1}} = \frac{(y+u\sqrt{-1})^2}{1}$, & $AC.\sqrt{-1} = \log.(y+u\sqrt{-1})$, ou $AC.\sqrt{-1} = -\log.(y-u\sqrt{-1})$. Par conſéquent de cette double formule, on pourra, ce ſemble, tirer les logarithmes des quantités d'un genre quelconque, de la maniere ſuivante.

II. Qu'on poſe $y = 1$, & on aura $u = 0$, & $QC = 0$, & ainſi, ſi P dénote la moitié de la circonference ACH, la formule $AC.\sqrt{-1} = \log.(y+u\sqrt{-1})$ ſe change en $0 = \log. 1$; mais comme tous les arcs, tant poſitifs que négatifs, qui ſe terminent

au point C, ont le même ſinus & coſinus, il y aura dans ce cas $AC = o$, ou $AC = \pm 2\pi$, ou $AC = \pm 4\pi$, ou $AC = \pm 6\pi$, &c. d'où naîtront tous les logarithmes ſuivans du nombre 1

$o, \pm 2\pi\sqrt{-1}, \pm 4\pi\sqrt{-1}, \pm 6\pi\sqrt{-1}, \pm 8\pi\sqrt{-1}$. &c.

III. Soit $y = -1$, & l'on aura $x = o$; mais l'arc $AC = \pi$, à cauſe de la raiſon expoſée dans l'Article précédent, ſera $AC = -\pi$, ou $AC = \pm 3\pi$, ou $AC = \pm 5\pi$, &c. & la formule $AC.\sqrt{-1} = \log. y + x\sqrt{-1}$ devient $AC.\sqrt{-1} = \log. -1$; d'où l'on obtient tous les logarithmes du nombre -1, ſçavoir

$\pm\pi\sqrt{-1}, \pm 3\pi\sqrt{-1}, \pm 5\pi\sqrt{-1}, \pm 7\pi\sqrt{-1}, \pm 9\pi\sqrt{-1}$, &c.

IV. A préſent qu'on poſe $y = o$ & $x = 1$, & la formule ſuſdite ſe change en celle-ci $AC \times \sqrt{-1} = \log. \sqrt{-1}$; mais l'arc AC eſt égal à l'arc AB, ou ANHB, ou ABNAB, ou ANBANB, &c. c'eſt à dire, l'arc AC eſt égal, ou à $+\frac{1}{2}\pi$, ou à $-\frac{3}{2}\pi$, ou à $+\frac{5}{2}\pi$, ou à $-\frac{7}{2}\pi$, &c. Donc toute la ſuite des logarithmes du nombre impoſſible $\sqrt{-1}$ ſera

$+\frac{1}{2}\pi\sqrt{-1}, +\frac{5}{2}\pi\sqrt{-1}, +\frac{9}{2}\pi\sqrt{-1}, +\frac{13}{2}\pi\sqrt{-1}, +\frac{17}{2}\pi\sqrt{-1}$, &c.

$-\frac{3}{2}\pi\sqrt{-1}, -\frac{7}{2}\pi\sqrt{-1}, -\frac{11}{2}\pi\sqrt{-1}, -\frac{15}{2}\pi\sqrt{-1}, -\frac{19}{2}\pi\sqrt{-1}$, &c.

V. Soit $y = o$, & l'on aura $AC\sqrt{-1} = \log. -\sqrt{-1}$. Or dans ce cas l'arc AC eſt égal à $\frac{3}{2}\pi$, ou à $-\frac{1}{2}\pi$, ou à $+\frac{5}{2}\pi$, ou à $-\frac{3}{2}\pi$, &c. d'où procèdent les logarithmes du nombre $-\sqrt{-1}$

$+\frac{3}{2}\pi\sqrt{-1}, +\frac{7}{2}\pi\sqrt{-1}, +\frac{11}{2}\pi\sqrt{-1}, +\frac{15}{2}\pi\sqrt{-1}$, &c.

$-\frac{1}{2}\pi\sqrt{-1}, -\frac{5}{2}\pi\sqrt{-1}, -\frac{9}{2}\pi\sqrt{-1}, -\frac{13}{2}\pi\sqrt{-1}$, &c.

VI. Soit à préſent $y = x$, & l'on aura $y = \sqrt{\frac{1}{2}} = x$, & $AC\sqrt{-1} = \log. \frac{1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$; Or AC devient $= \frac{1}{4}\pi$, ou $AC = -\frac{3}{4}\pi$, ou $AC = \frac{9}{4}\pi$, ou $AC = -\frac{11}{4}\pi$, &c. Les logarithmes du nombre $\frac{1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$ ſont donc,

+

$+\frac{3}{4}\pi\sqrt{-1}$, $+\frac{9}{4}\pi\sqrt{-1}$, $+\frac{17}{4}\pi\sqrt{-1}$, $+\frac{25}{4}\pi\sqrt{-1}$, &c.
$-\frac{1}{4}\pi\sqrt{-1}$, $-\frac{15}{4}\pi\sqrt{-1}$, $-\frac{23}{4}\pi\sqrt{-1}$, $-\frac{31}{4}\pi\sqrt{-1}$, &c.

VII. Soit $u = -y$, & par conſéquent $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$, & $u = \frac{1}{\sqrt{2}}$, & on aura $AC\sqrt{-1} = \log.\frac{-1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$; dans lequel cet AC devient $= \frac{3}{4}\pi$, ou $AC = -\frac{1}{4}\pi$, &c. d'où le nombre $\frac{-1+\sqrt{-1}}{\sqrt{2}}$ aura ces logarithmes:

$+\frac{1}{4}\pi\sqrt{-1}$, $+\frac{9}{4}\pi\sqrt{-1}$, $+\frac{17}{4}\pi\sqrt{-1}$, $+\frac{25}{4}\pi\sqrt{-1}$, &c.
$-\frac{7}{4}\pi\sqrt{-1}$, $-\frac{15}{4}\pi\sqrt{-1}$, $-\frac{23}{4}\pi\sqrt{-1}$, $-\frac{31}{4}\pi\sqrt{-1}$, &c.

VIII. Que ϕ dénote en général l'arc dont le ſinus eſt u, & le coſinus y, & l'on aura $\phi\sqrt{-1} = \log.\ y + u\sqrt{-1}$; d'où il paroit que les logarithmes de la quantité $y + u\sqrt{-1}$ ſont $\phi\sqrt{-1}$, $(\phi \pm 2\pi)\sqrt{-1}$, $(\phi \pm 4\pi)\sqrt{-1}$, $(\phi \pm 6\pi)\sqrt{-1}$, $(\phi \pm 8\pi)\sqrt{-1}$, &c. Par ce moyen on parvient à la connoiſſance des logarithmes d'une quantité quelconque de ce genre $a + b\sqrt{-1}$: car qu'on la diviſe par la quantité $\sqrt{(aa + bb)}$, & qu'on faſſe $\frac{a + b\sqrt{-1}}{\sqrt{(aa + bb)}} = y + u\sqrt{-1}$: de cette façon il eſt clair qu'on doit prendre l'arc de cercle dont le ſinus eſt $\frac{b}{\sqrt{(aa+bb)}}$, le coſinus $\frac{a}{\sqrt{(aa+bb)}}$: alors, ſi cet arc eſt dit ϕ, & que le logarithme hyperbolique de la quantité $\sqrt{(aa+bb)}$ ſoit C, il en réſulte les logarithmes ſuivans de la quantité $a + b\sqrt{-1}$

$C + \phi\sqrt{-1}$, $C + (\phi \pm 2\pi)\sqrt{-1}$, $C + (\phi \pm 4\pi)\sqrt{-1}$, $C + (\phi \pm 6\pi)\sqrt{-1}$, &c.

IX. Or, comme $\sqrt{y + u\sqrt{-1}} \times \sqrt{y - u\sqrt{-1}}$ eſt $= 1$, le log. $\sqrt{y - u\sqrt{-1}}$ ſera $= -$ log. $\sqrt{y + u\sqrt{-1}}$, & par con-

conſéquent tous les logarithmes de la quantité de cette eſpece $a - b\sqrt{-1}$ ſont donnés ; les quantités impoſſibles quelconques peuvent auſſi finalement être réduites à cette forme $a \pm b\sqrt{-1}$. C'eſt pourquoi les logarithmes des quantités quelconques ſeront donnés en ſuivant ce qui a été dit jusqu'ici.

X. Au reſte cette courte expoſition me paroit ſuffiſante. Car je ne ſuis pas dans l'idée, qu'il faille beaucoup donner de tems aux recherches qui concernent ces quantités inexplicables. Elles ne ſont pas néceſſaires, à mon avis, pour terminer la diſpute autrefois agitée entre Mrs. *de Leibnitz* & *Bernoulli*, puisque la queſtion ſur laquelle cette diſpute rouloit, eſt deſtituée de tout fondement. En effet il paroit abſurde d'établir une proportion entre des quantités poſitives & négatives, puisque toute proportion dépend de la grandeur des quantités, & ne peut avoir d'autre objet. Etre une quantité ſubſtractive, ou additive, c'eſt une qualité qui porte ſur la compoſition des quantités, mais, qui ne touche point à leur proprotion, comme l'a remarque le célébre *Mac-Laurin*. Dans une proportion quelconque on fait la comparaiſon de deux grandeurs, & non de deux qualités, en ſorte que confondre & mêler ces deux choſes enſemble, c'eſt ce qui ne ſauroit être permis; & il ne réſulte d'une compoſition auſſi heterogene, qu'un tout imaginaire & impoſſible. C'eſt comme ſi quelcun vouloit comparer les volumes de deux corps, & prétendoit qu'on fit entrer dans la proportion même l'idée de leur denſité, de leur molleſſe, ou de leur peſanteur, &c. abſurdité qui eſt tout à fait palpable. Dans toute compoſition ſemblable de la quantité & de la qualité, la notion même de la proportion évanouït, & par conſéquent celle-ci devient impoſſible; & il en eſt de même des logarithmes, qui ſont les indices des raiſons proportionelles.

EX-

EXTRAIT D'UNE LETTRE
de Mr. D'ALEMBERT à Mr. FORMEY, du 4 Fevrier 1757.

J'ai eu l'honneur, Monſieur, d'envoyer à l'Académie, une réponſe aux deux Mémoires de Mrs. Bernoulli *&* Euler, *imprimés dans le volume de* 1753. *Mr.* Euler *a bien voulu me communiquer en manuſcrit la réplique qu'il y a faite quant à ce qui le regarde; mais, bien loin que cette réplique m'ait convaincu, elle m'a fourni, j'oſe le dire, de nouvelles preuves de mon ſentiment. Cependant, Monſieur, comme M.* Euler *paroit deſirer que cette controverſe n'aille pas plus loin dans vos Mémoires, je conſens volontiers que ma réponſe ne paroiſſe pas dans ce Volume, auquel elle étoit deſtinée, ſauf à publier ailleurs, ſi je le juge à propos, les remarques importantes que je crois avoir faites ſur cette matiere.* Je ſuis, &c.

Cet Extrait ayant été communiqué, ſuivant l'intention de M. *d'Alembert*, à l'Académie, dans l'Aſſemblée du 17 Fevrier 1757. elle a conſenti à ce qu'il fût imprimé dans le Tome XI. des Mémoires, en y ajoutant la clauſe ſuivante:

„ Que ſi la Piece de M. *d'Alembert* n'a point été inſérée dans un
„ des Volumes précédens de l'Hiſtoire de l'Académie, ce n'eſt point
„ que M. *Euler* s'y ſoit oppoſé en particulier; mais, parce que l'Aca-
„ démie elle-même a voulu éloigner de ſes Recueils les ſujets de con-

„ troverſe ; que d'ailleurs Elle verroit avec plaiſir que M. *d'Alembert*
„ communiquât ſon Mémoire au public par une autre voye, ne dou-
„ tant point que cette diſcuſſion ne contribuë beaucoup au progrès
„ des Sciences.

ERRATA

pour les Mémoires de Mr. D'ALEMBERT, imprimés dans le Vol. de 1750.

P. 371 lig. 14, au lieu de Bc^{qx}, liſez Bc^{gx}.

Même page, entre les lignes 18 & 19. il y a une ligne de paſſée; liſez donc ; en ſuppoſant A & B *réelles, égales, & de même ſigne, ou en ſuppoſant* A & B imaginaires & de différents ſignes. Les mots marqués en Italique ont été oubliés par l'Imprimeur.

Page 378 lig. 3 au lieu de $-Edq$ liſez $-\frac{Edq}{y}$

Ibid. lig. 20 & 21 liſez, ſi $N = X + QQ - \frac{dQ}{dx} - \xi Q$.

Fig. 1

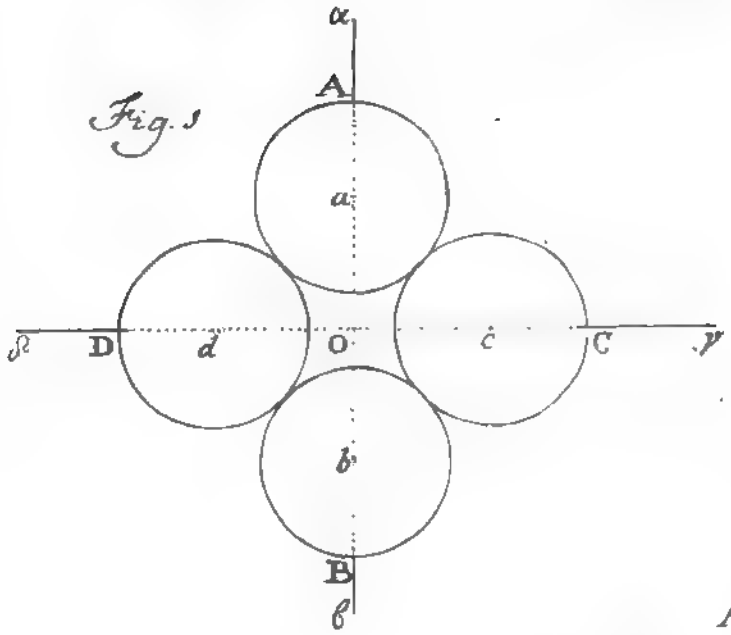
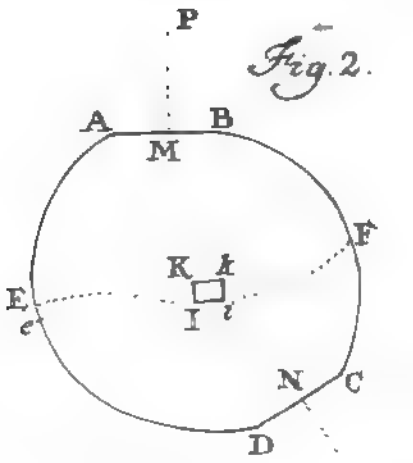


Fig. 2.



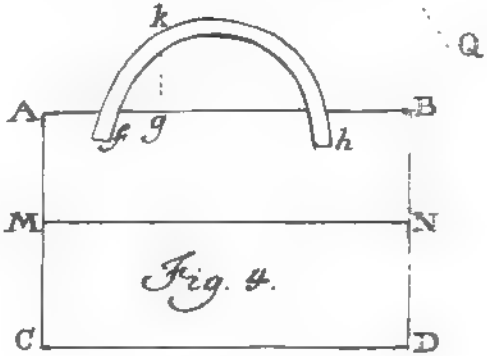
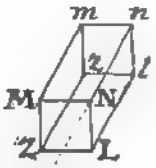


Fig. 4.



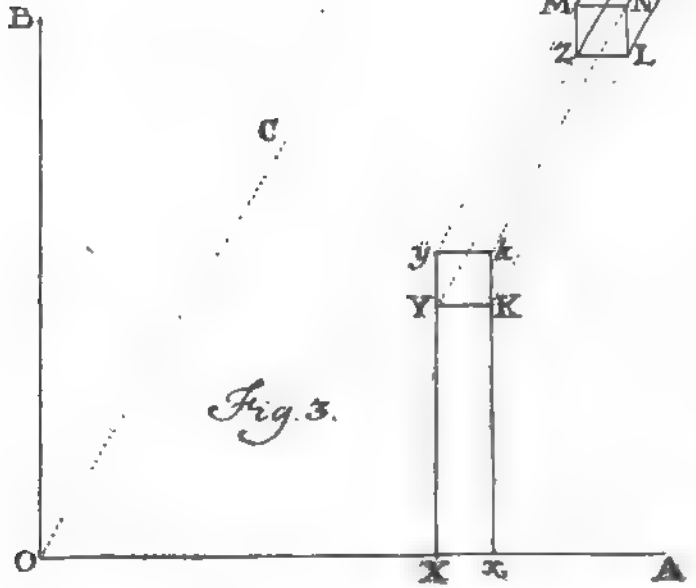


Fig. 3.

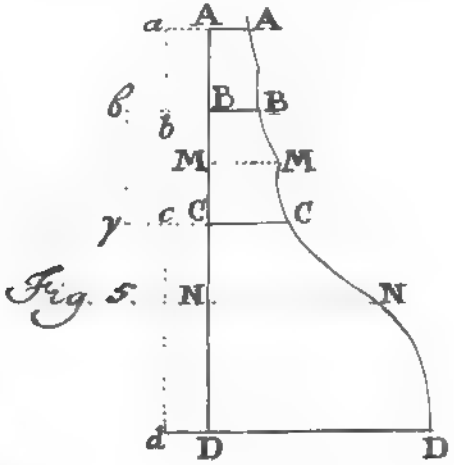


Fig. 5.

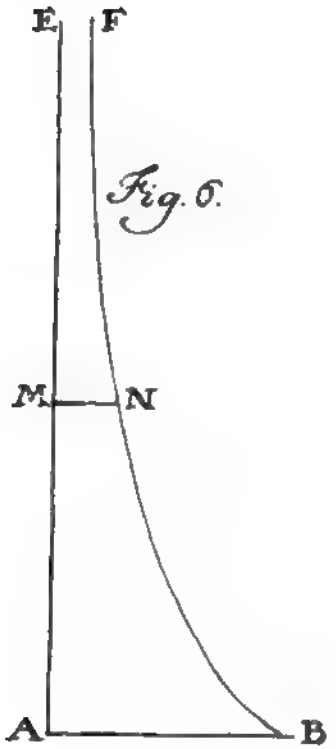


Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

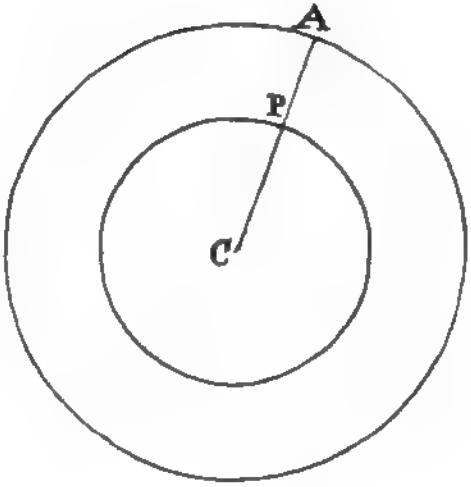
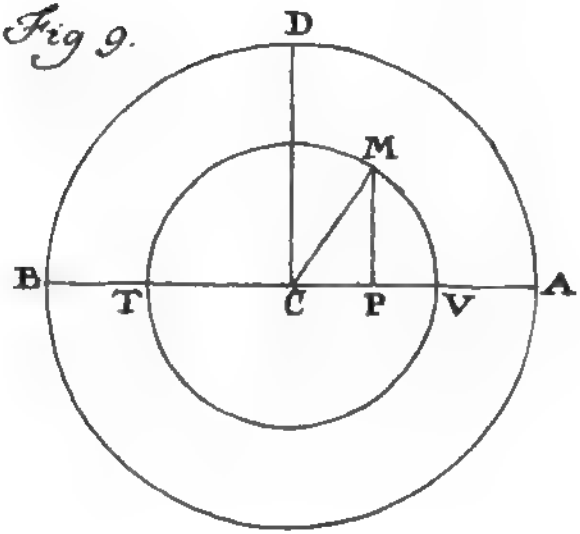


Fig 9.



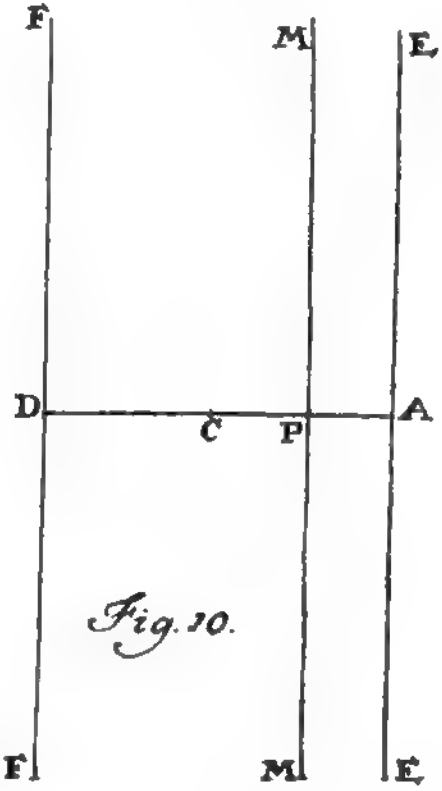


Fig. 10.

ad pag. 262

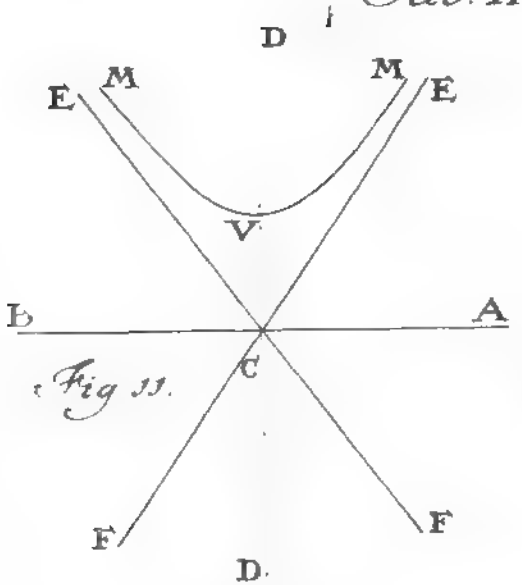


Fig 11.

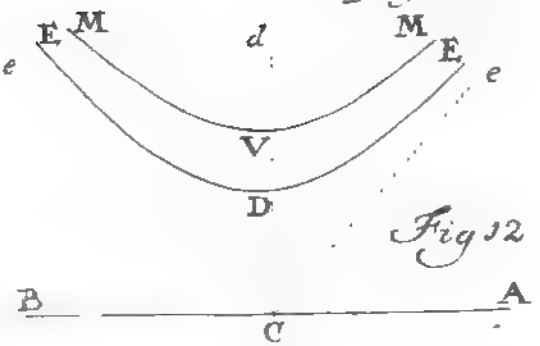


Fig 12

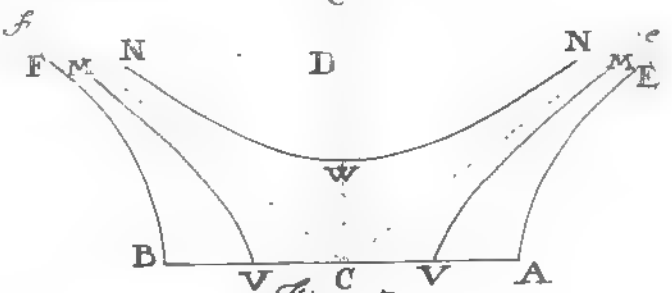
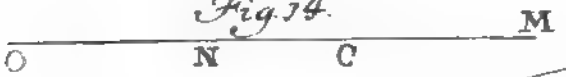


Fig 13

Fig 14.



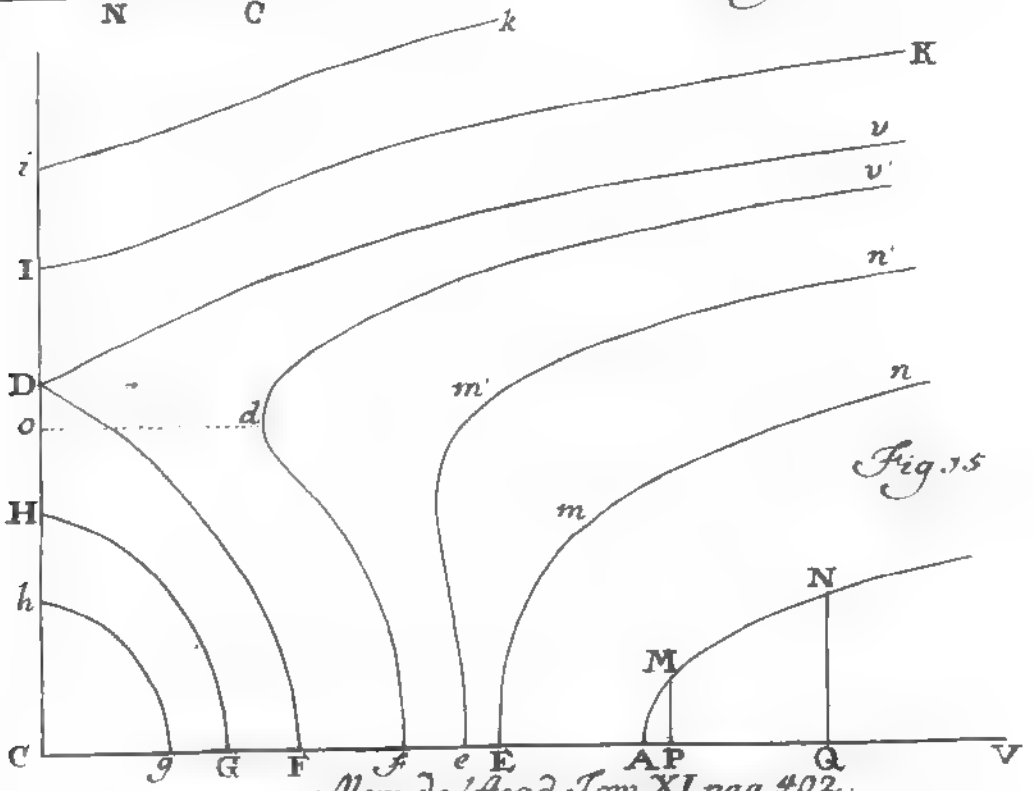


Fig 15

Tab IV ad pag. 276.

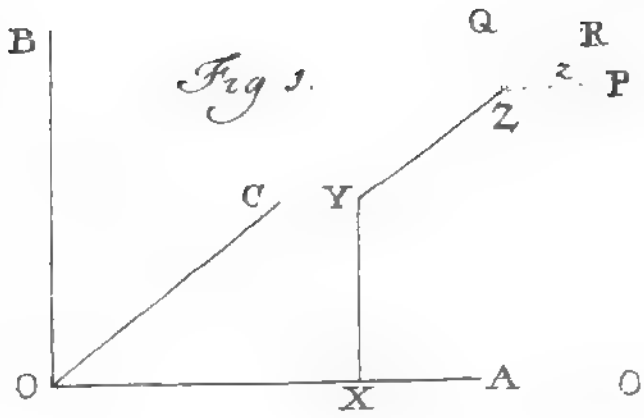


Fig 1.

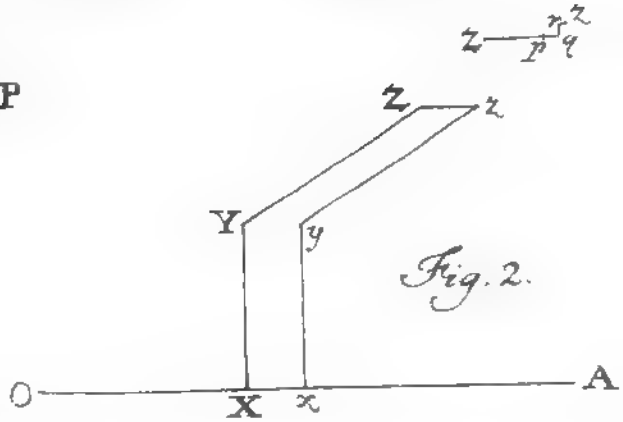


Fig. 2.

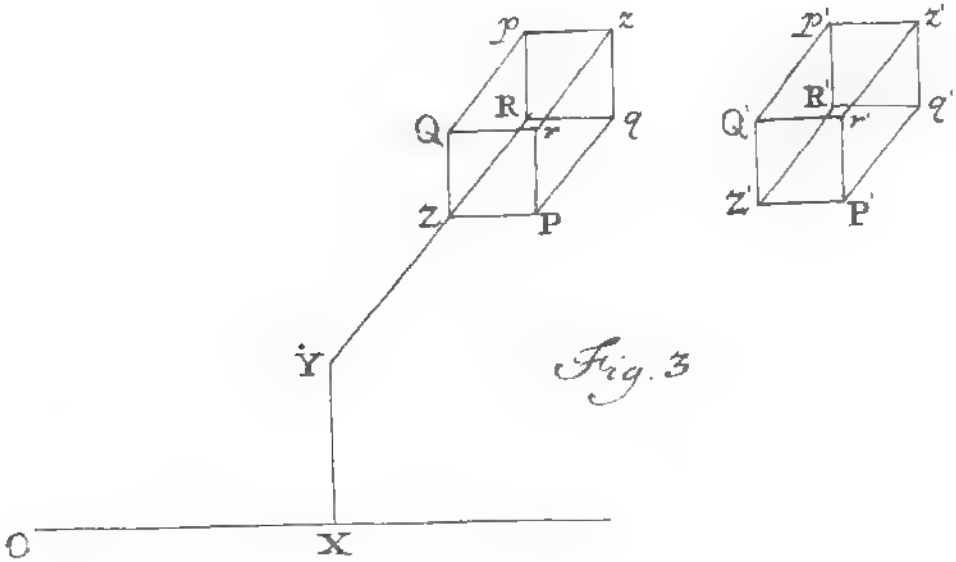


Fig. 3

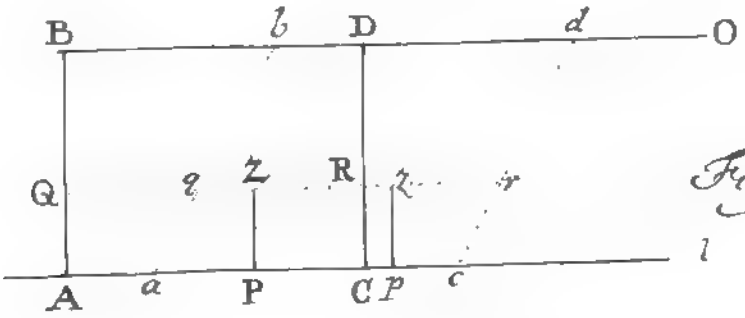


Fig. 4.

Mem. de l'Acad. Tom XI pag 402

Tab. V. ad pag. 316.

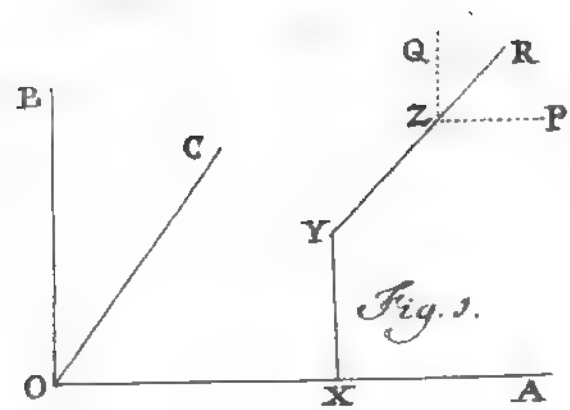


Fig. 1.

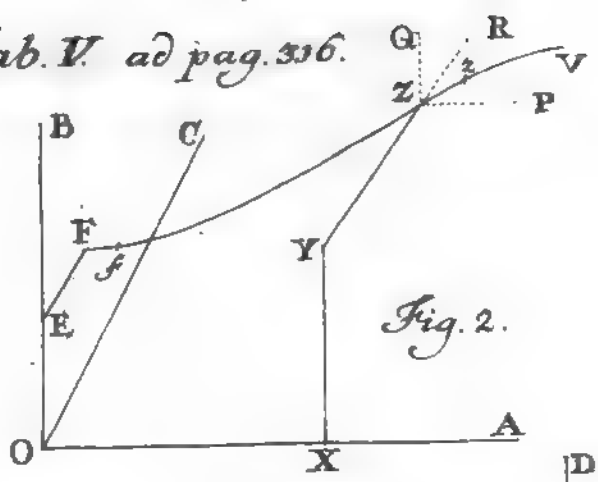


Fig. 2.

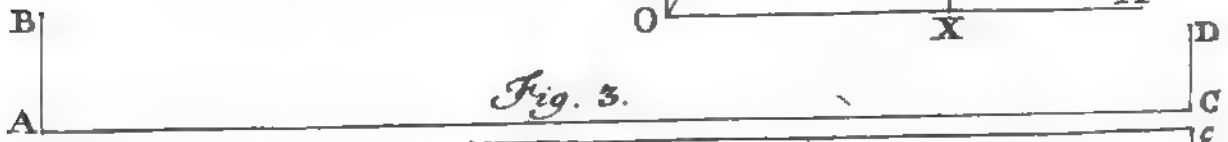


Fig. 3.

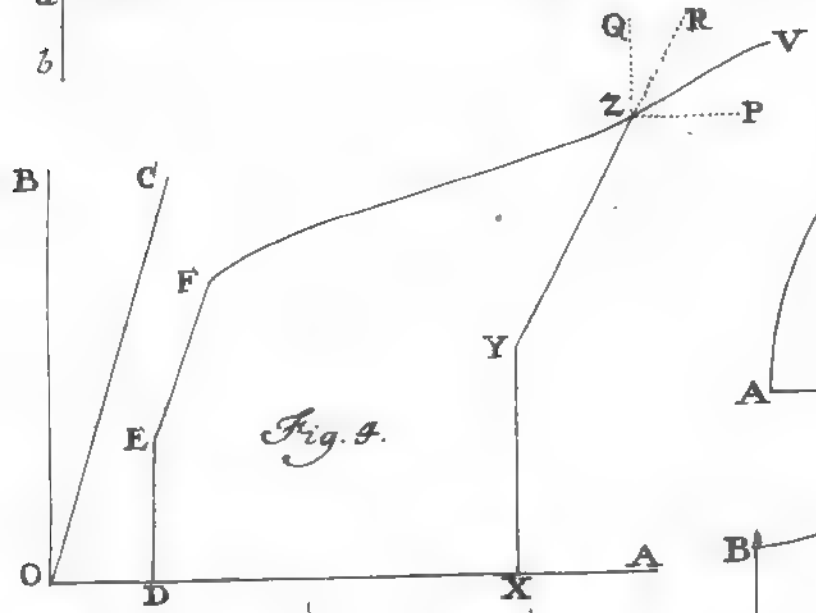


Fig. 4.

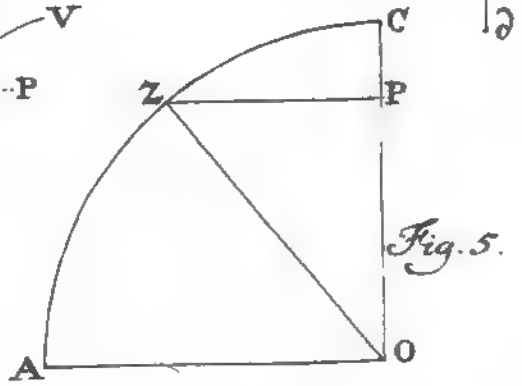


Fig. 5.

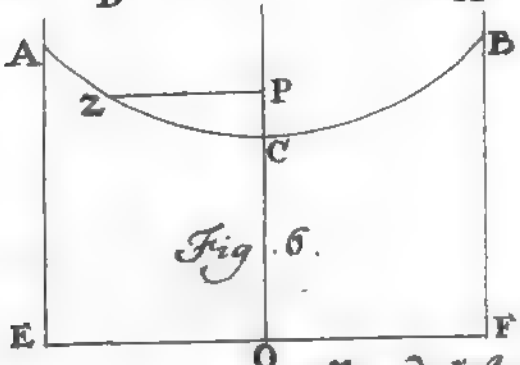


Fig. 6.

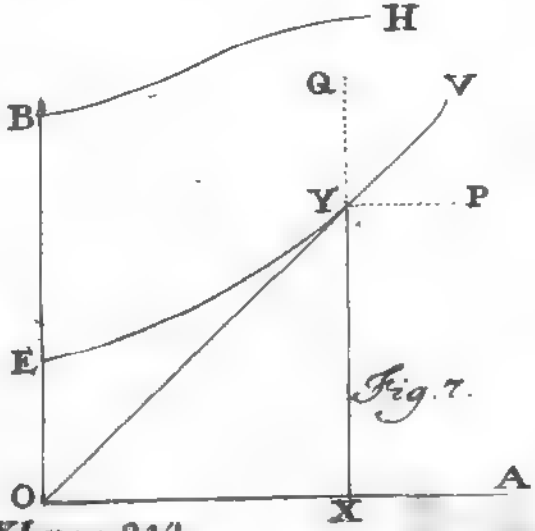


Fig. 7.

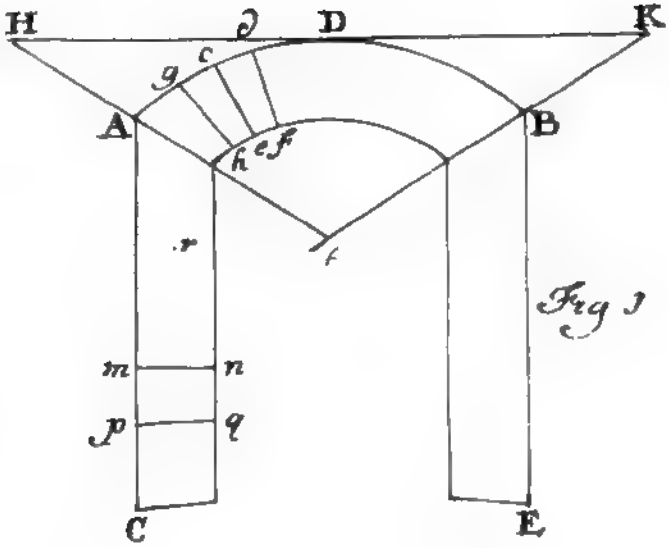


Fig 1

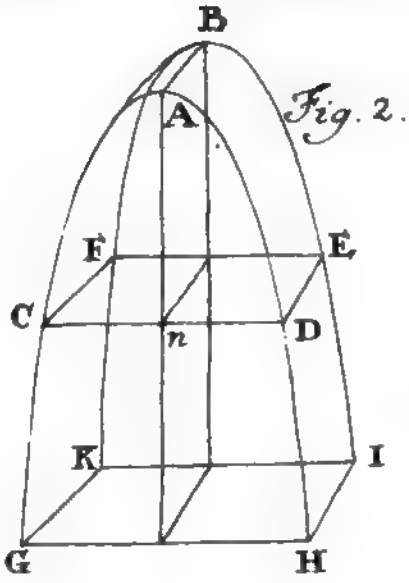


Fig. 2.

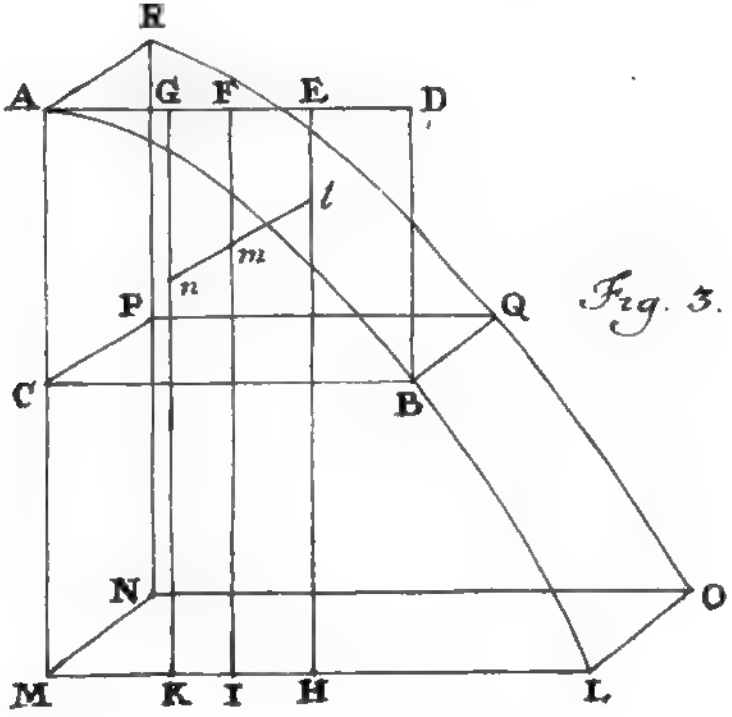


Fig. 3.

Mem de l'Acad. Tom. XI. pag. 234.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* * *

MÉMOIRE
SUR LES PREMIERS PRINCIPES DE LA MÉTAPHYSIQUE,
PAR M. BEGUELIN.

I.

Tandis que les autres parties de la Philoſophie ſe perfectionnent de jour en jour, il eſt étonnant que la Métaphyſique faſſe ſi peu de progrès, ou que du moins, ſi elle en fait, on ſoit ſi peu d'accord dans les jugemens qu'on en porte. Eſt-ce à la Métaphyſique elle-même, ou aux Philoſophes qui s'appliquent à cette Science, qu'il faut s'en prendre de l'incertitude des doutes éternels, qui nous ramenent après tant de ſiècles à diſputer encore ſur les premiers élémens ?

Une Science qui ſert de baſe à toutes les autres, qui leur prête les premiers principes, n'en-auroit elle point elle-même ? Ou ceux-ci ſeroient-ils tellement hors de la portée de l'eſprit humain qu'il ne pût les ſaiſir ; ou s'il les attrape, eſt-ce à travers des nuages ſi ſombres qu'il ne puiſſe jamais s'aſſurer de ne s'y être point trompé ?

II. Que l'Eſprit humain ſoit capable de ſentir l'évidence, & de s'y rendre, c'eſt dequoi les Mathématiques nous fourniſſent une preuve ſans replique ; mais auſſi on a déjà fait depuis longtems la remarque que les Mathématiques ont un avantage qui leur eſt unique ; c'eſt de créer les objets ſur leſquels elles s'exercent, & par conſéquent d'en connoitre intimément la nature. Si je m'aviſe de diſputer avec un Mathématicien ſur un de ſes théoremes, il commence par me donner des

définitions que je n'ai aucun droit de lui conteſter, puiſqu'il a la liberté d'imaginer des lignes, des angles, des figures, & qu'il n'exige point que je les adopte pour des êtres exiſtans hors de ſon imagination ; étant ainſi d'accord ſur ce point, il eſt aiſé au Mathématicien de me convaincre que ſon théoreme, non ſeulement n'eſt point en contradiction avec les définitions qu'il m'a fait recevoir, mais encore qu'il en découle ſi néceſſairement, que je ne ſaurois admettre celles-là ſans convenir de la vérité de celui-ci.

Mais que deux Métaphyſiciens diſputent enſemble ſur la liberté, la néceſſité, la contingence, l'ordre, la perfection, le tems, l'eſpace, il ſe trouvera ordinairement que l'un rejette la définition de l'autre ſur ce qui fait l'objet de leur controverſe ; & le moyen de s'accorder dans les concluſions, quand on n'eſt pas d'accord ſur l'idée qui doit être attachée au ſujet, dont on traite ?

Que la queſtion ſoit p. e. de décider, s'il y a un eſpace au delà des bornes de l'immenſe Univers? Nos deux Métaphyſiciens s'accorderont ſur un point ; c'eſt qu'au delà de cette immenſité il n'exiſte point de corps, mais l'un ſoutiendra qu'il y a de l'eſpace, l'autre ſoutiendra le contraire. S'ils ſont d'accord ſur le premier point, c'eſt que tous deux ſentent la contradiction qu'il y auroit à placer une partie de l'Univers hors des limites de cet Univers ; & s'ils ſont oppoſés ſur l'autre, c'eſt que l'un entend par l'eſpace un être réel, tandis que l'autre n'entend par ce mot que la maniere dont les corps coëxiſtent. Chacun d'eux raiſonne très conſéquemment à ſa définition ; mais cette définition n'eſt pas arbitraire, il ne leur eſt pas libre de l'imaginer à leur gré, parce que l'eſpace exiſte indépendammant des idées diverſes qu'ils s'en forment ; ainſi, pour qu'ils s'accordaſſent ſur cette idée, il faudroit qu'ils admiſſent de concert quelques principes propres à la fixer. Si p. e. l'un pouvoit prouver qu'il réſulte une contradiction de l'idée que l'autre attache à l'eſpace, il convaincroit celui-ci de la fauſſeté de ſa définition, puiſque tous deux reconnoiſſent que ce qui implique contradiction ne ſauroit exiſter ; par la même raiſon, ſi tous deux admettent une ana-

logie

logie entre l'eſpace & le tems, & que l'un prouve que l'idée du tems n'emporte qu'une rélation, l'autre ſera obligé de convenir que l'eſpace n'eſt rien de réel non plus. Mais, s'ils ne conviennent d'aucun principe, ou que ceux ſur leſquels ils s'accordent ne ſuffiſent pas pour fixer l'idée de l'eſpace, je ne vois aucun moyen de porter l'un à recevoir la définition de l'autre, ni par conſéquent à adopter les conſéquences qui en réſultent.

III. Il n'eſt pas étonnant, après cela, que tandis qu'on n'eſt d'accord ſur presque aucun principe, ou que ceux ſur leſquels on s'accorde ſont inſuffiſants pour fixer l'idée des Etres métaphyſiques, chacun avec la même Logique ait ſa Métaphyſique particuliere, & qu'il arrive ſi rarement que ceux qui ne ſuivent pas en aveugles les ſyſtêmes en vogue, ſe rencontrent dans leurs déciſions; quoiqu'ils cherchent également, & de la meilleure foi du monde, à démêler la vérité.

Si la Métaphyſique entre les mains des vrais Philoſophes, eſt expoſée à tant de contradictions, que ſera-ce lorsque l'amour du vrai ſera place à l'amour de la ſingularité, & qu'on cherchera moins à s'éclairer ſoi-même qu'a éblouïr les autres? Quel beau champ que la Métaphyſique pour qui aime à éterniſer la diſpute, & qui, à la meſure d'eſprit néceſſaire à entrevoir les difficultés, ne joint pas la profondeur qu'exigeroit leur ſolution! C'eſt là ſans doute ce qui a le plus contribué à décréditer la Métaphyſique; où eſt le bon eſprit qui voulût s'engager dans une carriere ſi ténébreuſe, où il auroit à joûter ſans fin contre des champions d'autant plus infatigables, qu'on ne ſauroit juger de leur défaite, que par un aveu qu'ils ne ſe laiſſeront jamais extorquer?

IV. Je ne vois que deux moyens de terminer ces diſputes éternelles: l'un c'eſt que chacun ſe crée une Métaphyſique pour ſoi-même, la meilleure qu'il pourra, & qu'il renonce à la tentation de la faire recevoir aux autres; qu'elle lui ſerve de direction dans ſes propres méditations, mais qu'en communiquant celles-ci, il ne laiſſe pas entrevoir le fil qui l'y a conduit. Il eſt vrai que la Métaphyſique ne ſera alors aucun progrés, mais du moins ne ſera-t-elle pas mal traitée.

Le

Le ſecond moyen ſeroit de faire une revuë impartiale des Principes les plus généraux, & les plus connus, de cette Science ; de tâcher d'en fixer la juſte étendue, & d'en mettre la vérité dans tout ſon jour. Si ces Principes bien conſtatés ne menent pas à de grandes découvertes, du moins ſerviront-ils de points de réünion, auxquels les divers Syſtèmes devront néceſſairement aboutir ; tout Syſtème, tout énoncé, ſera faux, s'il eſt en contradiction avec ces Principes ; il ſera vray, s'il en découle par les régles d'une ſaine Logique ; il ſera enfin plus ou moins probable, ſuivant le plus ou le moins d'analogie qu'il paroitra avoir avec eux.

V. Si tous les Principes métaphyſiques étoient auſſi évidents que l'eſt le Principe de la Contradiction, leur examen ne ſeroit pas fort pénible. Il eſt ſi clair que ce qui eſt, eſt, & ne ſauroit n'être pas tandis qu'il eſt, que l'eſprit ſe révolte contre un plus long examen. Douter de la vérité de ce Principe, ce ſeroit non ſeulement doute de toutes les Mathématiques, ce ſeroit encore révoquer en douter qu'il pût y avoir quelque choſe de vrai : auſſi quiconque rejetteroit ce Principe, auroit grand tort de vouloir s'embaraſſer de Métaphyſique.

VI. Il n'en eſt pas de même du célébre Principe de *la Raiſon ſuffiſante* ; celui-ci, quelque plauſible qu'il paroiſſe d'abord, exige un examen très ſevère. La raiſon de cette différence n'eſt pas difficile à découvrir : le Principe de contradiction eſt à proprement parler un principe purement mathématique, je veux dire, qu'il ne ſuppoſe rien de réellement exiſtant hors de l'idée de celui qui l'énonce ; dire qu'une choſe ne ſauroit être & n'être pas en même tems, ce n'eſt pas affirmer qu'une choſe exiſte réellement, c'eſt ſeulement affirmer que l'idée d'une choſe conçue comme exiſtante, exclut l'idée de la non-exiſtence ſimultanée de cette choſe-là ; préciſément comme dire qu'une ligne n'a point de largeur, ce n'eſt pas affirmer qu'une ligne exiſte réellement, c'eſt ſeulement affirmer que l'idée d'une ligne exclut l'idée de l'étendue en largeur.

Mais

Mais, quand je dis que rien n'exiſte, que nul changement n'arrive, ſans qu'il y ait une raiſon ſuffiſante de cette exiſtence, ſans qu'il y ait une cauſe qui contienne le pourquoi de ce changement, je ne raiſonne plus ſur une ſimple exiſtence idéeale ; je ſuppoſe l'exiſtence réelle d'un être, ou d'un changement arrivé, & j'affirme d'après cette ſuppoſition l'éxiſtence réelle d'un cauſe capable de produire cet être, ou ce changement.

VII. On pourroit concevoir à la vérité ce Principe plus idéalement en l'énonçant ainſi : Si quelque choſe exiſte, cette choſe a une raiſon ſuffiſante de ſon exiſtence. Alors j'affirmerois ſimplement que l'idée de l'exiſtence d'un être renferme ou ſuppoſe l'idée d'un ſuffiſant pourquoi.

Mais, de quelque maniere qu'on l'enviſage, la différence entre l'évidence de ce principe & de celui de la contradiction eſt manifeſte : dans l'un il eſt inconteſtable par l'énoncé en lui-même, que l'idée de l'exiſtence, exclut l'idée d'une non-exiſtence ſimultanée, & je n'ai pas beſoin de ſavoir ce que renferme l'idée d'exiſtence, pour appercevoir l'incompatibilité qu'il y a entre exiſter, & en même tems n'exiſter pas ; mais dans l'autre on ne voit pas par le ſimple énoncé que l'idée de l'exiſtence renferme l'idée d'un ſuffiſant pourquoi : la vérité de cet énoncé dépend de la définition de *l'exiſtence*, & cette définition n'eſt pas arbitraire, puisquil s'agit, non d'un être idéal, mais d'une réalité. Il faut donc, pour que je puiſſe affirmer quelque choſe de *l'exiſtence*, que je ſache premièrement ce que c'eſt qu'exiſter.

Si je dis que *l'exiſtence* n'eſt autre choſe que la poſſibilité intrinſeque, actualiſée par le concours de toutes les conditions requiſes à l'actualité, & que je nomme les conditions requiſes à l'actualité, le ſuffiſant pourquoi, le principe ſera inconteſtable ; ce ſera un axiome qui découlera immédiatement de la définition de *l'exiſtence*.

Mais je n'aurai fait que de reculer la difficulté d'un pas. On m'attaquera ſur la définition, & on y trouvera une pétition de principe.

VIII. Un de mes Confréres, dans un Ouvrage deſtiné à prouver l'exiſtence du Hazard, a réfuté, ſelon moi très ſolidement, les prétendues démonſtrations qui ont paru jusqu'ici du Principe de la raiſon ſuffiſante: je crois qu'on peut encore aller plus loin, & qu'on peut démontrer que ce Principe n'eſt pas ſuſceptible d'un démonſtration proprement dite.

En effet démontrer une propoſition, c'eſt dire la raiſon pourquoi on affirme l'attribut du ſujet; ainſi entreprendre de démontrer, c'eſt ſuppoſer que, pour que l'attribut puiſſe être affirmé d'un ſujet, il faut qu'il y ait une raiſon ſuffiſante de leur liaiſon. Quiconque entreprend donc de démontrer le Principe de la raiſon ſuffiſante, ſuppoſe d'avance la vérité de ce Principe, & ne ſauroit éviter par conſéquent de commettre un cercle vicieux; car c'eſt comme s'il diſoit, accordez-moi que ſi A eſt B, il faut qu'il y ait une raiſon pourquoi B doit être affirmé de A, & je vous démontrerai, que nommant A, un être ou un changement quelconque, & B, l'exiſtence, il n'exiſte rien qui n'ait ſon ſuffiſant pourquoi.

IX. La difficulté ſeroit levée, ſi l'on pouvoit prouver que le Principe de la raiſon ſuffiſante découle néceſſairement de quelqu'autre Principe philoſophique inconteſtable.

Mais tous les Principes philoſophiques ſont néceſſairement ſubordonnés à celui-ci; car, puisque la Philoſophie eſt la ſcience des cauſes ou des raiſons de ce qui exiſte, & de ce qui arrive dans l'Univers, elle ſuppoſe déjà que ce qui exiſte, que les changements qui s'y font, ont leurs cauſes, & leurs raiſons ſuffiſantes: ainſi nous revenons au cercle que nous voulions éviter. (*) Un Philoſophe dont je reſpecte d'ailleurs infiniment les lumieres, n'a pas évité ce cercle en cherchant la preuve de notre Principe dans cet autre, ſavoir que les choſes ſont comme nos perceptions nous les répreſentent; mais je dois dire auſſi qu'il ne prétend pas démontrer le Principe de la raiſon ſuffiſante, & qu'il

(*) M. *Michaelis*, dans ſon Traité *von der Sünde* §. 18.

qu'il ſe contente de lui aſſigner le plus haut degré de certitude morale ; & en ce cas l'argument n'eſt plus vicieux.

X. Il ne reſte donc à chercher le fondement de notre Principe, que dans celui de la contradiction, ou dans les axiomes véritablement tels qui en découlent, & qui ſont tous indépendans de la Philoſophie, puiſqu'ils ne ſeroient pas moins vrais, quand même il n'y auroit, ni cauſes, ni effets, dans l'Univers. Mais, ſi le Principe de la raiſon ſuffiſante eſt une ſuite néceſſaire du Principe de la contradiction, ce ne ſera que ce même Principe déguiſé ſous d'autres termes, ou l'application de ce Principe à des cas particuliers; comme l'axiome, que le tout eſt plus grand que ſa partie, n'eſt que le Principe de la contradiction appliqué aux grandeurs, & revient à cette propoſition-ci: *plus* ne ſauroit être en même tems *moins*. Il faudroit donc que la propoſition oppoſée à notre Principe fut contradictoire, c. a. d. qu'on pût prouver que ſi une choſe pouvoit exiſter ſans raiſon, elle pourroit exiſter & n'exiſter pas en même tems. Or je ne vois rien, ni dans l'idée de l'exiſtence, ni dans celle du hazard, qui contienne cette aſſertion. Il eſt bien vrai qu'une choſe qui n'exiſtera que par hazard, pourra ceſſer d'exiſter dès l'inſtant ſuivant, renaitre le moment d'après, & ainſi à l'infini ; mais le hazard ne rendra pas néceſſaire l'exiſtence & la non-exiſtence ſimultanée: par conſéquent l'idée d'une exiſtence fortuite ne renferme point de contradiction manifeſte.

XI. Pour ôter toute équivoque, j'entends par *hazard* une exiſtence, ou un changement, qui n'a point de cauſe ; & par cauſe j'entends ce qui contient la raiſon ſuffiſante d'une exiſtence, ou d'un changement. Et comme dans chaque changement il exiſte quelque choſe de nouveau, on peut, pour abréger, réduire toutes les raiſons ſuffiſantes, & par conſéquent toutes les cauſes, à celles qui donnent l'exiſtence.

XII. De ce que, comme je viens de le dire, l'idée d'une exiſtence fortuite, ou arrivée par hazard, ne renferme point de contra-

diction manifeſte, je ne ſaurois conclure qu'elle ſoit poſſible, parce qu'une idée peut être contradictoire ſans que je m'en apperçoive.

Mais, à ſuppoſer qu'effectivement elle ne renferme nulle contradiction, il en réſultera que le hazard eſt poſſible : appellant *poſſible* tout ce qui n'eſt pas oppoſé au Principe de contradiction.

Maintenant, de ce que le hazard eſt poſſible, s'enſuivra-t-il qu'il exiſte réellement ? C'eſt ce qu'on ne ſauroit, ni nier, ni affirmer. Car l'axiome *a poſſe ad eſſe non valet conſequentia*, n'eſt qu'une ſuite du Principe de la raiſon ſuffiſante, qui veut que, pour qu'une choſe exiſte, non ſeulement elle n'implique pas contradiction, c. a. d. qu'elle ſoit poſſible, mais de plus que toutes les choſes requiſes à ſon exiſtence, c. a. d. ſa cauſe efficiente exiſte : au lieu que, ce Principe mis à part, l'exiſtence n'a beſoin que de la poſſibilité intrinſeque, d'où il ſuit que tout ce qui eſt poſſible abſolument parlant, & par conſéquent le hazard, dans notre ſuppoſition, peut également exiſter réellement ou n'exiſter pas; & ſi la probabilité n'étoit un terme vuide de ſens dans la ſuppoſition du hazard, on pourroit dire que, ſi le hazard eſt poſſible, il y a préciſément autant de probabilité qu'il exiſte réellement qu'il y en a qu'il n'exiſte pas. Il ſembleroit à la vérité que dans la ſuppoſition du hazard, la ſimple poſſibilité abſoluë étant tout ce qui eſt requis à l'exiſtence, tout ce qui eſt poſſible devroit exiſter par cela même qu'il eſt poſſible. Mais il faut faire attention que le ſyſtème du hazard n'admet point de raiſon, ni pour exiſter, ni pour ne pas exiſter ; qu'ainſi de ce que rien n'empêche qu'une choſe n'exiſte, il n'eſt pas plus certain dans ce ſyſtème qu'elle exiſtera, que qu'elle n'exiſtera pas. D'où il réſulte, qu'en ſuppoſant la poſſibilité du hazard dans l'exiſtence des choſes, il eſt encore également poſſible qu'elles ayent des cauſes, qu'il eſt poſſible qu'elles exiſtent fortuitement. Mais revenons à notre ſujet.

XIII. Si le Principe de la raiſon ſuffiſante étoit une ſuite néceſſaire du Principe de la contradiction, toutes les propoſitions fondées ſur le Principe de la raiſon ſuffiſante, ſeroient, ſemble-t-il, d'une néceſſité

ceſſité abſoluë, comme le ſont toutes les propoſitions de pure Mathématique. Celles-ci ſont d'une néceſſité abſoluë parce que la propoſition contraire eſt impoſſible. Une propoſition prouvée par le Principe de la raiſon ſuffiſante, ſeroit fondée dans notre ſuppoſition ſur le ſyllogisme ſuivant. Il eſt impoſſible qu'une choſe exiſte ſans raiſon ſuffiſante. Or A exiſteroit ſans raiſon ſuffiſante. Donc il eſt impoſſible que A exiſte. Ou ſur celui-ci: Il eſt impoſſible qu'une choſe exiſte ſans raiſon ſuffiſante. Or A exiſte. Donc il eſt impoſſible que la cauſe de A n'exiſte pas. Reſteroit à examiner ſi le troiſième ſyllogisme ſeroit concluant: le voici.

La cauſe de A exiſte avec toutes les déterminations requiſes à produire A; donc il eſt impoſſible que A n'exiſte pas. Cet enthymème ſuppoſeroit que, de ce qu'il eſt impoſſible qu'une choſe exiſte ſans raiſon ſuffiſante, il eſt néceſſaire que, la raiſon ſuffiſante exiſtant, la choſe exiſte. Or il me paroit que le raiſonnement eſt bien concluant. Car, par l'hypoth. il eſt impoſſible que rien ſoit ſans raiſon; or il ſeroit ſans raiſon que A n'exiſtât pas, dès que la raiſon de ſuffiſante ſon existence exiſte. Autrement on ne ſauroit la nommer raiſon ſuffiſante, puiſqu'il faudroit qu'il manquât encore quelque choſe.

Donc il eſt impoſſible que A n'exiſtât pas, dès que ſa raiſon ſuffiſante exiſteroit.

Suppoſons maintenant une ſuite de cauſes & d'effets reſpectifs, A, B, C, D, E, F; & F, exiſte, c'eſt un fait: donc il eſt impoſſible que E n'ait pas exiſté; on conclura de même qu'il eſt impoſſible que D, C, B, A, n'ayent exiſté. Si maintenant A a exiſté néceſſairement de toute éternité, B, C, D, E, F, ne ſauroient être, ce me ſemble, des êtres contingens, ſi par êtres contingens on entend ce qui auroit pû ne pas exiſter. A moins qu'on ne diſe que les déterminations de la cauſe A, qui contiennent la raiſon ſuffiſante de l'exiſtence de B, ne fuſſent contingentes. Mais ces déterminations, ou elles ont ſubſiſté de tout tems en A, & lui ſont eſſentielles, & par conſé-

quent auſſi néceſſaires que A lui-même ; ou, ſi elles n'ont pas toujours été en lui, elles ſuppoſent une cauſe M hors de A, qui les ait produit; d'où il réſultera, ou une infinité de cauſes premieres, indépendantes les unes des autres, ou il faudra s'arrêter enfin à une ſeule, dont toutes les déterminations quelconques, & par conſéquent tous les effets, ſeront d'une néceſſité abſoluë & géometrique.

XIV. Je ne crois pas devoir pouſſer plus loin les conſéquences qui réſultent de cette ſuppoſition. Il eſt évident, ce me ſemble, par ce que je viens de montrer, qu'on n'a le choix que de ces deux alternatives ; ou de dire que tout ce qui exiſte, tout ce qui arrive, exiſte & arrive par une néceſſité abſoluë, ou de dire qu'une choſe peut exister, qu'un changement peut arriver, ſans qu'il y ait de raiſon ſuffiſante de cette exiſtence, ou de ce changement. En un mot il faut opter entre le fatalisme le plus abſolu, & la poſſibilité du hazard.

Voilà donc, dès l'entrée de la Métaphyſique, deux routes oppoſées qui meneront à des concluſions bien différentes ; & je ne vois point de guide qui puiſſe décider infailliblement laquelle des deux eſt celle de la Vérité.

XV. Au défaut d'une déciſion infaillible, tenons-nous en à ce qui eſt le plus vraiſemblable. Nous avons déjà vû § X. que l'idée d'une exiſtence fortuite ne renferme point de contradiction manifeſte ; nous venons de voir, qu'à moins de ſuppoſer la poſſibilité d'une telle exiſtence, il n'y auroit, ni être, ni événement contingent, ce qui conduiroit à d'étranges conſéquences; ajoutons encore, qu'il ſeroit inconcevable que le Principe de la raiſon ſuffiſante fut une ſuite néceſſaire de celui de la contradiction, ſans qu'on pût en trouver la démonſtration, tandis que ce qui eſt une ſuite de ce dernier Principe ſe démontre avec tant d'évidence & de facilité: & nous pourrons conclure avec une très grande vraiſemblance, que ſi le Principe de la raiſon ſuffiſante eſt vray, il eſt du moins indépendant de celui de la contradiction, & que par conſéquent il eſt impoſſible de le démontrer *à priori*. §. X.

XVI.

XVI. Mais, dira-t-on, le Principe de la raiſon ſuffiſante a lieu, même dans les vérités néceſſaires, qui découlent du Principe de contradiction: les vérités mathématiques ſe démontrent; or démontrer, c'eſt montrer la raiſon pourquoi on affirme que telle propoſition eſt vraye: cette propoſition a donc ſon ſuffiſant pourquoi; d'ailleurs les vérités mathématiques ont une liaiſon entr'elles, cette liaiſon ſuppoſe que l'une eſt la raiſon ſuffiſante de l'autre; enfin, en mathématique on prouve qu'une grandeur eſt déterminée par l'autre: celle-ci contient donc la raiſon ſuffiſante de celle-là. C'eſt confondre, ce me ſemble, le Principe de contradiction avec celui de la raiſon ſuffiſante, que de vouloir appliquer ce dernier dans les vérités géometriques, qui réſultent néceſſairement de l'autre. Démontrer une vérité géometrique, c'eſt prouver qu'il impliqueroit contradiction qu'elle ne fût pas vraye. Pourquoi dis-je que les trois angles d'un triangle ſont égaux à deux droits? C'eſt parce que s'ils faiſoient plus ou moins de 90 degrés, ce ne ſeroit plus un triangle. Les trois angles d'un triangle ſont 180 degrés, parce que ce ſont les trois angles d'un triangle; & je ſai qu'ils ſont 180 degrés, parce que je vois évidemment qu'il n'eſt pas poſſible que leur ſomme ſoit, ni plus grande, ni plus petite.

Le pourquoi ne tombe pas ſur le théoreme, mais uniquement ſur mon aſſertion. Il ſeroit auſſi abſurde de demander, pourquoi les trois angles d'un triangles ſont égaux à deux droits, qu'il ſeroit ridicule de demander, pourquoi un triangle eſt un triangle? Il en eſt de même de toutes les autres vérités néceſſaires, elles n'ont d'autre *principium eſſendi*, pour m'exprimer en ſcholaſtique, que l'impoſſibilité de n'être pas; & l'on ne peut jamais demander pourquoi elles ſont, ſans ſuppoſer qu'il n'y avoit point d'abſurdité qu'elle ne fuſſent pas; c'eſt à dire, ſans faire une ſuppoſition abſurde.

Mais s'agit-il du *principium cognoſcendi* de ces vérités, je veux dire, de la maniere dont nous parvenons à les connoitre? Là le pourquoi eſt en ſa place: dès que j'affirme que les trois angles d'un triangle ſont

ſont égaux à deux droits, c'eſt comme ſi je diſois; je ſai que ces angles ſont une telle ſomme de degrés. Ainſi l'on eſt en droit de me demander pourquoi j'affirme ce théoreme, ou plutôt comment je ſai que ce théoreme eſt vray: or je le ſai parce que je ſai que des angles égaux à ces trois angles font 180; & je ſai cette derniere vérité, parce que je la vois manifeſtement contenuë dans l'idée de l'angle, & de ſa meſure. Le théoreme étoit vray, & néceſſairement vray, indépendamment de la route qu'il me faut tenir pour parvenir à le connoître; cette route n'eſt autre choſe que l'application ſucceſſive du Principe de contradiction à des cas particuliers, dont chacun me fournit une des propoſitions intermédiaires, qui me conduiſent par degré au théoreme cherché. L'échelle de ces propoſitions, & leur gradation, peut être repréſentée par cette formule générale :

L'idée de A renferme néceſſairement B.
L'idée de B renferme néceſſairement C.
L'idée de C renferme néceſſairement D.
L'idée de D renferme néceſſairement E.

Donc, l'idée de A renferme néceſſairement E, & la renfermoit immédiatement, quoique je ne m'en apperçoive qu'en dévelopant ſucceſſivement les idées de B, C, & D.

Il eſt évident que, dans cette démonſtration, il n'eſt point queſtion de raiſon ſuffiſante: il ſuffit que dans chaque propoſition l'idée de l'attribut réponde ſi évidement à celle du ſujet, qu'on ne puiſſe l'en ſéparer ſons tomber dans une contradiction manifeſte.

Il eſt évident auſſi qu'une intelligence moins bornée n'auroit pas beſoin de cette gradation pour découvrir que l'idée de A renferme néceſſairement E; elle verroit d'un ſeul coup d'œil dans l'idée de A, toutes ſes propriétés quelconques, & la définition de chaque figure lui dévoileroit à l'inſtant tout ce que nous n'en tirons que par une longue enchainure de raiſonnemens. Cette liaiſon des vérités qui nous conduit

duit de l'une à l'autre, s'évanouïroit, & toutes les vérités ſe préſentant à la fois à l'eſprit, l'illuſion qui fait croire qu'elles réſultent, & dépendent l'une de l'autre, parce que nous n'arrivons aux plus compliquées que par la connoiſſance des plus ſimples, ſe diſſiperoit parfaitement aux yeux de cette Intelligence. Elle ne ſeroit jamais tentée de s'imaginer, par exemple, que les trois angles d'un triangle ſont égaux à deux droits, parce que les angles alternes ſont d'une même grandeur, ni que ceux-ci ſont égaux, parce que les angles oppoſés le ſont; & ainſi de ſuite. Par conſéquent elle ne s'aviſeroit pas de chercher la raiſon ſuffiſante où la nature des choſes n'en comporte point.

L'Auteur que j'ai déjà cité, a réfuté, ſelon moi, très ſolidement dans le même Ouvrage, ceux qui penſent trouver la raiſon ſuffiſante dans les déterminations des figures géométriques. J'ai peine à concevoir que le célébre *Wolf*, à qui on ne ſauroit refuſer un degré très éminent de ſagacité & de pénétration, & qui avoit profondément médité ces matieres, ait crû que la grandeur de quelques quantités fut la raiſon ſuffiſante de la grandeur de quelques autres. Je ne ſaurois nier qu'il ne ſe ſoit ſervi d'exemples géométriques pour expliquer ſon idée du ſuffiſant pourquoi; mais je ſuis tenté de croire qu'il a moins voulu donner des exemples de cas où le Principe de la raiſon ſuffiſante eût réellement lieu, que des comparaiſons propres à faire comprendre le ſens de ce Principe, & qu'il a puiſé ſes comparaiſons dans la Géométrie à cauſe de la clarté & de la ſimplicité de cette Science.

Quoiqu'il en ſoit, il eſt hors de doute que les idées de grandeurs déterminantes, & de grandeurs déterminées, n'exiſtent que dans notre maniere de concevoir les choſes, qu'elles n'ont rien de vrai en elles-mêmes, & que ſi nous pouvions embraſſer l'objet entier à la fois, ces idées diſparoitroient. Nous ſommes obligés de décompoſer les objets, & de les examiner pièce a pièce, pour nous faire une idée diſtincte du tout; cela introduit des rapports imaginaires entre ces pièces, à l'aide desquels nous recompoſons enſuite l'objet total. Mais tout cet échaffaudage

dage lui eſt étranger, & s'anéantit dès que nous n'en avons plus beſoin. Un triangle fait une figure où tout eſt déterminé à la fois; ſi nous le décompoſons, un angle & les deux lignes qui l'interceptent, détermineront la troiſième ligne & ſes deux angles; réciproquement, cette ligne avec ſes deux angles, déterminera les deux autres lignes avec l'angle qu'elles forment. Si les déterminantes contenoient la raiſon ſuffiſante du déterminé, il faudroit admettre ici un cercle de cauſe & d'effet, puiſque le déterminé à ſon tour contiendroit la raiſon des déterminantes.

XVII. Après avoir prouvé, ſi je ne me trompe, bien clairement l'impoſſibilité de démontrer le principe de la raiſon ſuffiſante, il eſt tems d'examiner ſi ce Principe peut être établi ſur l'expérience. La choſe ſe réduit à cette queſtion:

L'expérience nous apprend-elle qu'il n'exiſte rien, qu'il n'arrive jamais aucun changement dans l'Univers, qui n'ait ſa raiſon ſuffiſante?

Je remarque d'abord que l'expérience ſeule, ſéparée de nos jugemens, ne nous apprend que des faits ſinguliers, ou individuels. Quand donc il ſeroit prouvé par l'expérience que chaque être que nous appercevons, chaque changement arrivé dans l'Univers dont nous avons connoiſſance, auroit eu ſa raiſon ſuffiſante, l'induction ſeroit encore trop incomplette, pour en conclure avec une évidence mathématique, que rien n'eſt comme il l'eſt ſans un ſuffiſant pourquoi. Enſuite, quand il ſeroit prouvé par l'expérience qu'il n'exiſte, qu'il n'arrive rien dans l'Univers, qui n'ait une raiſon quelconque, à quel caractère reconnoitrons-nous que cette raiſon eſt préciſément la raiſon ſuffiſante de l'exiſtence, ou du changement arrivé, & tellement ſuffiſante que toutes les fois quelle ſe trouvera, on verra naitre un pareil être, ou un pareil changement?

D'ailleurs, par rapport à tout ce qui eſt étranger à nous-mêmes, l'expérience n'eſt qu'une ſimple perception. Si de cette perception je conclus à l'exiſtence réelle de la choſe apperçue, cette exiſtence réelle

n'eſt

n'eſt pas un fait obſervé, ce n'eſt pas un fait avéré par une expérience immédiate, c'eſt une concluſion fondée ſur ce raiſonnement-ci:

J'ai la perception de A, *comme exiſtant hors de moi. Donc* A *exiſte réellement hors de moi.*

Ce raiſonnement ſuppoſe la mineure:

Je n'aurois pas la perception de A, *comme exiſtant hors de moi, ſi* A *n'exiſtoit pas réellement.*

Mais pourquoi n'aurois-je pas cette perception de A, ſi A n'exiſtoit pas réellement? C'eſt uniquement parce qu'alors il n'y auroit point de raiſon ſuffiſante de la perception que j'ai.

Il eſt donc manifeſte que l'exiſtence réelle des choſes hors de nous n'eſt conſtatée par l'expérience, qu'autant qu'on ſuppoſe d'avance la vérité du Principe de la raiſon ſuffiſante. Par conſéquent toute démonſtration de ce Principe *à poſteriori*, qui ſuppoſera l'exiſtence réelle des choſes hors de nous, ſera une pure pétition de principe.

Nous voilà donc réduits à chercher cette démonſtration dans nos ſeules perceptions; & alors la queſtion que j'ai propoſée, ſe change en celle-ci.

2°. *Nos perceptions nous apprennent-elles qu'il n'exiſte rien, qu'il n'arrive jamais aucun changement dans cet Univers idéal, qui n'ait ſa raiſon ſuffiſante.*

Mais que ſont-ce que les êtres & les changemens d'un Univers idéal, ſi ce n'eſt nos perceptions ſimultanées & ſucceſſives?

Ainſi la queſtion ſe transforme encore; je demande donc:

Nos perceptions nous apprennent-elles que nous n'avons aucune perception, ſoit ſimultanée, ſoit ſucceſſive, qui n'ait ſa raiſon ſuffiſante?

Or toutes nos perceptions ſont, ou ſimultanées, ou ſucceſſives, & une perception ne contient que la repréſentation des choſes. Je demande

donc: *Ce qui ne contient que la repréſentation des choſes, contient-il la repréſentation de la raiſon ſuffiſante des choſes?* Il faut néceſſairement répondre que non.

Que la perception totale dans un moment donné repréſente les objets A, B, C, D, E, &c. qu'à cette perception ſuccède immédiatement une autre qui contienne la repréſentation de A, E, G, H, I, que la ſuivante repréſente A, E, L, M, N, &c. voilà différens tableaux, dont chacun contient quelques figures communes, & quelques autres qui lui ſont particulières. S'il étoit déjà démontré que rien n'eſt comme il eſt ſans raiſon ſuffiſante, je chercherois aſſurément la raiſon du 3e. tableau dans le 2^d. & du 2^d. dans le premier. Mais ce ſont ces tableaux qui doivent me prouver, que le premier contient la raiſon du ſecond, & le ſecond celle du troiſième: or comment des tableaux muets me fourniroient-ils cette preuve? Comment pourrois-je y lire ce qu'ils ne repréſentent pas? Je n'y vois que divers objets, ou coëxiſtants, ou qui ſe ſuccedent, & rien de plus. Mais je n'y appercois, ni cauſe, ni effet, ni le paſſage de l'un à l'autre.

Il eſt vrai cependant qu'en comparant les divers tableaux que mes perceptions m'ont préſentés jusqu'ici, j'y apperçois un certain ordre, des retours qui paroiſſent réguliers; je remarque p. e. qu'à la perception B a conſtamment ſuccedé la perception G, & à celle-ci la perception L, que la perception A eſt conſtamment accompagnée de la perception E, &c. Mais que conclure de là? Regarderai-je cet ordre, ces rapports, ces retours conſtants, comme une preuve démonſtrative qu'il y a une raiſon ſuffiſante pourquoi B précéde toujours G, pourquoi G précéde toujours L, & pourquoi A accompagne toujours E? Oui aſſurément, s'il étoit déjà prouvé que rien n'eſt ſans raiſon ſuffiſante. Mais cela n'étant pas encore prouvé, ne feroit-ce pas là le même cercle que nous voulons éviter? Cela ne voudroit-il pas dire, que pour pouvoir prouver notre Principe *a poſteriori*, il faudroit qu'il fut déjà démontré antécedemment *a priori*.

D'ail-

D'ailleurs cette comparaiſon, où je crois apperçevoir l'idée de l'ordre, & des rapports, qu'eſt-elle elle-même, ſi ce n'eſt un de ces tableaux dont la propriété, comme nous venons de le dire, eſt de repréſenter uniquement les choſes, & nullement leur raiſon ſuffiſante.

Il y a plus. Qui m'aſſurera que ce que j'ai conſidéré jusqu'ici comme divers tableaux détachés qui ſe ſuccedoient, ne fait pas une ſeule & unique pièce? A' quelle marque infaillible puis-je reconnoitre que les perceptions qui ſemblent ſe ſucceder, n'exiſtent pas toutes à la fois? Et que deviendroit alors l'ordre, & la liaiſon que je ſuppoſois dans leur ſucceſſion? Toutes les parties de cette perception unique, ne ſeroient plus qu'une infinité de traits de pinceau, qui n'auroient d'autre liaiſon entr'eux, que d'être couchés ſur une même toile.

Quelque paradoxe que paroiſſe cette idée, on trouvera dans les *Réflexions Philoſophiques ſur l'origine des langues*, d'où je l'ai puiſée, ſa poſſibilité, ſa vraiſemblance même, démontrée avec cette profondeur de génie, & cette éloquente briéveté, qui en ont auſſitôt décelé l'illuſtre Auteur. Il ſuffira de rapporter ici le dernier paragraphe de ce petit Ouvrage, rempli d'idées également nouvelles, vaſtes, & ſublimes.

„ Enfin comment connois-je, (dit l'Auteur,) les perceptions „ paſſées, que par le ſouvenir, qui eſt une perception préſente? Tou„ tes les perceptions paſſées ſont-elles autre choſe que des parties „ de cette perception préſente? Dans le premier inſtant de mon „ exiſtence, ne pourrois-je pas avoir une perception compoſée de „ mille autres comme paſſées? Et n'aurois-je pas le même droit „ que j'ai, de prononcer ſur leur ſucceſſion?

En voilà aſſez je crois pour nous convaincre que la Principe de la raiſon ſuffiſante ne peut être démontré à la rigueur, ni *a priori*, ni par l'expérience.

Nous avons vû auſſi, qu'à parler exactement on ne ſauroit le mettre au rang des axiomes non plus, puisque tout axiome eſt fondé ſur le Principe de contradiction, ou ſur cette propoſition qui en découle, A eſt A; au lieu que le Principe de la raiſon ſuffiſante ne ſemble découler néceſſairement, ni de l'un, ni de l'autre. Reſte à voir s'il faut ranger ce Principe au rang des propoſitions vraiſemblables.

Mais qu'eſt-ce qu'une propoſition vraiſemblable? Quelle idée peut-on attacher à la probabilité, tant qu'il n'eſt pas décidé ſi les choſes arrivent par hazard, ou ſi elles ont une raiſon ſuffiſante? Une propoſition vraiſemblable eſt celle où l'on ne ſauroit démontrer que l'idée complette du ſujet contienne certainement celle de l'attribut, mais où l'on voit pourtant que, non ſeulement elle pourroit la contenir ſans contradiction, mais encore qu'il y a plus de raiſon de croire qu'elle la contient, qu'il n'y en a d'en douter. Mais, ſi la liaiſon du ſujet avec l'attribut peut exiſter fortuitement, on ne peut jamais dire qu'il y ait plus de raiſon de croire que cette liaiſon exiſte réellement que qu'elle n'exiſte pas; il eſt donc évident que l'idée de probabilité ſuppoſe déjà le Principe du ſuffiſant pourquoi, & que ce ſeroit ſe jouër des termes que de dire que ce Principe eſt vraiſemblable. Après tout ce que je viens de dire, on ſeroit tenté de ſoupçonner, que mon but eſt d'ébranler la vérité du Principe de la raiſon ſuffiſante: ce n'eſt nullement mon intention; je ſuis intimément perſuadé que rien n'eſt comme il eſt ſans raiſon ſuffiſante; je ſai, & je viens de le montrer, qu'on ne ſauroit faire un pas aſſeuré, ni dans la Philoſophie, ni dans la Métaphyſique, à moins de poſer ce Principe pour baſe de nos raiſonnements; les vérités les plus importantes & les plus reſpectables en dépendent, quoiqu'il ne ſuffiſe pas à nous les découvrir.

Mais j'ai voulu faire voir que la Métaphyſique n'eſt pas ſuſceptible d'une évidence mathématique; que ſi on veut la réduire en ſyſtème,

tème, ce ſyſtème ne ſauroit être démontré avec la rigueur géométrique; & que ſi nous ne voulons pas nous abuſer nous-mêmes, & perdre le tems en des diſputes interminables, nous ne devons donner à chaque Principe métaphyſique que le degré d'évidence qu'il a réellement, & ne pas nous flatter de le faire recçevoir aux autres, qu'autant qu'ils y trouveront la même clarté. Les Syſtèmes du Hazard, du Fataliſme, de l'Idéaliſme, de l'Egoiſme même, quelques révoltans qu'ils paroiſſent à ceux qui ne les adoptent pas, ſont à l'abri de toute réfutation démonſtrative, dès qu'ils ne choquent pas le Principe de la contradiction; & ce ſeroit perdre le tems inutilement, que d'entreprendre de les attaquer, ſi ceux qui les défendent n'ont la complaiſance de nous permettre des armes, dont à la rigueur nous n'avons pas le droit de nous ſervir contre eux.

SECOND MÉMOIRE
SUR LES PRINCIPES MÉTAPHYSIQUES,
PAR M. BEGUELIN.

J'ai montré dans le Mémoire précédent, que le Principe de la raiſon ſuffiſante n'eſt, à parler avec l'exactitude mathématique, démontrable ni en ſoi même, ni par l'expérience ; que ce n'eſt point un axiome qui puiſſe être reçu ſans démonſtration ; que ce n'eſt pas même une propoſition vraiſemblable. Tournons maintenant la médaille, & renonçant à cette Métaphyſique geométrique pour laquelle nous ne ſommes pas nés, mettons-nous tout d'un coup à notre aiſe ; poſons d'abord comme une hypotheſe que ce Principe eſt vrai, & voyons ſi ce qui en réſultera s'accorde avec l'expérience, & avec les vérités néceſſaires. C'eſt ſous cette face que *Leibnitz* l'avoit d'abord préſenté ; & ſes diſciples auroient bien fait de s'en tenir uniquement à cette méthode.

Il ſemble en effet que ce Principe ſoit né avec nous, tant nous ſommes accoutumés d'y revenir à chaque occaſion ; & ſi *Locke* n'avoit prouvé ſi clairement, qu'il n'y a point d'idées innées, on ſeroit tenté d'en chercher un exemple dans ce Principe. Dès la plus tendre enfance nous demandons le pourquoi des choſes, & ſuppoſons comme un Principe généralement reçu, que rien n'eſt, que rien n'arrive, ſans quelque raiſon ; on ſe paye alors ſouvent à la vérité de mauvaiſes raiſons, & à qui n'arrive-t-il pas de le faire dans un âge plus mûr ? Mais c'eſt toujours, parce qu'on croit ces raiſons bonnes, ou ſuffiſantes ; & jamais parce qu'on s'imagine qu'il n'importe point quel rapport une cauſe ait à ſon effet.

En raiſonnant donc d'après cette hypotheſe, il en doit réſulter que, ſi elle eſt vraye, les mêmes cauſes doivent conſtamment produire les mêmes

mêmes effets. Or c'eſt ce que toute la Phyſique & la Morale ſemblent confirmer; le même concours de circonſtances y eſt régulièrement ſuivi d'un même événement.

Il eſt vray que le plus ſouvent nous ne connoiſſons pas toutes ces circonſtances, ou que, lors même que nous les connoiſſons, nous ne ſommes pas en état de découvrir avec certitude ſi elles exiſtent actuellement, & qu'ainſi nous pouvons rarement prédire l'événement. Mais il y en a ordinairement quelques unes de ſi marquées, qu'il n'eſt guères poſſible de s'y tromper; & nous ſommes aſſurés que celles-là ont constamment exiſté, toutes les fois qu'un même événement arrive. Dans le cours ordinaire de la Nature, il eſt inouï p. e. qu'un enfant naiſſe ſans une copulation précédente; quoique cette copulation ne puiſſe pas être regardée comme la raiſon ſuffiſante de l'exiſtence de l'enfant, puiſqu'elle ne la produit pas toujours: & quand il ſeroit poſſible qu'un habile Phyſicien découvrit à force d'expériences reïtérées toutes les cauſes qui doivent encore concourir à cette production, il n'en ſeroit pas plus en état de prédire qu'un enfant naitra, puiſqu'il ne ſauroit vérifier l'exiſtence actuelle de toutes les circonſtances requiſes.

De même en Morale, il eſt inouï que quelcun ſe ſoit déterminé à commettre une action, ſi ce n'eſt en vuë d'un bien; la repréſentation diſtincte, ou confuſe, d'un bien vrai, ou apparent, contient donc, ou la raiſon ſuffiſante, ou la raiſon partiale, de l'action: & toutes les fois qu'une action ſera produite par un agent intelligent, je ſerai fondé à conclure qu'il ſe repréſentoit cette action comme un bien. Mais de ce que je ferai naitre dans l'eſprit de cet agent la repréſentation d'un bien attachée à une action, je ne ſaurois encore prédire qu'il la commettra, parce que je ne ſaurois m'aſſurer qu'il enviſage préciſément la choſe du même côté que moi.

L'expérience ne nous permet donc guères de chercher les effets dans les cauſes, mais elle nous indique presque les cauſes dans les

effets; & cela ſuffit pour donner un très haut degré de probabilité à l'hypotheſe du ſuffiſant pourquoi. Cette probabilité eſt fondée ſur le raiſonnement ſuivant :

Si rien n'eſt comme il l'eſt ſans raiſon ſuffiſante, les choſes ſemblables parviendront toujours à l'exiſtence d'une ſeule & même maniere ; ſi au contraire tout eſt comme il eſt ſans raiſon ſuffiſante, les choſes ſemblables pourront parvenir à l'exiſtence de toutes les manieres imaginables. Or l'expérience prouve que le premier arrive conſtamment, & l'on n'a point d'exemple bien avéré du contraire; donc il y a autant de degrés de probabilité pour l'hypotheſe du ſuffiſant pourquoi, qu'il y a de cas où cette hypotheſe auroit pû être démentie par l'expérience, & ne l'a pas été.

Comme l'expérience ne nous montre point le paſſage de la non-exiſtence à l'exiſtence, nous ne pouvons entendre par la maniere de parvenir à l'exiſtence, que l'aſſemblage des circonſtances qui précédent & accompagnent l'exiſtence d'une choſe. C'eſt un fait, par exemple, que lorsque la lumiere du jour commence à paroitre, le Soleil eſt à 18^{d}. environ au deſſous de l'horizon; l'exiſtence de la lumiere eſt conſtamment accompagnée de cette circonſtance: or ſi l'aurore naiſſante étoit abſolument indépendante de cette poſition du Soleil, comme elle l'eſt de mille autres circonſtances, qui tantôt l'accompagnent, & tantôt ne l'accompagnent point, n'auroit-il pas pû arriver mille & mille fois, qu'elle eût commencé à paroitre lorsque le Soleil auroit été dans tout autre degré de ſon cercle diurne?

Par le même raiſonnement on conclura que ce n'eſt pas fortuitement que le Mercure ſe ſoutient dans un tuyau vuide à une certaine hauteur déterminée, & qu'au contraire la raiſon de ce phénomene doit être cherchée dans la peſanteur de l'atmoſphère.

En parcourant de cette maniere tous les faits que la Nature nous offre, tant dans le phyſique que dans le moral, on trouvera, ſinon un nom-

nombre infini, du moins un nombre prodigieux, de cas, qui tous s'accordent avec le Principe de la raiſon ſuffiſante, & on n'en trouve aucun qui le démente ouvertement.

Mais, dira-t-on, la Nature nous offre auſſi un nombre prodigieux de faits dont les Philoſophes ne peuvent point donner de bonnes raiſons; elle nous préſente même de ces faits qui ſemblent renverſer les explications les plus ſatisfaiſantes, & les mieux conſtatées. Par combien d'expériences ne s'eſt-on pas convaincu que c'eſt le poids de l'atmoſphère, qui ſoutient le Mercure, à 28 ou 30 pouces au plus, & qui fait monter la liqueur dans les ſiphons? Cependant le Mercure s'eſt ſoutenu à 70 pouces dans un barometre de *Huygens;* l'eau continue de monter dans les ſiphons, quoique la pompe ait enlevé le poids de l'atmoſphère. Et que ſert-il d'avoir trouvé dans la génération la raiſon ſuffiſante de la production des animaux, s'il s'en trouve qui ſe multiplient par boutures, par ſections, & s'il y en a qui ſoient même produits par le ſimple détrempement de la farine, comme d'habiles Obſervateurs le prétendent?

En convenant de la vérité de preſque tous ces faits, je n'y trouve rien qui renverſe l'hypotheſe de la raiſon ſuffiſante; de ce que la Phyſique nous offre mille phénomenes dont nous ne ſommes pas en état de donner une explication ſatisfaiſante, il ne ſuit pas que ces phénomenes exiſtent ſans raiſon. Ce ſeroit trop préſumer des lumieres de l'homme, que de conclure que, puiſqu'il n'y a rien qui n'ait une raiſon d'où l'on pourroit comprendre le pourquoi & le comment de ſon exiſtence, nous ſommes auſſi toujours en état de découvrir cette raiſon: l'objection tombe non ſur le Principe lui-même, mais ſur l'application trop ſouvent hazardée que l'on en fait. Nous verrons dans un autre Mémoire, quel eſt le légitime uſage de ce Principe; ici il ne s'agit encore que d'établir ſa vérité.

J'ai dit que cette vérité étoit fondée ſur ce que l'expérience s'accorde en mille occaſions avec ce Principe, & ne fournit aucun cas qui

le renverſe. L'expérience nous apprend tous les jours que les explications qui ſembloient les plus ſatisfaiſantes, ne le ſont pas, que nous nous trompons en mille & mille rencontres dans l'aſſignation des cauſes, ou des raiſons ſuffiſantes ; mais elle ne fournit aucun cas où l'on ſoit en droit de dire, qu'une choſe eſt telle qu'elle eſt ſans aucune raiſon. Si un partiſan du hazard objectoit que ce que l'expérience n'a point démenti jusqu'aujourd'hui, elle peut le démentir demain ; je lui répondrois que ſon objection auroit quelque force contre ceux qui voudroient démontrer à la rigueur le Principe *à poſteriori*, mais qu'elle n'en a point dès qu'il n'eſt queſtion que de ſa probabilité ; puiſqu'il eſt infiniment probable, que ce qui n'a exiſté jusqu'ici que d'une maniere uniforme, n'exiſtera jamais que de cette maniere-là.

J'ai ſuppoſé que, dès que le principe ne ſeroit pas vrai, les choſes ſemblables pourroient parvenir à l'exiſtence de toutes les manieres quelconques intrinſéquement poſſibles c. a. d. ſous toutes les circonſtances imaginables, dont le concours n'impliqueroit pas une contradiction abſolue. Mais, ſi l'on me ſoutenoit que chaque choſe n'a qu'une ſeule maniere poſſible de parvenir à l'exiſtence, & qu'ainſi il n'eſt pas étonnant qu'elle n'y parvienne que de cette maniere-là, alors ſans doute mon argument perdroit toute ſa force, & il ne ſeroit plus queſtion de degré de vraiſemblance ; car, dès qu'il ſeroit abſolument impoſſible qu'une choſe exiſtât ſous d'autres circonſtances que ſous celles où nous la voyons exiſter, je ne ſaurois plus dire, que ſi elle n'avoit point eu de raiſon ſuffiſante de ſon exiſtence, elle auroit pû parvenir à l'exiſtence de mille autres manieres.

Mais cette objection ne ſauroit être propoſée que par un defenſeur du fataliſme & d'une néceſſité abſoluë ; & nullement par un partiſan du hazard. Or il ne s'agit d'établir le Principe de la raiſon ſuffiſante que contre ce dernier. Le fataliſme ſuppoſe un enchainement de cauſes & d'effets ; & bien loin de rejetter le Principe de la raiſon ſuffiſante, il lui attribue une néceſſité auſſi abſolue qu'au Principe de la contra-

tradiction. Il eſt queſtion avec un Stratonicien, non d'examiner ſi les choſes ont un ſuffiſant pourquoi, mais ſi ce ſuffiſant pourquoi qu'il adopte, emporte avec ſoi une néceſſité géometrique, ou non. Un ſectateur d'Epicure au contraire ne ſauroit nier, que dans ſon ſyſtème les choſes ne puiſſent exiſter indifféremment de mille manieres différentes, c. a. d. que leur exiſtence ne puiſſe être accompagnée & précédée au hazard, tantôt de telles circonſtances, tantôt de telles autres à l'infini; car, pour le nier, il faudroit qu'il prouvât qu'il implique contradiction que l'exiſtence de A ne fut pas accompagnée de la circonſtance C: mais, puisque A dans ſon ſyſtème n'a beſoin du concours d'aucune cauſe pour exiſter, comment ſon exiſtence ſeroit-elle indiſſolublement liée à celle de C?

Je ne crois pas qu'un partiſan du hazard puiſſe éluder autrement la force de l'argument, qu'en diſant qu'à ſuppoſer que les choſes ſemblables exiſtent toujours d'une maniere uniforme, ou ſous les mêmes circonſtances, cette uniformité peut encore auſſi bien être un effet du hazard, que d'une cauſe qui contienne la raiſon ſuffiſante de leur exiſtence.

Je ne ſaurois nier qu'effectivement, entre les manieres diverſifiées à l'infini, ou les circonſtances ſous leſquelles une choſe peut exiſter dans le ſyſtème du hazard, ne ſoit auſſi compriſe la maniere dont elle doit exiſter, s'il y a une raiſon ſuffiſante de ſon exiſtence; & c'eſt là ce qui empêche de donner le Principe de la raiſon ſuffiſante comme parfaitement vérifié par l'expérience. Car ſi je pouvois faire ce raiſonnement-ci:

Si les choſes exiſtent ſans raiſon ſuffiſante, elles pourront exiſter ſous les circonſtances quelconques B, ou C, ou D, ou E... à l'infini.

Si au contraire elles ont une raiſon ſuffiſante de leur exiſtence, chaque claſſe des choſes ſemblables n'exiſtera que de la maniere, ou ſous la circonſtance A.

Or l'expérience prouve que les choſes ſemblables exiſtent ſous la circonſtance A.

Et cette circonſtance A n'eſt contenue dans aucun des termes de la ſérie B, C, D, E, &c. qui renferme tous les cas poſſibles dans le ſyſtème du hazard.

Si, dis-je, je pouvois affirmer également toutes ces prémiſſes, alors la concluſion ſeroit indubitable, que les choſes ont une raiſon ſuffiſante de leur exiſtence, & que rien n'eſt par hazard.

Mais, puisque la derniere prémiſſe eſt fauſſe; puisque je ne ſaurois nier que la circonſtance A ne ſoit la même, que la circonſtance X, de la ſérie B, C, D, E, ... tout ce que je puis conclure, c'eſt qu'il y a autant de degrés de probabilité qu'un Etre individuel n'exiſte pas ſans raiſon, qu'il y a de termes dans la ſérie B, C, D, E, &c. comparés au nombre unique A, de ſorte que, ſi le nombre des termes de cette ſérie eſt infini, il y a auroit l'infinité à parier contre un que cet être a une raiſon ſuffiſante de ſon exiſtence. Or, plus le nombre d'Etres individuels, ou d'événemens dans l'Univers, ſur l'exiſtence desquels on pourra faire le même pari, ſera grand, plus la probabilité de l'hypotheſe d'un ſuffiſant pourquoi ſe confirmera; de ſorte qu'on pourra hardiment lui aſſigner le plus haut degré de certitude après celle des vérités géométriques.

Pour mettre la choſe dans ſon plus grand jour, prenons l'exemple des taches ſolaires. Ce n'eſt que depuis 1611. qu'on les obſerve. On y a remarqué dès le commencement une révolution périodique autour du Soleil, d'Orient en Occident, qui s'achève aſſez regulièrement en 28 jours; d'où l'on a conclu que le Soleil lui même tournoit en ce ſens ſur ſon axe à peu près en autant de tems. Si l'on n'avoit eu occaſion d'appercevoir qu'une ſeule révolution de ces taches, il eſt évident qu'on n'en auroit rien pû conclure pour le mouvement du Soleil même; ce n'eſt que le nombre & l'uniformité de ces révolutions, qui nous permettent d'en tirer un argument très probable pour la rotation du Soleil autour de ſon axe. Cependant le nombre des révolutions qu'on a pû obſerver depuis 1611. ne va pas au delà de 1912. à ſuppoſer

poſer même que pendant ces 144 années, le Soleil n'ait jamais été ſans taches, & qu'on les ait toutes obſervées. Poſons qu'on en ait pû obſerver dix à la fois ſur le disque du Soleil, cela ne donneroit encore au plus que 20 mille obſervations ; & il s'en faut de beaucoup qu'on les ait. Ces obſervations d'ailleurs ne ſont pas exactement uniformes ; le mouvement propre des taches pouvant accélérer, ou retarder, leur révolution apparente. Mais ſans être trop difficile à cet égard, il eſt certain du moins, que quand même le mouvement apparent de ces taches ſeroit abſolument fortuit, il n'auroit pû avoir juſqu'à préſent que 20 mille variations obſervables. Cependant les Aſtronomes n'ont pas attendu qu'ils euſſent un pareil nombre d'obſervations uniformes, pour affirmer que le Soleil tourne ſur ſon axe en 27 jours & demi, ou environ ; & l'on regarderoit comme une grande abſurdité d'en douter un moment.

En effet cette abſurdité eſt fondée ſur l'immenſe degré de probabilité qu'il y a, que ces taches ne paroitroient pas tourner tant de fois de ſuite du même côté, s'il y avoit parité de raiſon qu'elles ſe mûſſent vers le côté oppoſé. Car, à ne ſuppoſer que deux directions également poſſibles, il y auroit, ſuivant les régles de la probabilité, un nombre de 6021 figures, dont les cinq premières ſont 39810. à parier contre l'unité, qu'en vingt mille coups les taches ne ſe mouvront pas toujours vers le bord occidental. Que ſi l'on ſuppoſe qu'elles puiſſent également ſe mouvoir vers les quatre plages cardinales, ce nombre déjà ſi énorme deviendra de 12043 chiffres ; & ces chiffres doubleront dans la même proportion, à meſure qu'on doublera le nombre des plages vers leſquelles peut concevoir que les taches ſolaires pourroient indifféremment diriger leur mouvement.

Si donc vingt mille, ou pour parler plus vrai, ſi une centaine d'obſervations conſonantes, ont ſuffi pour prononcer que la révolution des taches ſolaires n'étoit, ni l'effet du hazard, ni celui de quelqu'autre cauſe quelconque, mais uniquement du mouvement du Soleil même

me

me ſur ſon axe ; combien ne ſeroit-il pas abſurde de révoquer en doute le Principe de la raiſon ſuffiſante, dont un nombre ſi prodigieux de cas, répétés depuis ſi longtems, concourent à confirmer l'hypotheſe ; & lui donnent une probabilité ſi immenſe, que ſi elle n'eſt pas infinie, on peut au moins prouver que la vie de pluſieurs milliers d'hommes ne ſuffiroit pas à écrire les chiffres du nombre qui en exprimeroit le degré, ſi ce degré pouvoit être ſoumis au calcul ?

Mais le Principe de la raiſon ſuffiſante eſt-il univerſel ? S'étend-il à tout, & ne ſouffre-t-il abſolument aucune exception ? C'eſt là proprement le grand point à décider, & ſans la déciſion duquel le Principe ne ſauroit être d'un grand uſage. En effet, à moins que nous ne ſoyons aſſurés de ſon univerſalité, ou que, s'il eſt limité, nous ne ſachions préciſément ce qui conſtitue ſes limites, nous ne pourrons jamais affirmer à coup ſûr d'une choſe, qu'elle a ſon ſuffiſant pourquoi, à moins que nous ne connoiſſions d'ailleurs ſa cauſe ; & en ce cas là nous n'avons plus beſoin du Principe général pour y remonter.

En réfléchiſſant ſur la maniere dont nous ſommes parvenus à nous aſſurer de la vérité de ce Principe, nous remarquons que l'Univers matériel & intellectuel fournit un nombre prodigieux de cas qui confirment ce Principe ; que ce même Univers offre auſſi un très grand nombre de cas qui ne décident, ni le pour, ni le contre ; & qu'enfin, il n'en préſente aucun dont on puiſſe affirmer qu'il répugne à ce Principe. Il eſt évident qu'une vérité dont nous ne ſommes aſſurés que par une incomplette induction de cas particuliers, quelque nombreux qu'ils ſoient, ne ſauroit être conſidérée à la rigueur comme une vérité univerſelle, ni appliquée qu'avec plus, ou moins, de vraiſemblance aux cas qui ne ſont pas renfermés dans l'induction.

Mais il eſt certain auſſi qu'une induction, quoique fort incomplette, quand d'ailleurs rien ne tend à l'affoiblir, ſuffit pour nous faire recevoir une propoſition dans toute ſon univerſalité. Je ne penſe pas qu'on ait diſſéqué beaucoup d'Eléphans ; je ne crois pas non plus

que

que le plus habile Anatomiſte puiſſe démontrer la néceſſité de la ratte dans les quadrupèdes, cependant je crois qu'on ſe moqueroit de celui qui ne recevroit pas comme une propoſition univerſelle, que tous les Eléphans ont une ratte.

Il eſt donc très vraiſemblable que le Principe de la raiſon ſuffiſante eſt univerſel, & qu'il s'étend à tout ce qui ne ſauroit être limité par lui-même, ou par le Principe de la contradiction : je veux dire, que le Principe du ſuffiſant pourquoi a lieu partout, ſi ce n'eſt où il impliqueroit contradiction qu'il eut lieu, ou bien lorsque qu'on peut donner une raiſon ſuffiſante pourquoi il n'a pas lieu.

Ces deux reſtrictions que je crois devoir ajouter, n'otent rien à l'univerſalité du Principe ; car, quand on affirme l'univerſalité d'une propoſition, on veut ſeulement dire qu'elle eſt applicable dans tous les cas poſſibles : or les cas qui impliquent contradiction en eux-mêmes, & ceux qui par leur nature ne peuvent pas être l'objet de cette propoſition, ſont évidemment exclus de la claſſe des cas poſſibles par rapport à cette propoſition-là.

S'il exiſte des chiens à qui on ait coupé la ratte, cela ne déroge point à l'univerſalité de la thèſe, que tout chien a une ratte ; parce que l'attribut n'eſt jamais affirmé du ſujet dans la propoſition la plus univerſelle, que ſous la condition de la poſſibilité actuelle : ainſi quand on dit, tout chien a une ratte, c'eſt comme ſi l'on diſoit tout chien qui peut actuellement avoir une ratte, a une ratte ; or un chien à qui on l'a coupée n'eſt pas dans le cas ; il implique qu'on la lui ait coupée, & qu'il puiſſe actuellement l'avoir. De même, quand on affirme univerſellement que rien n'eſt comme il eſt ſans une raiſon ſuffiſante, c'eſt tout comme ſi l'on diſoit : rien de ce qui eſt ſuſceptible d'une raiſon ſuffiſante, n'eſt comme il eſt ſans une raiſon ſuffiſante.

Je ne penſe pas qu'on puiſſe conteſter cette explication, mais elle paroîtra ſuperflue à ceux qui penſent que tout eſt ſuſceptible d'une raiſon ſuffiſante ; il s'agit donc de voir ce qui en eſt.

J'ai déjà fait voir dans le premier Mémoire, que le Principe de la raiſon ſuffiſante n'eſt point applicable aux vérités géometriques, que tout ce qui exiſte par une néceſſité abſolue, n'a point beſoin de ſuffiſant pourquoi. En effet la raiſon ſuffiſante eſt ce qui explique les événemens de l'Univers matériel & intellectuel, qui dit pourquoi une choſe eſt comme elle eſt plutôt qu'autrement. Mais en Géometrie, & dans les choſes d'une néceſſité abſolue, il n'eſt point queſtion d'événement à expliquer; dès qu'une choſe n'eſt pas ſuſceptible d'être autrement, il n'y a plus de pourquoi, ni d'explication, l'explication & le pourquoi n'a lieu qu'entre les cauſes & les effets. Ce ſeroit une diſpute de mots que de dire que les vérités néceſſaires ont auſſi leur raiſon; car, quand on parle de raiſon ſuffiſante, on ne parle pas des moyens par leſquels nous parvenons à la découverte d'un fait, mais on parle des moyens par leſquels les choſes parviennent à être ce qu'elles ſont.

Qu'on admette une raiſon déterminante en Géometrie, à la bonne heure; il ne ſera pas moins vray que ce que nous concevons comme le déterminant & comme le déterminé, n'eſt pas plus l'un que l'autre; que tout y exiſte à la fois; au lieu que, dans les vérités contingentes, ce que nous concevons comme cauſe & comme effet eſt réellement diſtinct, & n'exiſte que l'un par l'autre. En Géometrie le déterminant & le déterminé exiſtent en même tems, & les rapports que nous y imaginons changent à notre volonté; ſi nous ſongeons premièrement aux angles, ce ſont eux qui déterminent les ſinus; ſi nous ſongeons premièrement aux ſinus, ce ſont eux qui déterminent les angles: en un mot ſi A contient la raiſon déterminante de B, B à ſon tour contient la raiſon déterminante de A. Mais dans l'Univers notre façon de concevoir ne peut rien changer aux rapports. Ce n'eſt pas elle qui décide lequel eſt le déterminant, ou le déterminé; la cauſe, ou l'effet; le ſuffiſant pourquoi, ou le réſultat. C'eſt la Nature même de la choſe qui y décide de tout, & nous ne ſommes que les ſimples obſervateurs. La copulation précéde la conception, la conception précéde l'accou-

che-

chement; les moyens précédent la fin; la repréſentation du bien précéde l'action. Ici ſi A contient la raiſon ſuffiſante de B, B ne contient jamais la raiſon ſuffiſante de A. Il eſt donc évident que les vérités néceſſaires ſont d'une nature bien différente de celles que l'expérience ſeule nous découvre. *Leibnitz* avoit très bien ſaiſi cette différence; chez lui le Principe de contradiction eſt la ſource des vérités éternelles, & le Principe de la raiſon ſuffiſante n'eſt la ſource que des vérités contingentes; chaque Principe a ſon département ſeparé, & n'empiéte point ſur l'autre: mais enſuite ſes diſciples ont ſouvent confondu ce qui devoit reſter ſéparé.

C'eſt par le Principe de la raiſon ſuffiſante que nous parvenons à nous aſſurer de l'exiſtence d'une cauſe première, parce que n'exiſtant pas par la néceſſité de notre nature, nous, & tous les êtres contingens, avons beſoin d'une raiſon ſuffiſante, & par conſéquent d'une cauſe pour exiſter; mais il implique contradiction que la cauſe première exiſte cauſe première & qu'elle ait une raiſon ſuffiſante de ſon exiſtence. Elle exiſte néceſſairement, indépendamment de toute cauſe; & ce ſeroit confondre ici, comme en Géometrie, le moyen par lequel nous parvenons à connoitre les choſes, avec la raiſon ſuffiſante des choſes, que de dire que l'Etre éternel & infini eſt ſuſceptible d'une raiſon ſuffiſante. Quand on dit que Dieu contient en ſoi la raiſon ſuffiſante de ſon exiſtence, ſi on entend par là autre choſe, ſi ce n'eſt que Dieu n'a point beſoin d'une raiſon ſuffiſante pour exiſter comme il exiſte de toute éternité, on ne dit certainement rien d'intelligible. Il implique contradiction que Dieu exiſte autrement que comme un être néceſſaire & éternel: ainſi demander pourquoi il exiſte ainſi, dans le tems qu'il étoit impoſſible qu'il exiſtât autrement, c'eſt demander pourquoi un être néceſſaire & infini eſt un être néceſſaire & infini, & ſe répondre, c'eſt parce qu'il eſt un être néceſſaire & infini. Je laiſſe à juger ſi ce n'eſt pas ſe jouër des termes, pour pouvoir appliquer des propoſitions à des cas qui n'en ſont pas ſuſceptibles.

Voyons maintenant ſi, outre les choſes d'une néceſſité abſolue, il y en peut encore avoir d'autres qui ne ſoient point ſuſceptibles d'un ſuffiſant pourquoi.

Nous avons montré dans le Mémoire précédent, qu'à moins d'admettre le fataliſme le plus abſolu, il falloit reconnoître la poſſibilité du hazard ; il eſt donc poſſible qu'il y ait des choſes dans l'Univers qui exiſtent ſans raiſon ſuffiſante, mais de la ſimple poſſibilité nous aurions tort de conclure à l'exiſtence actuelle. Après avoir montré dans ce Mémoire-ci, qu'il eſt infiniment probable que les choſes ont leur raiſon ſuffiſante, il eſt naturel de conclure que, ſi le hazard a lieu quelque part dans cet Univers, il faut que ce hazard même ait une raiſon ſuffiſante ; je veux dire, qu'on puiſſe expliquer intelligiblement pourquoi & comment une choſe exiſte fortuitement de la maniere qu'elle exiſte. C'eſt la ſeconde reſtriction que j'ai miſe à l'univerſalité du Principe, ſavoir qu'il a lieu dans toutes les choſes de cet Univers, excepté lorſqu'on peut donner une raiſon ſuffiſante pourquoi il n'a pas lieu. Je m'explique.

Les antagoniſtes de ce Principe ont objecté que, lorſqu'il ſeroit queſtion de choiſir entre deux choſes parfaitement ſemblables, ou de placer ces deux choſes, on ſe détermineroit ſans raiſon ſuffiſante, & qu'on ne pourroit jamais aſſigner de raiſon pourquoi A ſeroit placé en B, & l'autre A en C. *Leibnitz*, pour réſoudre cette objection, a nié l'exiſtence de deux choſes ſemblables ; & l'expérience aidée par les microſcopes paroit effectivement confirmer ſon célébre Principe des indiſcernables. Je me reſerve de l'examiner à la ſuite de ces Mémoires ; ici je n'en parlerai qu'autant qu'il a rapport au Principe de la raiſon ſuffiſante.

Il eſt évident d'abord, que ce ſeroit commettre un cercle vicieux que d'étayer le Principe de la raiſon ſuffiſante ſur celui des indiſcernables, & de prouver enſuite ce dernier par l'autre. Pour éviter une pétition de principe il faut néceſſairement, ou prouver l'univerſalité du Principe de la raiſon ſuffiſante, indépendamment de celui des indiſcernables, ou prouver celui-ci indépendamment de celui-là. Ce dernier moyen

yen ſeroit le plus pratiquable, s'il étoit vrai, comme le penſe l'Auteur du *Traité du hazard* que j'ai cité dans mon premier Mémoire, qu'il fut abſolument impoſſible que deux choſes ſemblables exiſtaſſent ; mais j'avoüe que je ne ſaurois être en cela de ſon ſentiment, & qu'il me paroit qu'il a tort de reprocher à *Leibnitz* de s'être trop relâché, & d'être tombé en contradiction ſur cet article.

Je ne conçois pas quelle impoſſibilité abſolue il y auroit qu'il exiſtât p. e. un ſecond Monde ſemblable à celui-ci. Il n'implique pas que ce Monde exiſte ainſi ; s'il impliquoit contradiction qu'un Monde parfaitement ſemblable à celui-ci exiſtât, ce ne ſeroit pas par une impoſſibilité intrinſéque, mais uniquement parce que celui-ci ſeroit parvenu à l'exiſtence. Mais un autre Monde parfaitement ſemblable n'auroit nulle connexion avec celui-ci, ſans quoi ce ne ſeroient pas deux Mondes diſtincts : par conſéquent l'exiſtence du nôtre n'influeroit en rien ſur l'exiſtence de ſon ſemblable : & comment pourroit elle donc la rendre impoſſible ? Si on cherche la difficulté dans l'eſpace, concevons que les deux Mondes ſe ſuccédent, que celui-ci anéanti faſſe place à ſon ſemblable : le lieu ni le tems n'ôtent rien à la parfaite reſſemblance. Ainſi *Leibnitz* auroit eu tort de nier la poſſibilité des choſes ſemblables. Cette poſſibilité n'eſt point incompatible non plus avec ſon Principe des indiſcernables ; car, de ce qu'il eſt poſſible, abſolument parlant, que deux choſes parfaitement ſemblables exiſtent, il ne ſuit pas qu'elles ſoient parvenues toutes les deux à l'exiſtence, & ce n'eſt que ce fait que le Principe des indiſcernables nie. L'objection tirée des deux idées parfaitement ſemblables ne me ſemble point ſolide ; car, avant que des indiſcernables parviennent à l'exiſtence, tant qu'ils ne ſont conçus que dans la région des poſſibles, ils ne forment pas deux idées, ils n'en forment qu'une ſeule. Un Architecte bâtira dix maiſons ſur un même plan qu'il aura conçu ; on ne ſauroit dire qu'il ait eu dix plans parfaitement ſemblables dans ſa tête, il n'en avoit qu'un ſeul, qu'il a trouvé bon de réaliſer en dix différens endroits : & il eſt ſi vrai qu'il n'avoit qu'un ſeul plan dans ſa tête, qu'il n'aura beſoin d'en tracer qu'un ſeul

ſur le papier pour les dix édifices : & ſuppoſé qu'il en traçât deux égaux A & B, pour quelqu'autre conſidération, pourra-t-on jamais dire qu'il a réaliſé ſur le terrain le plan A, & non le plan B ? Auſſi, quand *Leibnitz* dit qu'il n'eſt pas impoſſible abſolument de ſuppoſer deux gouttes d'eau entièrement ſemblables, il n'entend pas deux gouttes d'eau idéales, qui ſans doute n'en feroient qu'une, & non deux ; mais deux gouttes d'eau réellement exiſtantes, l'une en L, & l'autre ailleurs.

Dès-là que le Principe des indiſcernables n'eſt pas d'une néceſſité abſolue, on ne ſauroit le fonder que ſur le Principe de la raiſon ſuffiſante, ou ſur l'expérience ſeule. Mais nos ſens ſont trop imparfaits pour que l'expérience en puiſſe décider ; il eſt donc évident que le Principe des indiſcernables ne ſauroit être prouvé indépendamment de celui de la raiſon ſuffiſante, & que par conſéquent on ne ſauroit, ſans commettre une pétition de principe, recourir aux indiſcernables pour prouver l'univerſalité abſolue du ſuffiſant pourquoi.

Si donc il entroit dans le plan d'un Univers digne de la Sageſſe infinie du Créateur, que certains êtres individuels, certains Eléments de la matiere, y fuſſent répétés deux ou pluſieurs fois, ſoit pour former réunis un corpuſcule homogéne, ſoit pour entrer diſperſés dans la compoſition de corpuſcules heterogénes, qui par ce moyen feroient parfaitement ſemblables, pourroit-on aſſigner une raiſon ſuffiſante pourquoi les élémens S^1, S^2, S^3, &c. du corpuſcule homogéne C, feroient placés dans cet ordre, plutôt que dans l'ordre S^2, S^1, S^3, & pourquoi les élémens diſſemblables A, B, C, &c. d'un corpuſcule M, feroient placés en L, tandis que leurs indiſcernables A^2, B^2, C^2, &c. d'un autre corpuſcule M^2, feroient placés en X.

Il ne paroit pas que la ſuppoſition ait rien d'abſolument abſurde. Dans tous les ouvrages de l'art on a beſoin de piéces ſemblables, & plus l'ouvrier peut les rendre parfaitement ſemblables, plus l'ouvrage eſt parfait. Ne fut-il queſtion que d'élever un obéliſque ſur trois boules, plus ces trois boules ſeroient parfaitement ſemblables, plus il y auroit

roit de régularité & de ſolidité dans le tout. Cela a également lieu dans les machines où les piéces ſont plus variées ; dans une montre, par exemple, s'il étoit poſſible à l'ouvrier de faire que toutes les dents d'une roue, que toutes les engrainures d'un pignon, que toutes les parties du balancier & du reſſort, fuſſent parfaitement ſemblables, il n'eſt pas à douter que la montre ne fut plus parfaite que toutes celles que nous avons. D'ailleurs chaque matiere, ou chaque aggrégé de matiere eſt, eſt propre à produire un certain effet particulier à cette matiere-là. Mais, ſi l'effet doit être conſidérable, il faut que cette matiere, ou cet aggrégé de matiere, ſoit répétée ; un grain de poudre a la propriété d'augmenter le reſſort de l'air, mais, s'il faut augmenter ce reſſort au point de faire ſauter une maſſe conſidérable de matiere, un grain ſeul n'y ſuffira pas, il en faut pluſieurs milliers : plus chacun de ces grains reſſemblera à l'autre, plus il contiendra exactement la même quantité de ſouffre, de ſalpétre, & de charbon ; plus les parties de ces trois Principes ſeront exactement homogénes, plus l'effet à quantité égale ſera grand, mieux l'artificier parviendra au but qu'il s'eſt propoſé. Je ſai que la groſſièreté de l'Art n'eſt point à comparer avec la délicateſſe des opérations de la Nature, & qu'on ne ſauroit par conſéquent conclure à coup ſeur de l'un à l'autre ; mais l'analogie prouve au moins qu'il nous eſt très difficile de décider que, dans le plan de l'Univers le plus parfait, il ne doit pas entrer des êtres parfaitement ſemblables.

Ce qui j'ai dit de la matiere peut s'appliquer également aux Intelligences. Un vaſte Etat aura un excellent Général, un excellent Miniſtre, un très bon Médecin, un Artiſte très habile. Cet Etat ſeroit-il moins parfait ſi dans la multiplicité des affaires, il avoit encore un ſecond Miniſtre, un ſecond Médecin, un ſecond Artiſte, parfaitement égal en lumières, en talents, & en caractère, au premier ? J'ai peine à croire, que cette duplicité produiſit une imperfection dans l'Etat. Pourquoi donc en ſeroit-ce une dans l'Univers, ſi dans l'immenſité de ſon étendue, & de ſa durée, il ſe trouvoit deux Intelligences parfaitement ſemblables dans leur origine ? Je dis dans leur origine, car je comprends bien

bien que le tems, le lieu, les circonſtances, doivent mettre ſucceſſivement quelques différences entre ces Intelligences, quoiqu'eſſentiellement ſemblables. J'avoüe que le Principe des indiſcernables eſt très philoſophique, qu'il aide à former un ſyſtème très bien lié. Mais j'y trouve des difficultés qui me paroiſſent inſurmontables, & que je reſerve pour un autre Mémoire. Ici il ſuffit d'avoir montré qu'il n'eſt pas abſurde d'en douter. Cela poſé, voyons ce qui réſulteroit par rapport au Principe du ſuffiſant pourquoi, s'il exiſtoit dans la Nature deux aggrégés d'indiſcernables A, B, C, & A^2, B^2, C^2, l'un placé en L, & l'autre en X.

Cette poſition ſera, ou le premier arrangement du Créateur, ou la ſuite des changemens arrivés dans la Nature par les loix du mouvement, ou l'effet de l'action d'une Intelligence créée.

Par rapport au Créateur, je n'y vois point de hazard ; à moins qu'on ne ſe le repréſente fauſſement comme créant ſéparément A & A^2, & délibérant en ſuite lequel des deux il placera en L, & lequel en X. La Création de l'Univers entier eſt un acte unique. A, B, C; & A^2, B^2, C^2, dans l'Intelligence infinie qui ſe repréſente un Monde poſſible, n'eſt qu'une même idée, combinée à la fois avec L, & avec X, & ſi cette combinaiſon entre dans le plan du meilleur Monde, il n'y a point de raiſon de douter quelle ne ſoit réaliſée par l'acte de la Création. Ainſi il n'y a point de raiſon, ce me ſemble, de demander pourquoi A eſt en L, plutôt qu'en X; la choſe n'étoit pas ſuſceptible d'un ſuffiſant pourquoi; par conſéquent elle n'en a pas beſoin. Il ſeroit abſurde à mon de avis de demander le pourquoi d'une choſe dont on conçoit clairement qu'elle n'en comporte point, & dont on peut expliquer pourquoi elle n'en comporte point Si l'on veut nommer fortuite la ſituation de ces indiſcernables, à la bonne heure, je ne diſpute point ſur les termes; mais je ne vois aucun inconvénient dans ce ſens là de poſer un hazard en Dieu, puiſque toutes les combinaiſons différentes de ces indiſcernables, je veux dire, tous les échanges poſſibles de leurs ſituations réciproques, ne changeront rien à cet Univers, ne le ren-

dront, ni plus, ni moins parfait, & ne donneront toujours qu'un même réſultat. N'admettre le hazard que dans les cas, où il y a une raiſon ſuffiſante de l'admettre, tirée de la nature même des choſes, c'eſt renverſer le fataliſme, ſans limiter, ni la ſageſſe, ni la preſcience du Créateur.

Si nous concevons maintenant les indiſcernables parvenus de leur première ſituation en L & X, par une ſuite des loix mécaniques de la Nature, il n'y a point de hazard encore ; la raiſon ſuffiſante de leurs diverſes poſitions eſt dans les changemens arrivés dans la Nature, d'où l'on peut expliquer ſucceſſivement toutes leurs ſituations jusqu'au premier moment de l'exiſtence de l'Univers.

Enfin, s'il s'agit d'expliquer comment deux indiſcernables ſe trouvent placés l'un en L, & l'autre en X, par l'acte d'une Intelligence bornée ; il n'y a pas plus de difficulté que lorsqu'on veut expliquer comment nous nous déterminons à choiſir entre des choſes qui nous ſemblent parfaitement ſemblables, bien qu'elles ne le ſoient pas, ou qui, quoique diſſemblables, ſont parfaitement égales par rapport au but que nous nous propoſons. Si, de l'aveu de tous les Leibnitiens, les circonſtances étrangeres, les déterminations accidentelles, fourniſſent en ces cas-là la raiſon ſuffiſante de notre choix, ou de l'arrangement que nous faiſons, ces mêmes circonſtances étrangeres, ces mêmes déterminations accidentelles expliqueront pourquoi nous aurons placé A en L, & A^2 en X. Par rapport à nous, pour qui mille choſes ſont réellement indiſcernables, le hazard ne ſauroit avoir, ni plus, ni moins de part à nos actions, ſoit qu'il exiſte réellement des indiſcernables, ſoit qu'il n'y en ait point dans toute la Nature. A l'égard des Intelligences créées, conçues comme eſſentiellement ſemblables, la choſe a plus de difficulté : les circonſtances des tems & des lieux mettent une différence infinie dans le rôle quelles auront à jouër ; ce rôle n'eſt pas indifférent pour des êtres ſuſceptibles de plaiſir & de douleur. Il ſemble donc que la bonté infinie du Créateur ne permet pas que deux In-

telligences parfaitement ſemblables ſoyent placées dans des circonſtances inégales, où l'une jouïra d'un plus haut degré de bonheur que l'autre. Mais n'eſt-il pas poſſible que la ſomme des plaiſirs & des peines, de deux rôles d'ailleurs très différens, ſoit parfaitement égale? Si cela étoit, il ne répugneroit plus à la bonté divine, que deux Intelligences parfaitement ſemblables exiſtaſſent; mais cette exiſtence répugneroit-elle à la ſageſſe infinie? Pas plus aſſurément que l'exiſtence de deux corpuſcules ſemblables. Si le plan du meilleur Monde exigeoit, que deux ames parfaitement ſemblables animaſſent, l'une un Chinois, l'autre un Amériquain, il y auroit une raiſon ſuffiſante pourquoi ces deux ames animeroient ces deux corps; il n'importeroit d'ailleurs abſolument point laquelle des deux animât le Chinois: tout reſteroit parfaitement égal, en l'un & l'autre cas. Cela poſé, de bonne foi lequel ſeroit le plus digne de la ſageſſe infinie, de laiſſer tout l'Univers dans le néant, parce que l'égalité de ces deux ames ne décide pas la place de chacune, ou d'aſſigner cette place par un acte de libre arbitre? Dès qu'il n'y point de raiſon de choiſir, & qu'il y a des raiſons d'agir, il ne reſte, ce me ſemble, qu'à agir ſans choix.

Ce n'eſt pas au reſte que je veuille ici établir l'exiſtence de deux Intelligences parfaitement ſemblables: je n'en ſuis rien moins que convaincu; j'ai même de fortes raiſons d'en douter, & les difficultés que j'ai à propoſer contre le Principe des indiſcernables, ne concernent proprement que les êtres matériels. J'ai ſimplement voulu expliquer par ces exemples la légitime étendue du Principe de la raiſon ſuffiſante, & les reſtrictions qu'il me paroit qu'il faut mettre à ſon univerſalité, pour ne pas en abuſer dans l'application.

Je n'ai pas crû devoir mettre parmi ces reſtrictions les actions morales des êtres. J'avoüe que ſur cet article je ne ſuis nullement de l'avis de M. *de Prémontval*, & voici mes raiſons. Ce Philoſophe, après avoir très ſolidement réfuté les démonſtrations prétendues du Principe de la raiſon ſuffiſante, admet ce Principe dans les événemens phyſiques,

ques, & le nie dans ceux qui dépendent de notre volonté. Je ne remarque point qu'il tire la raiſon de cette différence de la nature même de l'ame; il admet le hazard dans nos actions morales, non que notre ame ne put ſe déterminer par des raiſons ſuffiſantes, mais parce que ſi elle ne ſe déterminoit qu'ainſi, il n'y auroit, ni imputation, ni Morale: en un mot, ſelon lui, il y a du hazard dans les actions des Intelligences créées, parce qu'il y a un Dieu bon & ſaint.

Mais, lorsqu'on en eſt encore à diſcuter s'il y a un hazard dans l'Univers, ou ſi rien n'eſt ſans un ſuffiſant pourquoi, on n'eſt point encore en droit de poſer l'exiſtence d'un Dieu. Pour que je ſois aſſuré de cette grande vérité, il faut que je ſois prémiérement convaincu que rien de ce qui eſt ſuſceptible d'une raiſon ſuffiſante de ſon exiſtence, n'exiſte au hazard; car, à moins d'admettre cette propoſition, j'aurai beau remarquer que l'exiſtence de l'Univers eſt ſuſceptible d'une raiſon ſuffiſante, je n'en ſerai pas plus en état de ſavoir s'il exiſte au hazard, ou s'il a un Auteur. Quand donc M. *de Prémontval* demande à l'entrée de ſon Traité, qu'on lui accorde l'exiſtence d'un Dieu; c'eſt comme s'il diſoit, accordez moi que rien dont l'exiſtence eſt ſuſceptible d'une raiſon ſuffiſante, n'exiſte au hazard. Mais alors ſon raiſonnement reviendroit à ceci.

Rien de ce qui eſt ſuſceptible d'une raiſon ſuffiſante d'exiſtence, n'exiſte au hazard.

Donc il y a un Dieu;
Donc il y a un hazard.

Pour diſſiper ce que ce raiſonnement contient de contradictoire, il faut donc, ou que l'Auteur commence par prouver l'exiſtence de Dieu indépendamment du Principe de la raiſon ſuffiſante; ou qu'il prouve que les actions des Intelligences, par leur propre nature, abſtraction faite d'une Providence, ne comportent point de ſuffiſant pourquoi. Or l'une & l'autre de ces deux preuves me paroiſſent très difficiles à établir, tout l'Univers me ramene à chaque inſtant à l'exiſtence d'un Dieu, dès que je crois que les choſes n'exiſtent pas ſans raiſon; mais ſi j'ad-

mets le hazard, ſans que j'aye une raiſon tirée de la nature même de la choſe pour l'admettre, il n'eſt plus rien dans l'Univers qui puiſſe m'aſſurer que Dieu exiſte. Ce dont je cherchois la raiſon dans l'Etre ſuprême, pourra exiſter par hazard, auſſi bien que les actions des Intelligences, ſi la raiſon pourquoi celles-ci arrivent par hazard n'eſt pas tirée de la nature même des Intelligences. Mais comment prouvera-t-on que les actions des êtres intelligents ne ſont pas ſuſceptibles de motifs, ou que ces motifs n'expliquent pas auſſi bien, & peut-être mieux, pourquoi l'action eſt telle plutôt qu'autrement, que le choc d'un corps n'explique pourqoi un autre corps ſe meut avec une telle célérité & ſuivant une telle direction? Il y a une infinité de cas, où les motifs de notre choix & de nos actions ne ſont pas tirés de la qualité intrinſeque de l'objet, où nous ne nous déterminons que par les circonſtances acceſſoires; il y en un plus grand nombre où l'habitude tient lieu des motifs diſtincts qui nous ont fait agir la premiere fois: mais je ne ſache aucun cas dont l'on pût prouver que l'action n'a été précedée d'aucun motif.

D'ailleurs, ſi nous voulons examiner la choſe avec toute la rigueur méraphyſique, la diſtinction entre les cauſes phyſiques & les cauſes morales diſparoit; tout ſe confond également dans nos perceptions. Mettez à part le Principe de la raiſon ſuffiſante, l'Univers ſenſible, & l'Univers intelligible, ſe réduiſent à une ſuite de perceptions d'égale nature; de quel droit peut-on décider, qu'entre ces perceptions les unes ſont purement fortuites, que les autres ont leur ſuffiſant pourquoi, & que c'eſt préciſément celles-ci, & non celles-là, qui jouiſſent de cette prérogative?

Après ces remarques, je puis me diſpenſer, je crois, d'examiner les preuves que l'on apporte du hazard des actions morales, d'autant plus qu'elles ſont étrangeres au ſujet que je traite, & qu'on ne ſauroit les diſcuter à fond, ſans entrer dans les matieres abſtruſes de la liberté, de l'imputation, & de la moralité; ſources inépuiſables de diſputes. Je me borne donc à montrer en gros, que ces preuves ne ſont pas de nature à établir démonſtrativement le hazard.

Je

Je remarque d'abord que, ſi nos actions ſont fortuites, il n'y a plus de preſcience. Il implique que la toute-ſcience ſache d'avance à quoi ſe déterminera ſa créature, ſi celle-ci ſe détermine purement au hazard. Cependant chaque action fait un nouvel événement dans l'Univers, & cet événement en fait naitre d'autres à l'infini. Comment conçoit-on que le Créateur ait pû ſe repréſenter tous les Mondes poſſibles, & donner l'exiſtence à celui-ci à cauſe de ſa plus grande perfection, ſi, dans le tems qu'il l'a créé, il ignoroit parfaitement quels événemens cet Univers contiendroit? Comment, pour ne parler que de notre Globe, a-t-il pû connoitre qu'il méritoit la préférence ſur d'autres par le nombre & le caractère des hommes qui l'habiteroient, tandis qu'il ne pouvoit pas ſeulement ſavoir ſi Adam ſe détermineroit à devenir Pére, ou ſi l'étant, il ne lui prendroit point par hazard l'envie de faire mourir ſes enfans? Seroit-ce un bon moyen de ſauver la Sainteté de Dieu, que de le faire aux dépens de ſa Toute-ſcience, de ſa Sageſſe infinie, & même de ſa Bonté: car une Providence qui ne feroit que réparer le mal commis, en redreſſant, ſoulageant, & guériſſant, encore imparfaitement, n'épuiſe aſſurément pas l'idée d'une Bonté infinie. Suppoſez donc que la Sainteté de Dieu exigeât le hazard dans l'Univers, toutes ſes autres perfections ſe réüniroient pour l'en exiler.

Je ne vois qu'un moyen de concilier les actions fortuites avec la preſcience divine, c'eſt de recourir à l'harmonie préétablie. Alors les événemens de l'Univers ſe ſuccédant indépendamment des volitions fortuites de l'ame, n'en ſeroient pas moins certains dans le ſyſtême de l'Auteur qui admet les cauſes phyſiques. Mais l'Auteur qui rejette l'harmonie univerſelle, admettroit-il une harmonie particuliere entre l'ame & le corps? & d'ailleurs comment cette harmonie pourroit-elle ſubſiſter entre une ame qui ne ſe détermineroit que par boutades & par caprices, & un corps dont tous les mouvemens ſeroient compaſſés de toute eternité?

Au reſte il y auroit de l'injuſtice à attribuer à l'Auteur les conſéquences de ſon ſyſtême, qu'il n'adopte aſſurément pas, d'autant plus

qu'il ne s'eſt point encore expliqué ſur la maniere dont il conciliera le tout enſemble ; loin de lui rien imputer à cet égard, je reconnois que les motifs qu'il a lui-même expoſés, les difficultés inſurmontables de concilier le mal avec la bonté divine, étoient des raiſons aſſez puiſſantes pour le faire recourir à l'idée des actions fortuites. Mais, ſi on peut faire évanouïr ces difficultés avec moins d'effort, il ne ſera plus beſoin de ſuppoſer de hazard.

Or, ſans entrer dans tout ce que cette matiere a d'épineux, je crois que ſuffiſoit de dire de bonne foi tout haut, ce que *Leibnitz*, & tant de Philoſophes & de Théologiens ont peut-être penſé tout bas, & que certains ménagemens de prudence ne leur ont pas permis de déclarer ouvertement.

Le but de Dieu en créant un Univers, n'a pû être que de faire parvenir chaque créature ſuſceptible de ſentiment au plus haut degré de bonheur que ſa nature comporte, & cela par la voye la plus abrégée. La combinaiſon de tous ces rôles fait l'Univers intellectuel ; la repréſentation du bien produit ſur chaque Intelligence le même effet, que la peſanteur ſur la matiere ; l'une eſt le motif des actions morales, comme l'autre eſt la cauſe de la chûte des corps. Que l'on nomme ces actions morales, libres ou néceſſaires, ce n'eſt point là dequoi nous devons nous embarraſſer ; il ſuffit que l'ame ſoit ſuſceptible de motifs, & que le plaiſir, la douleur, les récompenſes, & les châtimens, ſoient au nombre de ces motifs, & faſſent avancer chaque créature capable de ſentiment le long de la courbe qui doit la conduire au bonheur par le plus court chemin. Alors les maux n'auront rien d'incompatible avec la bonté divine ; alors les termes de crimes, de châtimens, d'imputations, pourront être, ou conſervés, ou changés en ceux d'erreurs, de ſuites deſagréables, & d'avertiſſemens : cela ne changera rien à l'inſtitution des choſes, ni dans la Religion, ni dans la Morale, ni dans la Politique. Il reſtera toujours également vray, qu'un homme qui, enſuite de ſes perceptions préſentes, ſe détermine à une action déſapprouvée en Religion, en Morale, ou en Politique, ceſſera de ſe déterminer ainſi, c.

a. d.

c. d. ſe corrigera, ne ſera plus ce qu'on nomme vicieux, s'il éprouve à l'occaſion de cette action une ſenſation aſſez déſagréable pour que le ſouvenir en emporte la balance ſur tous les motifs qui le porteroient à répéter la même action. Il reſtera également vray auſſi, qu'un homme qui, enſuite de ſes perceptions préſentes, ſe détermine à une action aprouvée en Religion, en Morale, & en ſaine Politique, continuera avec plaiſir à ſe déterminer de la même maniere, c. a. d. acquerra l'habitude qu'on nomme vertu, ſi la ſenſation agréable qu'il éprouve à la ſuite de cette action, joint un nouveau motif aux précedents. Il reſtera également vrai encore que les exhortations, la priére, les lectures inſtructives, la récapitulation frequente des réflexions faites ſur la nature des actions, & ſur leurs motifs, les exemples, les promeſſes, les menaces, & ſur tout une Religion épurée, entrant dans la perception préſente, pourront concourir auſſi efficacement à déterminer la volonté, qu'une addition de poids concourt à faire pencher la balance; tout comme d'un autre côté l'abſence, ou l'oubli actuel de ces motifs, joint aux mauvais exemples, & à l'habitude, pourront entrainer l'ame à vouloir le contraire de ce qu'elle avoit approuvé. Qu'on exagère tant qu'on voudra le mal phyſique & le mal moral; quelque affreux qu'il nous paroiſſe dans le point de vuë où nous ſommes placés, il eſt indubitable que, ſi ces maux ſont un acheminement certain & indiſpenſable à des biens incomparablement plus grands, ce ne ſont plus des maux, ce ſont de véritables biens: tels que la brûlure d'un membre gangréné, ou l'incendie d'un Village dont il faut déloger un ennemi. Or ces maux exiſtent; & Dieu eſt infiniment ſage, & infiniment bon: pourquoi douterions-nous donc un moment, que ce que nous appellons mal phyſique & mal moral, ne ſoit l'acheminement certain & indiſpenſable au plus grand bonheur poſſible pour chaque être qui en eſt ſuſceptible?

RE'FLE-

RÉFLEXIONS
SUR LES ALLÉGORIES PHILOSOPHIQUES,
PAR M. FORMEY.

Quand on promène ſes regards ſur l'ancienne Philoſophie, il eſt bien difficile de démêler & de fixer l'impreſſion qui en réſulte. Eſt-ce un Tableau ? Eſt-ce une Réalité ? Les Philoſophes ont-ils eu deſſein de découvrir & d'enſeigner des Vérités ? Ou n'ont-ils pris d'autre guide que leur imagination pour raſſembler ces dogmes, ſur leſquels tous les efforts des Hiſtoriens modernes de la Philoſophie n'ont encore répandu qu'un jour très médiocre. J'avoue qu'on eſt aſſez embarraſſé dans la déciſion de cette alternative ; & que, s'il faut éviter d'imputer des chimères révoltantes à des gens en qui l'on doit ſuppoſer du moins le bon ſens, il n'eſt guères naturel de chercher non plus, ſous les aſſertions les plus triviales & les plus bizarres, des Vérités extraordinaires & ſublimes.

Le travail exquis de feu M. *de Beauſobre* le Père ſur les Hérétiques de l'Egliſe primitive, dans ſon admirable *Hiſtoire du Manicheïſme*, eſt le meilleur modèle qu'on puiſſe ſuivre dans l'examen de ces matieres. On peut dire qu'il marche, le flambeau dans une main, & la balance dans l'autre ; qu'il fait ſortir du ſein de la plus profonde obſcurité des rayons de lumiere ſurprenans ; qu'il ouvre des ſources d'explication imprévuës, pour rendre raiſon de choſes qu'on avoit traitées juſqu'à préſent de pures abſurdités, de vrayes extravagances ; & qu'il réhabilite un très grand nombre de Noms qui étoient parvenus à nous dans un décri, dont on n'auroit pas crû qu'ils puſſent revenir. J'ai toujours reconnu, comme je le devois, le prix de cette noble entrepriſe, & les talens du célébre Auteur qui l'a exécutée ; ces impreſſions ont même

reçu

reçu en moi un nouvel accroiſſement par le bonheur que j'ai eu de jouïr pendant quelques années de la confiance & de l'amitié de ce grand homme, & de l'entendre ſouvent parler des mêmes matieres avec ces graces perſuaſives qui repoſoient ſur ſes lévres, & dont ſa plume, toute éloquente qu'elle eſt, ne donne pas une idée complette. Mais, par une ſuite même de ces liaiſons & de leurs effets, je crois pouvoir & devoir obſerver, que l'heureux génie, la vive & féconde imagination de M. *de Beauſobre*, lui ont peut-être fait appercevoir des rapports, des explications, des raiſons, qui ne ſe ſont pas préſentées à l'eſprit de ceux-même pour la juſtification de qui il les employe ; & que d'un autre côté cette extrême impartialité dont il faiſoit profeſſion, & qu'il pratiquoit à toute rigueur, pourroit quelquefois l'avoir rendu partial, c'eſt à dire, lui avoir fait trouver tant de plaiſir à décharger les Hérétiques des fauſſes imputations dont on les avoit accablés, qu'il a été moins rigide ſur des imputations qui n'étoient pas auſſi dénuées de fondement.

Quoiqu'il en ſoit, les Hérétiques reſſembloient parfaitement aux Pères ſur ce chapitre, c'eſt à dire, par rapport au goût outré pour les allégories, pour toutes les envelopes myſtérieuſes qui peuvent déguiſer la vérité, & qui ne ſervent quelquefois qu'à receler l'ignorance, l'erreur, la privation de toute idée. Pour peu qu'on connoiſſe les hommes, on ſçait que rien ne leur coûte plus que d'avouër qu'ils ne ſçavent pas ce qui ſemble être du reſſort de leur état & de leur profeſſion ; & qu'ils ont recours à toutes ſortes d'artifices plutôt que de ſe laiſſer arracher cet aveu. Les Prêtres donc & les Philoſophes, qui originairement étoient le même ordre de perſonnes, & qui dans la ſuite ſe ſont conſtamment regardés comme les deux eſpeces les plus diſtinguées dans la maſſe du genre humain, comme des hommes privilégiés, & fort ſupérieurs au vulgaire ; les Prêtres, dis-je, & les Philoſophes ont toujours voulu paſſer pour les dépoſitaires de la Vérité. Le meilleur moyen de le prouver, ç'auroit été d'en être les diſpenſateurs ; mais comment donner ce qu'on n'a point ? Ils ont donc été obli-

obligés de recourir aux reſerves les plus myſtérieules, aux expreſſions énigmatiques, aux images les plus éloignées de toute réalité, & de multiplier continuellement ces eſpeces de barrières qu'ils mettoient entr'eux & les profanes. Toutes les paſſions contribuoient à cette manœuvre ; l'orgueil, l'eſprit de domination, l'intérêt, & quelquefois des vuës plus groſſieres encore, concouroient à redoubler les efforts de ceux que la crédulité des Peuples avoient mis en poſſeſſion de droits, dont ils ne vouloient point ſe deſſaiſir.

Une choſe bien digne d'être remarquée, c'eſt que les interêts des Prêtres & ceux des Philoſophes vinrent dans la ſuite à ſe ſéparer ; & que les premiers ayant conſervé l'aſcendant que donne la Religion, les autres devinrent l'objet de leur acharnement. Cette oppoſition fait presque tout le fonds de l'Hiſtoire philoſophique : on y voit partout aux priſes les défenſeurs des Autels & leurs adverſaires. Mais ce n'eſt pas là l'objet que je me ſuis propoſé de conſidérer dans ce Mémoire : mon but eſt de propoſer quelques réflexions ſur les Allégories rélatives aux connoiſſances philoſophiques, en laiſſant à part toutes celles qui ont été appropriées à la Religion. Il eſt vray que cette ſéparation, ou abſtraction, n'eſt pas bien aiſée à faire, parce qu'il y a eu des tems, où ces deux doctrines ſe ſont rapprochées, réconciliées, & prêté des ſecours réciproques. Au commencement, par exemple, & dès la naiſſance du Chriſtianiſme, la Philoſophie Platonicienne s'allia, & s'incorpora de telle ſorte aux Vérités évangeliques, qu'on ne ſçait en liſant les Pères ce qui eſt d'autorité divine, & ce qui eſt d'autorité humaine, à moins que de remonter à la ſource, de recourir à la régle infaillible que fourniſſent nos Saints Livres. Dans les Siècles ſuivans la doctrine des Scolaſtiques fit naître de nouveaux dogmes, enfanta de nouvelles erreurs ; ce ne fut pas, il eſt vrai, par la voye des Allégories : encore ne ſçai-je ſi ce titre conviendroit mal aux ſubtilités de l'Ecole. Diſons à cette occaſion une choſe générale, qui eſt d'une extrême importance ; c'eſt que rien n'eſt plus pernicieux à la Religion qu'une fauſſe Philoſophie, comme au contraire rien ne la met dans un plus beau jour qu'une Philoſophie ſaine & épurée.

Ne

Ne rejettons pourtant pas uniquement ſur le compte des hommes toutes les bizarreries & les abſurdités, réelles ou apparentes, qui régnent dans toutes les Théologies & dans toutes les Philoſophies qui ont exiſté, depuis qu'au débrouïllement du chaos de la matiére a ſuccédé celui du chaos des idées. Pour être équitable, il faut reconnoître de bonne foi que l'extrême difficulté de s'exprimer d'une maniere nette & précife ſur les doctrines abſtraites, & ſur les idées qu'on peut appeller ſpirituelles, a comme forcé ceux qui ont fait de ces doctrines & de ces idées l'objet de leurs méditations, d'emprunter des choſes ſenſibles tout ce qui avoit, ou leur paroiſſoit avoir, quelque ſorte de rapport avec les choſes inacceſſibles aux ſens, & de bâtir des édifices entiers, dont de ſemblables comparaiſons, alluſions, ou allégories, ſont les uniques matériaux. Et, pour juſtifier tout d'un coup cette méthode autant qu'elle peut l'être, & ſes abus mis à part, ne voyons-nous pas que Dieu lui-même dans les Saintes Lettres l'a ſouvent adoptée, & qu'ayant à faire connoître ſes perfections & ſes volontés à des Etres foibles & bornés tels que nous, il a emprunté leur langage, il a pris la route des ſens pour arriver à l'eſprit & au cœur, & a permis que les hommes nourriſſent certaines idées un peu groſſieres & charnelles, en attendant qu'ils pûſſent les épurer, & s'élever à des notions d'un ordre ſupérieur. Voilà ſans contredit la plus forte des autorités en faveur de la méthode allégorique ; mais, comme je l'ai inſinué, elle ne juſtifie en rien l'abus qu'on en a fait. Lorſqu'un grand nombre de Pères ont voulu que la Bible entiére fut un pur tiſſu d'allégories, & que, partant de ce Principe, ils ont expliqué chaque fait & chaque précepte en conſéquence, ils ont donné carrière à leur imagination d'une maniere auſſi peu judicieuſe que contraire au véritable but de la Révélation. Il y a une régle à cet égard qui auroit dû, & qui devroit encore, tenir dans de juſtes bornes tous ceux qui ont du goût pour cette façon d'expliquer l'Ecriture Sainte. C'eſt d'aller jusqu'où cette Ecriture va, & de s'arrêter où elle s'arrête. Il eſt conſtant, par exemple, que la plûpart des Cérémonies du culte Levitique étoient des types de la Nouvelle Alliance. Mais quels ſont les types qu'il faut reconnoître pour

tels ? Ceux que le Sauveur & les Apôtres nous ont indiqué ; aller plus loin, c'eſt vouloir mettre ſes conjectures de pair avec les déclarations du Saint Eſprit, & ouvrir la porte aux plus grandes chimères. Cependant les Théologiens modernes qui ſe ſont jettés dans la doctrine typique, n'ont donné, ni trêve, ni repos à leur eſprit, jusqu'à ce qu'ils y euſſent ramené la moindre cheville du Tabernacle, la moindre frange de l'habit des Sacrificateurs. C'eſt ainſi que les hommes ſont faits ; ils outrent tout, & ne connoiſſent point de milieu.

Ce que je viens de dire regarde les idées Théologiques ; celles de la Morale ont eu le même ſort. Remarquons d'abord en général que cette Science réünit deux caractères presque oppoſés. D'un côté c'eſt celle dont les idées ſont les plus communes, les plus à la portée de l'homme ; elle ſort, pour ainſi dire, du ſein même de nos actions quotidiennes & familieres : cependant elle n'en eſt pas moins une Science difficile, dont les vrais principes n'ont peut-être pas encore été aſſignés, & qui demanderoit un degré de préciſion dont elle eſt fort éloignée. Je n'avance rien là dont on ne puiſſe ſe convaincre en parcourant les Ouvrages des meilleurs Moraliſtes ; on y trouvera des vuës, des eſſais, des pieces dérachées qui ſont aſſez finies ; mais l'enſemble manque, & nous n'avons rien qui annonce la prochaine exécution d'un Syſtème complet de Morale.

A' plus forte raiſon dans l'enfance de la Philoſophie, la Morale ſe réduiſoit à quelques Maximes du ſens commun, auxquelles on affectoit de donner une préciſion énigmatique. Quand nous jettons aujourd'hui les yeux ſur ces Sentences des fameux Sages de la Grece, qui faiſoient leur dicton, ou leur deviſe, nous ſommes ſurpris qu'on leur ait fait tant d'honneur de penſées auſſi triviales ; & ces échantillons ne nous donnent pas une haute idée de leur Sageſſe. Il me ſemble qu'il en eſt à peu près comme de ces propos raiſonnables, ou ſpirituels, qui échappent quelquefois à des enfans en bas âge, de la part de qui on ne les attendoit pas ; on ſe récrie, on les admire, on les répéte ; ce

ſont

ſont de petits Oracles dans de ſemblables bouches, tandis qu'à peine ſe ſeroit-on apperçu que des gens d'un âge mûr les euſſent prononcés. Voilà, ſi je ne me trompe, le cas des *Solons* & des *Thales*, des *Cleobules* & des *Periandres*; s'ils vivoient aujourdhui, les Fables de *la Fontaine* leur paroitroient un Livre ſublime, & les Ouvrages des *La Bruyere*, des *La Rochefoucault*, des *Trublets*, ſeroient pour eux ce qu'eſt *Newton* pour qui n'a jamais été au delà d'*Euclide*.

Je ne ſçai ſi *Pythagore* ſentit l'inconvénient de ces Maximes propoſées dans leur ſimplicité; & ſi ce même tour d'eſprit judicieux, qui lui fit juger que le titre de Sage étoit trop faſtueux, & qu'il faloit y ſubſtituer celui de Philoſophe, ou d'Amateur de la Sageſſe, l'engagea à voiler ſa doctrine. Les Egyptiens le mirent ſans doute ſur cette route; & il y marcha d'une façon qui peut le faire regarder comme le Père des Allégories morales & philoſophiques. Les Commentateurs qui ont voulu en donner l'explication, ſont tombés à peu près dans les mêmes défauts que j'ai reprochés aux Interprêtes de l'Ecriture Sainte; ils ont voulu rendre raiſon de tout, & en ſavoir plus que ceux qui nous ont tranſmis ces Sentences énigmatiques. Je ne copierai point ici ce qui a été dit là deſſus dans une infinité d'Ouvrages; mais je donnerai un échantillon aſſez curieux de la maniere dont les Pères ont entendu les Enigmes de *Pythagore*. C'eſt un des plus Savans d'entr'eux, & qui étoit le plus à portée de puiſer dans les ſources de l'ancienne Philoſophie, je veux parler de *Clement d'Alexandrie*, qui me le fournira. Voici comment il entendoit les ſentences ſuivantes.

I. *Statera non eſt tranſiliendа; On ne doit point ſauter par deſſus la balance* Cela veut dire que dans tout ce qui eſt du reſſort de la juſtice diſtributive, il faut obſerver une parfaite égalité, ſans que rien ſoit capable d'y porter atteinte. Le Père de l'Egliſe prétend que ces paroles ſont un abrégé de tout ce que *Moiſe* a enſeigné ſur la juſtice; & qu'elles s'accordent parfaitement avec les déclarations de *Jeſus-Chriſt* contre ceux qui aſpirent à la primauté, & prétendent

jouïr de droits qui ne leur appartiennent pas, auſſi bien qu'avec ce mot de l'Apôtre : *qu'en Jeſus-Chriſt il n'y a ni eſclave, ni libre.*

II. *Dei imago in annulo minime circumferenda eſt ; Il ne faut point porter l'image de Dieu gravée ſur un anneau.* C'eſt, ſuivant *Clement d'Alexandrie*, presque mot pour mot le précepte du ſecond Commandement, qui défend les Images, ou repréſentations quelconques de la Divinité, & qui nous ordonne de nous faire de juſtes idées d'elle, en nous élevant au deſſus des ſens & de la matiere. C'eſt pourquoi, ajoute-t-il, les plus ſages de tous les Prêtres, ceux des Egyptiens, avoient placé l'Autel de Minerve en plein air ; & les Hébreux n'avoient auſſi aucun ſimulachre dans leur Temple. Tous ces uſages inculquent que l'idée de Dieu, dans ſon origine, étoit celle d'un Etre fort ſupérieur à tous les objets qui tombent ſous nos ſens, & dont l'intelligence ſeule a droit de ſaiſir la nature & l'eſſence.

III. *Sub eodem tecto hirundines non habendæ ; Il ne faut point avoir d'hirondelles ſous ſon toit.* Il s'agit des liaiſons étroites & domeſtiques avec des perſonnes qui ne ſçavent pas contenir leur langue, & qui par leur indiſcrétion & leurs rapports ſont capables de cauſer mille chagrins. On appliquoit la même allégorie aux Tourterelles & aux Cigales, qui étourdiſſent continuellement de leur murmure & de leur chant. Les Anciens, généralement parlant, faiſoient plus de cas du ſilence & du ſecret qu'on n'en fait aujourdhui ; & ils avoient raiſon. Le ſilence nourrit & fortifie véritablement l'ame ; elle ſe recueille, elle ſe replie ſur elle-même, elle démêle les divers ordres d'idées, & fait dans la route du vrai des progrès impoſſibles à ceux qui, dès qu'à peine ils ont acquis la plus legère teinture des choſes, ont une démangeaiſon invincible de paroître, de ſe répandre au dehors, de briller, & par là même de s'évaporer comme des Météores legers, ou de s'éteindre comme une lampe, où l'on ne met point d'huile. Le ſecret, qui marche naturellement à la ſuite du ſilence, eſt un des principaux fondemens de la ſociété, une des grandes

four-

ſources de la tranquillité publique; tous les déſagrémens de la vie viennent presque de ce qu'on ne peut ſe confier à perſonne, & des trahiſons perpétuelles auxquelles on eſt expoſé. On voit par cette courte expoſition, combien des expreſſions allégoriques telles que celles dont il s'agit ici, pourroient renfermer de ſens.

IV. *Via regia eundum; Il faut ſuivre la grande voye, la voye royale. Clement d'Alexandrie* prétend que *Pythagore* veut par ce précepte, qu'on s'écarte des opinions vulgaires; & il compare ces paroles au premier Verſet du Pſ. I. *Bien-heureux celui qui ne va point au conſeil des mêchans, & qui ne ſe tient point dans la voye des pécheurs.* Il rappelle auſſi ce que l'Ecriture dit de deux voyes, une large, & l'autre étroite, entre leſquelles il faut choiſir, ſi l'on veut arriver au ſalut. Je ne ſçai pourtant ſi c'eſt là bien la penſée du Philoſophe Grec; & s'il n'auroit pas plutôt voulu donner le précepte de ſe conformer aux coutumes reçuës, aux cultes établis, dans les lieux où l'on vit.

V. *Ollæ veſtigium in cinere confundendum; Il faut effacer la trace du pot dans la cendre:* c'eſt à dire, qu'après que le pot eſt ôté de deſſus l'endroit, où il avoit été mis au feu, on doit mêler & brouïller la cendre d'une maniere qui n'en laiſſe plus appercevoir de trace. Ceci regarde les paſſions. Elles cauſent une eſpece d'effervescence & d'ébullition dans notre ame. Le Sage vient à bout de la faire ceſſer; il calme & appaiſe les mouvemens impétueux dont il avoit été agité. Mais il ne ſe borne pas là; il n'eſt point content qu'il n'ait détruit juſqu'au moindre veſtige des impreſſions fâcheuſes. S'agit-il, par exemple, d'un ennemi? Il ceſſe non ſeulement de le haïr; mais il ſe met en état de le voir ſans la plus legère émotion. Avoit-il eu du penchant pour le faſte & l'orgueil? Il détruit tout ce qui avoit été l'ouvrage de ces diſpoſitions, & ſe rend parfaitement indifférent pour les objets qui les avoient auparavant excitées. C'eſt donc une des plus hautes idées de la perfection, qui ſe trouve cachée ſous un mot ſi ſimple en apparence.

VI.

VI. Enfin *Pythagore* avoit coutume de dire : *Deſcendi ad inferos, & redux factus ſum ; Je ſuis deſcendu aux Enfers, & j'en ſuis revenu.* *Campanella* explique ainſi ce qu'il faut entendre par-là. „ *Pythagore*, dit-il (*), avoit été caché deux ans dans une foſſe, ou „ caverne ; & lorſqu'il en ſortit, il dit qu'il revenoit des Enfers, & „ ſe mit à raconter de quelle maniere les peines & les récompenſes „ étoient diſpenſées dans ce ſéjour. Ces récits répandirent une gran- „ de frayeur parmi le Peuple ; & ce qui l'augmenta ſurtout, c'eſt qu'il „ étoit inſtruit de ce que chacun avoit fait pendant les années de ſon „ abſence : mais c'étoit ſa mère, ou ſa femme, qui lui avoient tout „ redit. „

Quel mêlange de groſſièreté & d'habileté, de ſageſſe & d'impoſture ! On ne conçoit pas comment les hommes d'alors pouvoient être la dupe de ſtratagêmes auſſi puériles ; on plutôt, quand on voit dans des ſiècles qui paſſent pour éclairés, combien il eſt facile d'en impoſer au vulgaire, on ne s'étonne plus de rien. Quoiqu'il en ſoit, *Pythagore* parvint à ſon but ; il ſe fit écouter & reſpecter, & jamais Philoſophe n'a pouſſé plus loin ſes avantages. *Ciceron*, dans ſa quatrième *Tuſculane*, dit qu'on ne pouvoit paſſer pour Sage, ſans être auſſi-tôt réputé Pythagoricien : *ut qui Sapiens haberetur, continuo Pythagoricus putaretur.* On peut lire à ce ſujet l'ouvrage du P. *Michel Mourgues*, imprimé à Toulouſe en 1712. & qui a pour titre : *Plan Théologique du Pythagoriſme & des autres Sectes ſavantes de la Grece.* Ce Traité renferme bien des choſes peu communes. Telles ſont entre autres celles qui concernent ce que l'Auteur appelle les *Dieux Philoſophiques*, qu'il réduit à deux Claſſes. La premiere contient les Dieux viſibles, qui ſont le Monde & les Aſtres ; la ſeconde renferme les Dieux inviſibles, ſçavoir les Génies. Le P. *Mourgues* traitte auſſi fort au long des trois Dogmes qui ſervoient de fondement à la Morale des Philoſophes, l'Immortalité de l'Ame, le Jugement que les Morts devoient ſubir, & la Métempſychoſe. Mais ces diſcuſſions nous éloigneroient de notre ſujet. Les

(*) *Atheiſm. triumph.* c. 13. p. 185. Edit. de Paris, 1636. *in quarto.*

Les Enigmes de la Philoſophie ont duré juſqu'à *Ariſtote*; & l'on doit cette juſtice à ce grand Philoſophe, qu'il a banni ces fantômes pour y ſubſtituër, autant qu'il étoit poſſible, des vérités clairement exprimées. Il y auroit, ce me ſemble, un parallèle aſſez juſte a faire entre *Ariſtote* & *Descartes*, par rapport aux ſervices que l'un & l'autre ont rendus à la Philoſophie, rélativement à l'état où ils l'ont trouvée. Le premier n'avoit dans ſes prédéceſſeurs que des gens myſtérieux, qui, ſoit d'une maniere, ſoit d'une autre, avoient fait tout ce qu'ils avoient pû pour n'être pas compris; car les obſcurités du Platoniſme n'en cedent guères à celles du Pythagoriſme. *Ariſtote* porta la lumiere dans ces ténébres; il donna des définitions des choſes, il apprit à raiſonner, il diſtribua la Philoſophie en diverſes parties, qu'il traitta chacune ſéparément & avec beaucoup d'ordre. Ce que *Ciceron* dit de lui; *Ariſtoteles utriusque partis Dialectices Princeps*, eſt déjà un très grand éloge, puisque la Dialectique eſt l'inſtrument ſans lequel les autres Sciences ne peuvent être faiſies; mais il peut être étendu beaucoup plus loin, & cette qualification de *Princeps* convient à *Ariſtote* dans presque toutes les parties de la Philoſophie. Auſſi ceux qui affectent du mépris pour lui, le font généralement parlant par ignorance; ce ſont des échos qui répétent confuſément ce que d'autres ont dit; mais tout Savant qui eſt en état de puiſer dans les ſources ne diſconviendra jamais que l'Antiquité ne nous en ouvre point de plus riche que celle des Ecrits d'*Ariſtote*. Seulement il faut avoir égard au tems ou il vivoit, & aux obſtacles qu'il a ſurmonté. Il ſeroit ridicule de prétendre qu'il ait pû & dû ſçavoir des choſes à la connoiſſance desquelles on n'eſt parvenu qu'une vintaine de Siècles après lui, & à la faveur de ces Inſtrumens ſi merveilleux qui ont changé en quelque ſorte à nos yeux la face de la Nature.

Descartes trouva dans les Scolaſtiques, à peu près ce qu'*Ariſtote* avoit trouvé dans les Pythagoriciens & dans *Platon*. Les Scolaſtiques étoient à la vérité les deſcendans d'*Ariſtote*, ſi je puis m'exprimer ainſi, mais ils avoient furieuſement degénéré; & ſi ce Chef de

leur École étoit revenu au monde, il n'auroit assurément pas approuvé l'usage qu'ils avoient fait de sa doctrine, la déférence aveugle qu'ils avoient pour toutes ses paroles, le plus souvent mal entenduës, & la perte qu'ils faisoient de leur tems en vaines ergoteries. Il falut que *Descartes* détruisit une tyrannie des mieux établies, qu'il convainquit les hommes, & de tous de hommes les moins propres à être convaincus, les Philosophes, que cette Science de mots dont ils avoient fait leur seul objet, ne méritoit que le mépris d'un Amateur sincère de la vérité, & en particulier que ces qualités occultes qu'ils avoient fait servir avec tant de confiance à l'explication de tous les phènomenes, étoient l'opprobre de l'esprit humain, & le fléau de la saine Philosophie. Ces qualités occultes étoient avant *Descartes* ce que les Allégories étoient avant *Aristote;* & voilà sur quoi je fonde principalement l'espece de parallèle que je donne de ces deux Philosophes, auxquels seuls, & exclusivement à tout autre, appartient, si je ne me trompe, le glorieux titre de Restaurateurs de la Philosophie. Car si vous ôtez *Aristote* de son Siecle, & *Descartes* du sien, je maintiens que nous en serions encore aux vertus inconcevables des Nombres de *Pythagore*, & aux Idées éternelles de *Platon.*

Mais ce qui acheve la conformité dans ce parallèle, c'est que l'un & l'autre, *Aristote* & *Descartes*, après avoir fait humainement tout ce qui dépendoit d'eux, pour mettre de l'ordre & de la solidité dans la Philosophie, n'ont pû faire tellement disparoitre les fantômes auxquels ils en vouloient, qu'ils n'ayent encore beaucoup eu d'influence sur les Siècles qui les ont suivi. Depuis *Aristote*, le Platonisme a eu de grands retours; il y a eu celui des Pères, dont nous avons déjà parlé, & dans des tems beaucoup plus voisins on a vû un Platonisme renouvellé, dont on peut lire l'Histoire dans M. *Brucker*, ou dans M. *Deslandes.* Il reste encore un fonds considérable de goût pour le mystèrieux dans les hommes; c'est la source du mystique & du fanatisme, qui naissent quelquefois au moment qu'on s'y attend le moins, & sont de toutes les contagions la plus rapide. La spiritualité outrée

en

en fait de Religion, certaines notions de la Chymie qui forment une eſpece de Science à part, & bien d'autres travers de l'eſprit humain, ſont dûs aux mêmes diſpoſitions naturelles de l'Ame qui acquèroient autrefois tant de Diſciples à *Platon* & à *Pythagore*.

J'en dis autant des qualités occultes: elles ont ſurvêcu à *Descartes*, elles ont repris un empire étonnant dans la Philoſophie, & peut-être n'ont elles jamais été plus en vogue qu'aujourdhui. L'attraction générale qui fait la baſe du ſyſtème le plus accrédité, & cette foule d'attractions particuliers ſur leſquelles on fonde tant d'hypotheſes différentes, que ſont-elles ſinon de vrayes qualités occultes, comme d'habiles gens l'ont dit & prouvé tant de fois? *Descartes* rappellé à la lumiere ne ſeroit pas ſurpris qu'on ait détruit les édifices qu'il avoit bâtis à la hâte; mais il le ſeroit de voir ceux qu'on leur ſubſtituë, & le peu d'attention qu'on fait à ſa régle fondamentale: „ Qu'il ne faut „ affirmer d'aucun ſujet que ce qui peut être réellement apperçu dans „ l'idée diſtincte de ce ſujet. „

Je crois découvrir dans un ſeul principe l'origine commune de toutes les différentes manieres de philoſopher, qui ont été indiquées dans ce Mémoire. Ce principe, c'eſt la démangeaiſon de tout expliquer, ou le deſir de paroitre inſtruit de tous les ſecrets de la Nature. Dans les tems les plus anciens on avoit encore ſi peu de connoiſſances acquiſes, qu'il faloit couvrir ſon ignorance du voile le plus épais de tous, de celui des Myſtères & des Allégories. Tant qu'il y eut moyen d'en impoſer par cette voye à la crédulité du vulgaire, les Philoſophes s'en prévalurent, & crurent même quelquefois poſſéder des Tréſors cachés, tandis qu'ils n'avoient que le vaſe, ou l'envelope; à peu près comme ces gens qui, après s'être ſouvent vantés de quelque choſe qu'ils ſavoient bien dans les commencemens ne pas leur convenir, le perſuadent à la fin qu'ils en ſont poſſeſſeurs. Quand les premieres ténébres furent un peu diſſipées, & que l'Aurore des Sciences commença à paroitre, on voulut percer ces voiles; & l'eſprit humain n'é-

tant pas ſatisfait de ce qu'il y trouva renfermé, on ſe mit à raiſonner ; mais le raiſonnement devint bientôt un babil, les Sophiſtes prirent la place des Philoſophes, la Science ſe changea en Art, & cet Art ſe réduiſit à de vaines ſubtilités. Voilà le ſecond âge de la Philoſophie. Nous vivons dans le troiſième, où la lumiere ſemble des plus éclatantes ; mais il y a bien des faux-jours, des lueurs trompeuſes, & il réſulte de la réunion des rayons qui éclairent l'Horizon philoſophique un genre de clarté, qui eſt peut-être plus éblouïſſant que propre à nous préſenter les choſes ſous leur véritable point de vuë.

Joignons donc à l'eſpoir une humble défiance ;
Et craignant les écarts où jette la Science,
Attendons que la Mort, ce Maître univerſel,
Découvre à nos eſprits les Loix de l'Eternel.

Eſſai ſur l'Homme, trad. par Du Reſnel. Epit. I. v. 125-128.

SUR

SUR

L'IDENTITÉ NUMÉRIQUE,

PAR M. MERIAN.

Tant que j'ai une perception dans l'eſprit, & que je n'y remarque aucun changement ; je dis que c'eſt la même perception. Voilà, je crois, la vraye origine de la notion de *l'Identité Numérique* ; on peut la définir *une continuité d'exiſtence*, ou *l'exiſtence continuée.*

Une perception qui me vient, ou par les ſens, ou par l'imagination, n'eſt qu'un mode paſſager de mon ame, & n'eſt plus rien auſſi-tôt que je ceſſe d'en être affecté : renfermée entre ſon apparition & ſa diſparition, ſon être ne s'étend pas audelà de ces deux termes : on ne peut donc jamais dire, en parlant avec l'exactitude philoſophique, que l'on revoit, que l'on retouche, que l'on ſent de nouveau un objet, que l'on a vû, touché, ou ſenti ; cet objet n'a été qu'une ſenſation ; & une ſenſation paſſée ne ſauroit être une ſenſation préſente.

De célebres Philoſophes ſe ſont trompés ſur ce ſujet : ils ont confondu l'Identité numérique avec une autre eſpece d'Identité, qui uſurpe ce nom par métaphore, mais qui au fond n'eſt que reſſemblance ; cette équivoque leur a été une ſource féconde d'erreurs, & les a fait étrangement déraiſonner. Je hazarderai ici une conjecture ſur ce qui peut leur avoir fait illuſion au point de leur faire confondre des choſes auſſi différentes.

Ne ſeroit-ce pas ce faux jugement qui réaliſe nos ſenſations en les répandant au dehors ſur de prétendus objets ſéparés de notre ame ? Nous nous figurons ces objets comme des ſubſtances durables & permanentes, & n'ayant pas réfléchi que nous ne ſentons, ni ne pouvons ſen-

tir qu'en nous-mêmes, nous nous accoûtumons à prendre des perceptions qui ſe reſſemblent pour un même ſujet, dont l'exiſtence, indépendante de la nôtre, continue pendant l'intervalle du tems qui s'écoule entre ces perceptions.

Les premiers élémens de la Philoſophie détruiſent cette erreur, mais le préjugé, devenu une ſeconde nature, revient ſans ceſſe mêler ſes ombres aux lumieres pures de la raiſon. La vûe & le toucher paroiſſent avoir quelque choſe de plus propre que les autres ſens à entretenir en nous cette fauſſe opinion : il me ſemble qu'on perſuaderoit plûtôt à un homme, qu'en approchant deux fois une fleur de l'organe de l'odorat il ſent deux odeurs, qu'on ne lui feroit croire qu'en fermant & en rouvrant les yeux, il eut vû deux fleurs numériquement diſtinctes : perſonne ne doute qu'il n'ait entendu deux ou trois ſons, lorſqu'il a pû les compter : mais on ne conviendra pas également qu'on ait vû plus d'un clocher, lorſqu'on y aura tourné les yeux à diverſes repriſes. C'eſt que le commun des hommes regarde les ſons & les odeurs comme des émanations des corps ſonores & odoriférans ; au lieu qu'il prend les figures & les couleurs pour quelque choſe d'inhérent dans les corps, pour quelque choſe qui fait partie de leur être, indépendamment de la perception que nous en avons.

Pour ſe détromper, il n'y a qu'à ſe bien convaincre que tous les ſens ſont dans le même cas à cet égard : que la vûe & le toucher n'ont point de privilege ſur les autres : que leurs objets n'ont pas plus de réalité que ceux du goût, de l'ouïe, & de l'odorat : & que par conſéquent il eſt univerſellement impoſſible que nous ſentions deux fois la même choſe.

D'ailleurs d'où concluroit-on que ce fût la même ? Il faudroit s'en raporter à la fidélité de notre mémoire, fidélité ſouvent ſujette à caution. Si pendant notre abſence, on avoit ſubſtitué un objet ſemblable à la vûe, n'aurions-nous pas autant de raiſon de le prendre pour le même objet, que nous en avons de prendre pour la même la ſenſation

tion qu'il cauſe? ſurtout, puisque nous ne jugeons la ſenſation telle, que parce que nous la confondons avec cet objet, que nous croyons avoir demeuré.

Cette *continuité d'exiſtence*, qui eſt le caractère de l'Identité, peut, comme nous avons vû, avoir été tirée de chaque perception qui s'eſt conſervée dans notre ame durant un certain temps, lequel nous aurons méſuré par le changement d'autres perceptions; mais ce qui probablement a le plus contribué à fixer ce caractere dans notre eſprit, c'eſt le ſentiment de notre propre être, qui demeuroit invariable, pendant que tout changeoit autour de nous, de ce *Moi* penſant, qui eſt comme une toile permanente où la Nature vient peindre ſes variétés.

A peine les Philoſophes s'étoient-ils formé l'idée de la *ſubſtance*, qu'ils lui appliquerent la même définition: De là eſt né le canon général, que la *même choſe ne peut pas exiſter deux fois:* c'eſt à dire, que la même choſe ne peut ni exiſter dans deux eſpaces à la fois: ni exiſter dans un tems, ne plus exiſter dans un autre, & exiſter de nouveau dans un troiſième.

L'Onrologie eſt le dictionnaire raiſonné de nos idées: elle doit développer leur naiſſance, refaire leurs combinaiſons, ſuivre leurs progrès; elle eſt, en un mot, l'hiſtoire fidele de l'eſprit humain. Il ne faut donc pas s'imaginer que les diſtinctions que nous venons de poſer ſoient entièrement arbitraires. Il étoit arbitraire ſans doute d'attacher un nom commun à l'Identité & à la Reſſemblance: mais ces deux notions n'en ſont pas moins diſtinguées dans l'entendement, & n'en remontent pas moins à une double origine: or toute leur différence conſiſte en ce que la même choſe n'eſt qu'une; & que les choſes ſemblaſont pluſieurs, ou plus d'une. Changez ces conceptions, la liſte de vos idées ſera brouillée, & l'Identité ſera confondue avec la Reſſemblance.

C'eſt

C'eſt, ſi je ne me trompe, ce qui arrive à ces ſpéculateurs qui prétendent que Dieu peut anéantir les ſubſtances, & les créer de nouveau, en ſorte qu'elles redeviennent exactement les mêmes qu'elles étoient avant leur anéantiſſement. Il ſuit de leur theſe, que toutes les ſubſtances pourroient alternativement ſortir du néant & y rentrer, ſans jamais ceſſer d'être les mêmes.

Voici la raiſon dont ils appuyent cette ſinguliere doctrine : la création, diſent ils, n'eſt autre choſe que la *réaliſation* d'une idée tracée dans l'entendement divin, & par conſéquent, autant de fois que la même idée eſt réaliſée, le même être eſt rétabli. Si cela eſt vray, j'avoüe que je ne ſais plus en quoi une choſe differe de pluſieurs choſes.

D'autres, à ma place, ſe contenteroient peut être de renvoyer cette ſpéculation hors de la ſphère des ſciences philoſophiques : des matieres auſſi incompréhenſibles, & qui tiennent du ſurnaturel, ne ſont point applicables, diroient-ils, à la formation de nos idées, qui ſe fait ſelon le cours ordinaire de la nature : nous croyons le dogme de la création ſans prétendre le ſonder ; & nous n'écoutons pas les difficultés qu'on en peut tirer contre nous.

Je ne me trouve pas réduit à de pareils expédiens. Il me ſuffit de dire que la toute-puiſſance elle-même ne peut pas faire que deux ſoyent un, parce qu'elle ne peut pas changer les vérités éternelles. Elle peut anéantir ſon ouvrage : elle peut en refaire un parfaitement ſemblable ; mais elle ne ſauroit rendre la réalité à ce qui l'a perdue : ſi la nuit du néant nous engloutit, c'eſt pour toujours : ſon gouffre ne rend point ce qu'il a dévoré.

Les expreſſions figurées que je viens d'employer, me rappellent une choſe qui fait ſouvent illuſion au peuple, & qui n'en devroit pas faire aux Métaphyſiciens. On veut avoir une idée du néant ; & le plus court eſt de ſe le repréſenter comme un abiſme ténébreux, où les ſubſtances peuvent être plongées, & d'où l'on peut les retirer : en diſant

ſant que ce qui n'eſt plus peut recommencer ; on ſuppoſe tacitement qu'il eſt encore, qu'il exiſte ſous une forme inviſible, & qu'il n'a qu'à reparoître.

Mais, pour dire quelque choſe de plus précis, les philoſophes qui ſont dans cette opinion, n'admettent ils pas, en vertu de leur preuve, que Dieu agit ſucceſſivement ? Et quand ils ne l'admettroient pas ; ne puis-pas toujours leur demander, où eſt la difficulté de concevoir qu'il réaliſe deux fois la même idée, ſans que les deux réalités, qui ſont le réſultat de ſon action, ſoient la même réalité? Que dis-je? Pouvons nous le concevoir autrement ? Un architecte exécute deux fois le même plan : un peintre tire deux copies d'après le même original : s'aviſera-t-on de ſoûtenir que les deux édifices, où les deux tableaux ne ſoient pas deux ? Soit donc que le Créateur réaliſe deux fois ſon archétype dans deux inſtans, ſoit qu'il le réaliſe deux fois dans le même inſtant, ce qu'il peut faire de l'aveu du grand *Leibnitz* & des plus éclairés de ſes diſciples; n'aura-t-il pas également créé deux êtres? Et ne ſera-t-il pas tout auſſi abſurde de prendre pour une ſeule réalité deux réalités ſucceſſives que de vouloir fondre en une deux réalités coëxiſtantes ?

Enfin, qui ſera aſſés téméraire pour oſer déterminer la maniere dont les poſſibles exiſtent dans l'entendement divin ? Que ſait on ſi dans cet océan de connoiſſances chaque repréſentation n'eſt point multipliée à l'infini pour repréſenter le pouvoir de la réaliſer à l'infini ? Les Philoſophes peuvent avoüer ici leur ignorance ſans rougir ; & ils devroient rougir de ne l'avoüer pas.

On diviſe communément toutes les ſubſtances en matérielles & immatérielles ; mais il y a des philoſophes qui croyent que tout eſt matiere ; d'autres ne reconnoiſſent dans le monde que des êtres ſimples : d'ailleurs cette diviſion ne nous inſtruit de rien touchant les diverſes claſſes des êtres ; c'eſt comme ſi on diviſoit les animaux en cheval & ce qui n'eſt pas cheval. Dire que les ſubſtances ſont toutes ou corps ou

eſprit, c'eſt peut-être faire une énumération incomplete, peut-être auſſi cette énumération a-t elle un membre de trop ; & peut-être a-t-elle ces deux défauts à la fois.

Quoi-qu'il en ſoit, nous avons vû en quoi conſiſte l'Identité des corps conſidérés comme phénomenes ; mais ſi ces phénomenes ſont produits ou occaſionés par des êtres extérieurs, étendus, impénétrables, diviſibles à l'infini ; de quoi dépendra leur identité ? En quel ſens pourra-t-on dire qu'ils ſont & demeurent les mêmes ?

La diviſibilité à l'infini cauſe ici un embarras qui a porté de grands hommes à dépouiller les corps de cette propriété ; cependant elle eſt ſi étroitement liée avec l'étendue que l'une ne ſauroit périr ſans entraîner l'autre.

Il a paru encore aſſés difficile d'accorder à ces ſujets matériels le nom de ſubſtance : Leur unité n'eſt qu'une unité *collective ;* ce ne ſont proprement que des amas d'une infinité de particules, dont chacune eſt faite de la même étoffe que le Tout, & a le même droit de réclamer le titre de ſubſtance.

Il me ſemble qu'on pourroit regarder ces deux circonſtances comme étrangeres à la queſtion, & comme n'affectant point la notion de l'identité. La matiere dont un corps eſt compoſé demeurera la même tandis qu'il ne s'en ſera ſéparé aucune de ſes parties, la quantieme qu'elle ſoit : & le corps ſera le même, tandis que ces mêmes parties conſerveront entr'elles leur arrangement reſpectif : la continuation d'exiſtence fait l'identité de la matiere : jointe à la continuation de l'ordre de la coëxiſtence elle fait l'identité du corps : Et ce qui ſe dit du tout, ſe dit de chaque particule, puiſqu'il n'y en a point qui ne puiſſe être enviſagée comme un Tout à ſon tour.

L'objection priſe des dernieres parties porte manifeſtement ſur une fauſſe idée : il n'y a point de ces parties là dans des ſujets diviſibles à l'infini, leur exiſtence ſuppoſeroit que la diviſion pût être achevée, c'eſt

c'eſt à dire, que la diviſibilité n'allât point à l'infini. Pour ce qui eſt du nom de ſubſtance, il eſt indifférent de le donner, ou de le réfuſer aux corps ; il ne s'agit pas du nom, mais de la choſe.

Enfin, la matiere, ſans préjudicier à ſa diviſibilité à l'infini, pourroit être un compoſé d'élémens parfaitement ſolides, & dont aucune force naturelle ne fût en état d'ébranler les parties. Alors chaque maſſe de matiere enfermeroit, dans ſon contour, une quantité finie de ces corpuſcules indiſſolubles ; elle demeureroit la même, tant qu'elle les conſerveroit tous ſans addition & ſans diminution : & les corps ſeroient les mêmes, tant que ces élémens garderoient entr'eux les mêmes rapports.

Si l'Identité de la matiere brute a ſes difficultés, la matiere organiſée en préſente de bien plus grandes. Cette foible plante, qui perce à peine le ſein de la terre, devient un chêne élevé, qui porte ſa tête orgueilleuſe dans les nues ; eſt ce le même arbre ? Cet enfant nouveau né, qui ne fait qu'ouvrir ſes yeux à la lumiere, ayant paſſé par tous les degrés de l'age humain, tombera dans la vieilleſſe & dans la décrépitude ; eſt ce le même homme ? Cet œuf, ce ver, cette matiere inanimée, contenue dans les enveloppes de la Chryſalide, ce papillon qui en ſort, eſt ce toujours le même animal ? Peut-être que dans leur dernier période il ne reſte à ces corps organiques aucune des parcelles dont ils étoient compoſés dans le premier.

Selon M. *Locke*, cette Identité eſt la même vie, continuée dans différentes particules de matiere, qui ſe ſuccedent les unes aux autres ; mais il ne nous apprend, ni ce que c'eſt qu'une *Vie*, ni comment elle ſe peut conſerver la même dans un flux continuel de particules. Se la repréſenteroit il, à la façon des anciens, comme quelque choſe de durable & de ſubſtantiel ? Si la vie n'eſt qu'une certaine ſuite de mouvemens & de modifications, qui arrivent dans le corps vivant & organiſé ; il eſt clair que toutes les molécules de ce corps, étant diſſipées, & remplacées par des molécules nouvelles, les modifications & les mouvemens de celles-ci ne ſauroient être les modifications & les mouvemens de celles-là.

Je

Je dis plus. Je ſuppoſe qu'un corps, organiſé ou non organiſé, fut réſolu en ſes élémens, & que ces élémens, diſperſés pendant un ſiecle par tout le vaſte univers, vinſſent à être rejoints comme ils l'étoient, & que chaque choſe fut remiſe en ſa place : on pourroit dire, à la rigueur, que la matiere de ce corps eſt encor la même, mais on ne pourroit pas en dire autant de la rélation que ſes parties gardent entr'elles, ou de ſon organiſation, en cas qu'il fût organiſé. La raiſon en eſt évidente pour qui nous a ſuivis. Les élémens de ce corps ont joui d'une exiſtence continue ; & quelque transformation que le corps ait ſubi, dans l'eau, dans l'air, dans la terre, dans le feu, leur nature s'eſt conſervée inaltérable : ils ont réſiſté à tous les chocs, & à tous les bouleverſemens : voilà pourquoi ils ſont encore ce qu'ils étoient. Mais leurs rélations ont péri dès la diſſolution du corps qui les uniſſoit : ils en ont ſucceſſivement pris une infinité d'autres, qui ont péri à leur tour : Et voilà pourquoi ils ne peuvent jamais reprendre celles qu'ils ont quittées, quoiqu'ils en puiſſent prendre de parfaitement ſemblables.

Si nous parlons ici avec la préciſion philoſophique, ce n'eſt pas que nous prétendions impoſer la même loi à ceux qui n'ont point traité ce ſujet en philoſophes. On ne ſauroit ſe rendre plus ridicule qu'en voulant expliquer le langage ordinaire, qui eſt fait pour tous les hommes, par des Idées métaphyſiques, qui ne ſont faites que pour le contemplateur. Rien donc de plus frivole que ces queſtions tant agitées chez les Théologiens, ſur l'Identité de nos corps, ranimés de la pouſſiere par le ſouffle vivifiant du Créateur. Quand ce point ſeroit clairement révélé, quand il ſeroit eſſentiel au dogme de la réſurrection, quand il ne ſeroit pas ſujet à des difficultés trop connues pour être répétées ; il ſeroit pourtant indubitable, que l'Ecriture, parlant le langage commun, ne pourroit jamais entendre cette Identité préciſe & Numérique que nous venons d'analyſer.

Tout ce qu'on peut imaginer de plus raiſonnable & pour décider cette diſpute Théologique, & pour fixer l'identité des corps organi-

ganiſés en général, c'eſt de leur ſuppoſer à tous des parties féminales, incorruptibles & indiſſolubles, un certain ſyſteme d'élémens qui ſert de baſe à l'organiſation, à peu près comme la chaîne ſert au tiſſeran, ce ſyſtème, dont toute la contexture ſubſiſteroit parmi tous les changemens de la matiere, conſervant toutes ſes parties dans le même arrangement, feroit la vraye identité du corps végétal & animal. C'eſt en ce ſens que le chêne ſuranné & le jeune arbriſſeau ſeroient la même plante, & que le vieillard, l'enfant, l'embryon même, ainſi que le ver, la Chryſalide, & le papillon, ne feroient qu'un animal. C'eſt par là encore que l'on conçoit, comment nos corps peuvent ſe retrouver au-de-là du tombeau : ce germe, ſe conſervant toujours en entier, ſera toujours propre à reproduire le même homme, le même pour le fond, quoique revêtu de nouvelles enveloppes, comme il lui arrive pluſieurs fois durant cette vie. L'illuſtre auteur de la *Venus phyſique* a propoſé, ſur ce ſujet, les conjectures les plus ingénieuſes, que l'on pourroit mettre en œuvre pour expliquer cette eſpece d'Identité.

Il s'eſt trouvé des ſpéculateurs qui ont pouſſé cette idée plus loin : ils ont pris le principe penſant pour une organiſation ſemblable, mais infiniment plus ſubtile. Le plus fort argument qu'on leur ait oppoſé, eſt tiré d'une Identité dont nous parlerons bientôt, de l'*Identité perſonelle*. Il a paru contradictoire que ce ſentiment du *Soi*, qui accompagne toutes les penſées, & qui ſemble être le caractere indélébile des Intelligences fût un agencement de pluſieurs parties, que l'on en pût concevoir, la moitié, le tiers, le quart, & ainſi de ſuite. Je ne m'arrête point à examiner ce qui a été dit de part & d'autre, & je paſſe, tout d'un coup, aux ſubſtances ſpirituelles & indiviſibles.

Un être ſimple, tel que nous ſuppoſons ici l'être penſant, ne pouvant commencer que par la création ni périr que par l'anéantiſſement, jouit d'une exiſtence continue, & demeure véritablement le même pendant tout le cours de ſa durée : Quoiqu'il paſſe par une ſuite d'états qui naiſſent & périſſent ſucceſſivement, il faut toujours diſtinguer le

fond durable de ſon être de ces états, qui n'en ſont que des modifications tranſitoires.

Les Philoſophes *Monadiſtes*, rafinant ſur le ſyſteme de *Leibnitz*, ou peut être pour ſubvenir à ſes beſoins, ont avancé que tous les modes de l'être ſimple coulent de ſon eſſence, & concourent eſſentiellement à la conſtitution de ſon individu : ſelon eux, avec des perceptions différentes de celles que j'ai, que j'ai eues, ou que j'aurai, je ne ſerois plus la même Monade : ſi je n'écrivois pas, par exemple, ce que j'écris actuellement, je ne ſerois pas *Moi*, le fond de mon être ſeroit tout autre, je ſerois une autre ſubſtance. Sans m'enfoncer dans les profondeurs de cette théorie, je me contente de remarquer que je ne vois pas la moindre empreinte de néceſſité interne dans mes perceptions : Je conçois, ſans ombre même de contradiction, que je pourrois en avoir de très différentes de celles que j'ai, ſans que pour cela je fuſſe transformé en un autre être.

Je ne connois qu'une choſe dans mon ame qui paroiſſe lui être eſſentielle ; c'eſt le ſentiment du *Moi*, inſéparable de mon intelligence ; toutes les autres perceptions ſont ſujetes à la viciſſitude ; ce ſont des ombres légeres qui ne font que paſſer devant moi ; celle-ci me ſuit par tout, & ne m'abandonne jamais. Les autres peuvent me tromper, & me trompent en effet ; mais s'il y a quelque choſe de certain, c'eſt aſſurément que je ſuis *Moi même :* c'eſt par là que mon exiſtence préſente ſe lie à mon exiſtence paſſée : de là cet interêt perſonel que je prends à mon propre Individu, & que je répands, dans une juſte meſure, ſur les choſes qui m'environnent. Sans ce ſentiment point de réminiſcence, point de penſée, & probablement point d'ame.

M. *Locke* a fait ſur la perſonalité des ſpéculations qui ont l'air un peu paradoxe ; mais on ne doit point les mettre à la charge de ce grand Philoſophe, dont l'intention n'étoit que de ſe prêter à toutes ſortes d'hypotheſes ; on doit, au contraire, lui ſavoir gré de ſa modeſtie : il ne préſumoit pas aſſés de lui-même pour oſer déterminer en quoi con-

conſiſte la nature de l'ame : s'il pouvoit revenir dans un tems où nous croyons ſi bien la connoître ; il ſeroit ſans doute fort étonné de nos progrès.

Nous nous ſommes délivrés de toutes ces diſcuſſions, en définiſſant notre ame un être immatériel penſant. Si le ſentiment du *Soi* lui eſt eſſentiel, la perſonalité ſubſiſtera auſſi long-tems que la ſubſtance à qui elle eſt intimément unie. Que cette ſubſtance ſubiſſe en-ſuite telles variations qu'on voudra : qu'elle ſe produiſe ſous mille & mille métamorphoſes : qu'elle circule dans tous les corps organiſés ; ſon identité perſonelle la ſuivra par-tout, ce ſera toujours la même perſonne, à prendre ce terme dans la rigueur philoſophique ; & pourquoi ne le ſeroit elle pas auſſi bien que dans une vie où les particules du corps qu'elle anime, ſont perpétuellement en fluctuation, & où elle change ſi ſouvent de dépouilles ? Le corps & la figure, quelque prix que l'on y attache, ne ſont que des choſes accidentelles, peut être même ne ſont ce que des repréſentations : nous marchons tous à grands pas vers le terme fatal qui mettra fin à leur exiſtence paſſagere ; leurs impreſſions ſeront effacées, & il n'eſt pas même ſûr qu'il en reſte des traces dans nôtre ſouvenir ; mais la perſonalité ne ſauroit être compriſe dans cette ruine : s'il eſt vrai que je ſuis aujourdhui la même perſonne que je fus hier, ou que j'étois il y a dix ans ; je n'ai pas plus de raiſon de douter que je ne ſois après ma mort, tant dans le ſens phyſique que dans le ſens moral, la perſonne que je ſuis durant le cours de ma vie : Il n'y a qu'une différence du plus au moins entre les changemens que j'éprouverai à ma derniere heure, & ceux qui m'ont conduit juſqu'au période préſent.

De ſavans Philoſophes ont crû la réminiſcence néceſſaire à la conſervation de l'Identité perſonelle ; & M. *Locke* eſt encore à leur tête. Il ſuffit, ſi je ne me trompe, de la continuation du même *Moi* (*). Ce

(*) En diſputant ſur ce qui fait la *perſonne*, on ne diſpute que ſur un môt, que chacun définit à ſa fantaiſie ; mais il faut bien prendre garde que ces définitions

Ce *moi*, qui étoit joint à une perception, il y a dix ans, & qui aujourdhui eſt joint à une autre, les réuniroit dans ma perſonne, quand même j'aurois oublié la premiere, ou quand je les aurois oubliées toutes deux. Pour qu'il ſoit vrai que j'ay fait, dit, ou penſé quelque choſe ; faut il que je me rapelle ſans ceſſe que je l'ai fait, dit, ou penſé ? Pour être *moi-même*, faut il que j'aye toujours l'hiſtoire de ma vie devant moi ? Le Philoſophe de Samos, ſi ſon ſyſteme étoit fondé, en ſeroit il moins le perſonnage qui ſuccomba ſous la lance de *Ménélas*, quand il n'auroit aucun ſouvenir du ſiege du Troye, & quand il ne pourroit pas dire :

Ipſe ego, nam memini, Trojani tempore belli,
Panthoides Euphorbus eram, cui pectore quondam
Sedit in adverſo gravis haſta minoris Atridæ ?

Je laiſſe là un ſujet que M. *de Prémontval* a traité avec beaucoup de force & de profondeur ; mais pour montrer qu'il ne ſe borne point à de

tions arbitraires ne donnent aucun droit à tirer des conſéquences. Vous faites, par exemple, entrer dans la définition de la *perſonne* le ſouvenir des actions paſſées, & de là vous concluës qu'un homme qui a oublié ce qu'il a fait, ceſſe d'être comptable de ſes actions, parcequ'il n'eſt plus la même perſonne, dans le ſens que vous attachés à ce terme ; il eſt clair que votre aſſertion n'eſt fondée que ſur un jeu de mots, & ſur une définition arbitraire, qui ne ſauroit avoir aucune influence ſur la moralité des actions : Si vous vouliés tirer de là un argument en faveur d'un débiteur qui auroit oublié ou feroit ſemblant d'avoir oublié ſes dettes, tous les juges raiſonnables ſe moqueroïent de vous. Voilà pourquoi je fais entrer le phyſique & le moral dans la notion de la *perſonalité*. La même perſonne dans le ſens phyſique eſt le même *moi* continué dans le même être : dans le ſens moral c'eſt le même *moi* continué dans une Intelligence qui prend interêt à ſon individu, qui eſt capable de ſentir le plaiſir & la douleur, & qui par conſéquent a pû mériter & démériter par ſes actions libres.. Ce que je dis là deſſus eſt juſte, non parcequ'il m'a plû de définir ainſi ; mais parceque le fond des choſes eſt vray, de quelque façon qu'on définiſſe : tout comme il eſt vrai en François, en Allemand, en Eſpagnol, en toute langue, & indépendamment de toute langue.

de ſteriles contemplations, je ferai voir, en peu de mots, l'influence qu'il a ſur la ſanction des loix divines & humaines, dont cette doctrine eſt en effet le fondement. Je m'attacherai, en particulier, à l'article des punitions, dont le raport avec l'identité perſonelle a quelque choſe de plus frappant que celui des récompenſes.

Tout châtiment ſuppoſe une méchante action, commiſe par un agent libre & ſenſible à la douleur. Sans la liberté le châtiment eſt injuſte : ſans la faculté de ſentir, il eſt inutile ; ou plûtôt ce n'eſt pas un châtiment.

On punit, ou pour le bien du coupable, ou pour celui de la ſociété ; ou enfin la punition eſt une ſuite néceſſaire du crime, ſoit parce que tel eſt l'ordre naturel des choſes, ſoit parceque tels ſont les effets inévitables de la juſtice de l'être ſupreme.

On voit du premier coup d'œil, jusqu'à quel point la réminiſcence eſt néceſſaire, lorsqu'en puniſſant on ſe propoſe pour but la correction du coupable. On voit auſſi qu'elle n'eſt point abſolument néceſſaire lorsqu'on n'a en vûe que le bien public, ſoit que ce bien conſiſte à retrancher un membre gangréné du corps de l'état, ſoit à réprimer, par un exemple ſalutaire, le débordement du vice. Au premier cas, il ſuffit au ſage médecin de ſavoir qu'un mal incurable exiſte, pour ordonner le retranchement de la partie qu'il a gagnée : au ſecond il ſuffit que le crime ſoit avéré & devant les juges & devant le public. Si c'eſt l'uſage des tribunaux d'exiger la confeſſion du criminel, c'eſt en partie pour obtenir le premier but conjointement avec le ſecond, en partie pour donner à celui-ci plus d'efficace, & pour rendre le ſpectacle du ſupplice plus édifiant.

Mais le troiſième genre de châtiment, que l'on dit être attaché à l'infraction de la loi naturelle par un ordre immuable de la nature ou de la Divinité, me paroit devoir ſubſiſter indépendamment de toute réminiſcence. Si le *mal d'action* eſt néceſſairement expié par le *mal de paſſion*, que peut il importer que celui qui a commis la faute s'en ſouvienne ou ne s'en ſouvienne pas? Quand il auroit bû, dans les ondes de

Lethé, l'oubli de toute ſa conduite paſſée ; cette conduite ne lui en appartient pas moins ; il n'en eſt pas moins reſponſable : c'eſt toujours lui qui l'a tenue.

Un homme qui après s'être ſouillé d'un crime énorme, tomberoit dans une frénéſie qui ôtât de ſon eſprit jusqu'aux moindres veſtiges de tout ce qui s'eſt paſſé, ceſſeroit il d'être puniſſable ? Et dans le cas oppoſé un héros qui ſe ſeroit ſignalé par de grandes & belles actions, & à qui un accident fatal en auroit enlevé le ſouvenir, devroit il être fruſtré de la récompenſe qui lui eſt dûe ? Ou bien, ſes actions ont elles perdu dès lors toute leur valeur intrinſeque ? S'il oublie les ſervices qu'il a rendus ; ſon prince, ſa patrie, ceux qu'il a ſervis, doivent ils les oublier ? Rien, au contraire, ne fait plus d'honneur à l'humanité, rien ne rehauſſe plus la gloire d'une nation, que de voir ſes grands hommes & ſes citoyens vertueux recompenſés jusques dans leur poſtérité, que de voir leur mémoire chérie, & reſpectée, & la reconnoiſſance des peuples immortaliſée ſur le marbre & le bronze ; mais pendant qu'on rend ces hommages à leurs cendres éteintes, & à leurs manes inſenſibles, croiroit on ne leur abſolument rien devoir à eux mêmes s'ils avoient encore quelque degré de ſentiment, quoique ſans mémoire, pour la belle raiſon que puisqu'ils ne ſe ſouviennent pas de ce qu'ils ont fait, ce n'eſt pas eux qui l'ont fait ?

Si un manque de ſouvenir rompoit les liens de la perſonalité, un faux ſouvenir devroit l'étendre ou la multiplier. On a vû des cerveaux ſi fortement frappés de certaines idées qu'ils ſe ſont attribué des actions où ils n'avoient pas la moindre part, & dont un cerveau ſain ne ſongera jamais à les rendre reſponſables. Si une telle réminiſcence faiſoit la perſonne ; que de perſonnes ſouvent n'y auroit il pas dans une ſeule tête ?

Il n'y a qu'un être penſant & libre qui puiſſe mériter & démériter ; mais un imbécile peut être puni pour des actions commiſes avant ſon imbécilité. Cela ſe peut, & ſouvent cela ſe doit. Cela ſe peut parce que il demeure ſenſible à la douleur. Cela ſe doit, en ſuppoſant une proportion néceſſaire entre le pêché & la peine, & en ſuppoſant de plus

que cette proportion n'a pas été obſervée avant ce tems. En diſant que ce n'eſt plus la même perſonne, on ne feroit qu'une miſérable chicane ſur un mot : *Cajus* en délire, & *Cajus* dans ſon bon ſens ne ſont que deux façons d'être du-même *Cajus*, comme *Cajus* éveillé & *Cajus* faiſant des rêves : il eſt puni comme être ſenſible, pour une action qu'il a commiſe comme être libre : ſa perſonalité eſt inaltérable auſſi long-tems qu'il ſent ſon exiſtence.

Si le dogme de la transmigration des ames étoit d'ailleurs bien fondé ; il n'y auroit rien de ſi abſurde à croire que l'on pût être puni, dans le corps d'une bête, de l'abus qu'on auroit fait de la qualité d'homme, ou de dire, avec les Chrétiens *Pytagoriſans*, que nous ſommes des eſprits dégradés, dans l'état d'expiation, relegués ſur ce globe pour nous préparer mutuellement notre enfer ou notre purgatoire. Je ne ſuis pas aſſés Miſantrope pour nourrir une ſi ſombre idée ; je dis-ſeulement qu'elle ne pêche point par cet endroit, & qu'elle n'a rien de contraire à la notion de l'identité perſonelle.

Les Philoſophes dont la doctrine mene à la conſéquence que nous pourrions être créés & anéantis à chaque inſtant, ſont dans un cas bien plus défavorable à cet égard. Un être pêche, & rentre dans le néant : auſſitôt il paroit un autre être, formé ſur le même modele, & il eſt puni pour les fautes du premier ; comment concilier cecy avec les loix éternelles de la juſtice ? Car enfin, cela ne revient il pas au même que ſi Dieu, ayant créé l'être A, & l'être B à la fois, châtioit ſur B toutes les fautes commiſes par A ? ou que ſi partageant ma vie en deux portions, dont la premiere contint toutes mes iniquités, & la ſeconde tous les maux qui en ſont les ſuites, il me laiſſoit achever le premier tome de mon hiſtoire, & m'ayant anéanti à la fin de la derniere page, il chargeoit du ſecond une nouvelle ſubſtance, que dans cette vûe il tireroit tout exprès du Néant.

LA THÉOLOGIE DE L'ETRE,

OU

CHAINE D'IDE'ES DE L'ETRE JUSQU'A' DIEU.

Multùm ſeries junctúrque pollet.

PAR M. DE PREMONTVAL.

§. I.

De la Simplicité de l'Etre.

Etre ou *exiſter*; un *Etre*, une *Choſe*: mots qui ne doivent ni ne peuvent ſe définir.

Quelque choſe exiſte: ou, il y a quelque Etre.

Ce qui exiſte n'eſt qu'un ſeul Etre, ou ce ſont pluſieurs Etres.

S'il y a quelque choſe qui ne ſoit qu'un ſeul Etre & non pluſieurs Etres, je l'appelle *Etre ſimple.*

S'il y a quelque choſe qui ſoit pluſieurs Etres & non un ſeul Etre, je l'appelle *Etre compoſé.*

Tout Etre compoſé, ou toute Collection de pluſieurs Etres, n'eſt pas un ſeul Etre, mais pluſieurs Etres.

Si A eſt un Etre, ſimple ou compoſé, & que B ſoit un autre Etre, ſimple ou compoſé, leur ſomme A + B n'eſt pas un ſeul Etre, mais pluſieurs Etres.

A + B eſt compoſé.

L'exiſtence de A + B préſuppoſe l'exiſtence de A, auſſi bien que l'exiſtence de B.

Pluſieurs préſuppoſent *l'Unité* de ce dont il y a pluſieurs.

Pluſieurs Etres préſuppoſent *l'Unité d'Etre.*

Plu-

Pluſieurs Etres ſuppoſent quelque choſe qui ne ſoit qu'un Etre & non pluſieurs Etres.

Tout Compoſé ſuppoſe le Simple.

S'il y a des Etres, il y a des Etres ſimples ; & à proprement parler, il n'y a que des Etres ſimples.

C'eſt-à-dire qu'à parler proprement, tout Etre compoſé n'eſt point un Etre, mais une Collection de pluſieurs Etres.

Enfin je poſe pour Axiome, *qu'un Etre n'eſt pas pluſieurs Etres, mais un ſeul Etre.*

§. II.

De la Diſtinction des Etres.

Maintenant je ſuis convaincu que *moi qui penſe* je ſuis quelque choſe ; ſoit un ſeul Etre, ſoit pluſieurs Etres ; un Simple, ou un Compoſé.

Je ſuis également convaincu que je ne ſuis pas le ſeul *quelque choſe* qui exiſte ; le ſeul Simple, ſi je ſuis ſimple ; le ſeul Compoſé, ſi je ſuis compoſé.

Hors de moi exiſtent d'autres Etres, ou d'autres Collections d'Etres. (Je prie ces autres Etres, ou ces autres Collections d'Etres, de vouloir bien, quand je me dis perſuadé de leur exiſtence, m'en croire ſur ma parole, ſans m'en demander de Démonſtration.)

Il y a donc pluſieurs Collections d'Etres ; & à plus forte raiſon, pluſieurs Etres ſimples.

Tout Etre ſimple eſt ce qu'il eſt, & n'eſt pas plus un autre Etre ſimple quelconque, qu'il n'eſt pluſieurs Etres ſimples.

Tout Etre ſimple a quelque choſe en lui par quoi il eſt tel Etre ſimple, & non un autre Etre ſimple quelconque.

Au fond ces deux dernieres Propoſitions ne ſont que la même, & c'eſt ce qui rend la ſeconde auſſi inconteſtable que la premiere : mais il faut remarquer que cette expreſſion, *tout Etre ſimple a quelque choſe en lui*, dont on eſt contraint de ſe ſervir faute de termes, eſt très impropre.

J'appelle *Différence individuelle* d'un Etre ſimple, ce par quoi un Etre ſimple eſt tel Etre & non un autre.

Comme les Genres ont leurs *Différences génériques*, par quoi un Genre eſt tel Genre, & non un autre Genre; comme les Eſpeces ont leurs *Différences ſpécifiques*, par quoi une Eſpece eſt telle Eſpece, & non une autre Eſpece: de même tout Individu a ſa *Différence individuelle*, par quoi il eſt tel Individu & non un autre.

Il eſt auſſi abſurde de dire que deux Individus A & B, ſimples ou non, ſont tels qu'il n'y ait rien dans A qui ne ſoit dans B, rien dans B qui ne ſoit dans A, qu'il ſeroit abſurde de dire qu'il y a deux Eſpeces de cercles, la premiere & la ſeconde, rien dans la premiere qui ne ſoit dans la ſeconde, rien dans la ſeconde qui ne ſoit dans la premiere.

Cela même eſt encore plus abſurde des Individus que des Genres & des Eſpeces: car puiſqu'il n'y a que les Individus qui exiſtent, on ne peut concevoir de Genres & d'Eſpeces, *que parcequ'il y a des Différences individuelles mêlées à des Reſſemblances.*

§. III.

De la Diverſité dans le Simple.

Mais comment concevoir des reſſemblances & des différences entre les Etres ſimples? Si A & B ſont ſimples, & ſimples de même eſpece, comment y a-t-il *dans* A quelque choſe qui ſoit & quelque choſe qui ne ſoit point *dans* B, & *dans* B quelque choſe qui ſoit & quelque choſe qui ne ſoit point *dans* A; même à la maniere impropre dont nous devons ici prendre l'expreſſion?

Je répons 1°. qu'il eſt inconteſtable qu'un Etre n'eſt pas pluſieurs Etres, & que par conſéquent tout véritable Etre eſt ſimple; inconteſtable auſſi qu'un Etre n'eſt pas un autre Etre, & que pour être tel Etre de telle eſpece plûtôt que d'une autre, il faut quelque choſe qui le conſtitue tel. Ainſi quand nous ne concevrions pas le *comment* de la reſſemblance & de la différence des Etres, elles n'en ſeroient pas moins conſtantes.

Je répons 2°. qu'il faut diſtinguer entre pluralité d'Etres, & pluralité de Propriétés & d'Attributs. La ſimplicité d'un Etre exclud la plu-

pluralité d'Etres en lui, parce que ce n'eſt qu'un ſeul Etre & non pluſieurs Etres ; mais ſi elle n'excluoit point la pluralité de Propriétés, il y auroit dans cette pluralité du jeu pour des reſſemblances & des différences à l'infini dans les Etres ſimples.

Une réflexion m'aide à concevoir la pluralité de Propriétés dans le Simple, auſſi aiſément que dans le Compoſé. C'eſt que la pluralité de Propriétés, dans les Compoſés-mêmes, n'eſt point en raiſon de la pluralité des Parties qui les compoſent. Il me ſemble que cela eſt déciſif.

Exemples.

Le triangle rectangle qui n'a pas plus d'élémens, pas plus de côtés, pas plus d'angles, & quelquefois pas plus de ſurface qu'un autre triangle, a cependant plus de propriétés.

Que l'on diviſe une ligne en deux parties, de lamaniere qu'on appelle *moyenne & extrême raiſon ;* on a fait un volume entier des propriétés de cette diviſion, tandis que celles de toute autre diviſion de la ligne en deux ou en pluſieurs parties n'en approchent pas.

On ſait les propriérés ſingulieres du nombre 9. N'y en a-t-il qu'autant que d'unités en 9, ou qu'autant que ces neuf unités peuvent recevoir de combinaiſons ? Non, ces propriétés n'ont aucun rapport avec ce nombre de neuf unités. La preuve en eſt que ſi l'on ſuivoit en Arithmétique la progreſſion *duodécuple* au lieu de la *décuple*, ce ſeroit 11 qui auroit les propriétés ſingulieres de 9, mais moins que n'en a 9, parcequ'il n'eſt pas quarré comme lui, ni diviſible par un autre nombre.

Croit-on qu'en augmentant ou en diminuant un nombre d'une ſeule unité, ſurtout s'il eſt grand, on ne faſſe qu'augmenter ou diminuer un peu ſes propriétés? Point; on les anéantit; on les change en d'autres qui n'y ont aucun rapport.

Enfin l'unité elle-même, tant l'unité ſimple que l'unité abſtraite, que de propriétés n'a-t-elle pas, & que d'uſages dans les calculs? Cependant ou elle n'a point de parties, ou l'on fait abſtraction des parties qu'elle a.

Il ſuit de ces exemples, & d'une infinité d'autres, que la pluralité de Propriétés dans les Etres compoſés ne vient point de la pluralité de Parties.

Ainſi la pluralité de Parties, ne fait rien à la pluralité de Propriétés.

Donc *pluralité de Propriétés peut ſe trouver dans les Etres ſimples.*

Il y a donc de quoi concevoir comment les Etres ſimples different plus ou moins les uns des autres ; & d'ailleurs il eſt indiſpenſable, ſinon de concevoir, de tenir pour ſûr qu'ils different, les uns plus & les autres moins.

Or ces propriétés dont il y a pluralité, même dans l'Etre ſimple, eſt-ce quelque choſe ? Oui. Et quoi ? L'Etre-même, dont ce ſont les propriétés ; & non d'autres Etres qui lui ſoyent ajuſtés, à la maniere des *Entitatules* de l'Ecole.

De même que les qualités de nombre, les qualités de pair & d'impair, les qualités de cube & de quarré, & les propriétés qui en dépendent, ne ſont point des Etres attachés à 8 & à 9, différens de 8 & de 9.

§. IV.

De la Mutabilité du Simple.

Il y a deux ſortes de Propriétés dans les Etres ; de permanentes & de ſucceſſives.

Les Propriétés permanentes d'un Etre (entre leſquelles il faut toûjours compter la poſſibilité des ſucceſſives,) ſont ce qui ne varie jamais dans un Etre ; ce qui le conſtitue tel Etre, & non un autre : c'eſt ſon *Eſſence.*

Les Propriétés ſucceſſives ſont celles qui n'appartiennent à un Etre toutes à la fois qu'en poſſibilité, mais dont pluſieurs ne peuvent s'y trouver réellement que les unes après les autres : ce ſont les changemens, les variétés qu'il éprouve ; ſes divers états ; ſes *Accidens.*

Car je ſuis intimement convaincu, quoique ſans démonſtrations, qu'il arrive des changemens dans ce qui exiſte ; aux autres, de même qu'à moi. Il ne s'agit que de ſavoir, ſi les changemens ſont dans les Collections d'Etres ou dans les Etres ; dans les Compoſés ou dans les Simples.

La

La choſe n'eſt pas difficile. Avec la même évidence que je vois que pluſieurs Etres ſuppoſent ce qui n'eſt pas pluſieurs Etres, je vois que le changement de pluſieurs Etres ſuppoſe le changement de ce qui n'eſt pas pluſieurs Etres ; ſuppoſe le changement de quelque Etre ſimple.

S'il n'eſt arrivé, ni à A, ni à B, ni à C, quelque changement que ce puiſſe être, il n'eſt arrivé à la Collection de A, de B, & de C, aucun changement.

Mais s'il eſt arrivé, ſoit à A, ſoit à B, ſoit à C, quelque changement, il eſt arrivé du changement à la Collection de A, de B, & de C.

De même donc que je tiens pour axiome, *que le Compoſé ſuppoſe le Simple*, je tiens pareillement pour inconteſtable, *que le changement du Compoſé ſuppoſe le changement du Simple.*

J'avoue que je ne conçois pas comment le changement arrive ; d'où il procede, & comment il s'exécute. Mais je ſoutiens que cela ne ſe conçoit pas mieux dans les Compoſés que dans les Simples, puiſqu'il eſt viſible que le changement n'arrive dans le Compoſé que par le Simple. Comment un état ceſſe-t-il, & un autre prend-il ſa place ? Pourquoi faut-il que le premier ceſſe & qu'un autre ſuccede ? Si cela vient de quelque Cauſe, ou cette Cauſe change elle-même, ou elle ne change point. Si elle ne change point, comment produit-elle du changement, ſans changer elle-même ? & ſi elle change, comment change-t-elle ?

Conclurrons-nous, en ne ceſſant nous-mêmes de changer, qu'il n'y a point de changement, parceque nous ne pouvons concevoir comment il arrive ? Un Sentiment irréſiſtible nous convainc qu'il ſe fait de continuels changemens ; & un peu de réflexion, que tout changement dans le Compoſé ſuppoſe un changement dans les ſimples qui le compoſent.

Ainſi donc *point de changemens, non plus que de propriétés, dans le Compoſé que par le Simple.*

§. V.

De l'Etre penſant.

Ceci me conduit à examiner ſi Moi qui penſe, qui éprouve le ſentiment de pluſieurs propriétés & de pluſieurs changemens, ſi je ſuis un Etre ſimple, ou un Compoſé.

La queſtion revient à demander, *ſi ce qui ſent & qui penſe eſt un ſeul Etre ou pluſieurs Etres.* Si c'eſt un ſeul Etre, c'eſt un Etre ſimple; ſi c'eſt pluſieurs Etres, c'eſt un Compoſé.

Puis-je douter ſérieuſement, *ſi Moi qui penſe, je ſuis un Etre ou pluſieurs Etres?* Je ne parle point de cette Collection d'Etres qui ſe trouve ſinguliérement unie à Moi qui penſe, & qui s'appelle mon Corps. Je parle de Moi-même, de Moi qui penſe, l'Ame de ce Corps.

Il eſt vrai que j'éprouve des penſées très variées & très changeantes. Ce Moi qui penſe tantôt nie & tantôt affirme; tantôt il a du plaiſir, & tantôt de la douleur &c. Mais je ſais que la variété & le changement peuvent & doivent avoir lieu dans un Etre ſimple; & il me ſemble que je ſens très bien, que, ſoit que je nie ou que j'affirme, ſoit que j'aye du plaiſir ou de la douleur, je ſuis le même Etre, un ſeul Etre, & non pluſieurs. Il ne répugne pas que la variété & le changement ſe trouvent dans l'*unité*, & j'ai ſentiment de mon *unité*. M'en faut-il davantage?

Je nie A & j'affirme B tout à la fois, ou bien je nie & j'affirme C ſucceſſivement. Le fait eſt que j'ai un ſentiment intime de l'un & de l'autre, de la négation & de l'affirmation, comme de modifications à moi appartenantes. Si je ſuis un Compoſé de deux Etres, par exemple; ou bien chacun de ces Etres nie, & chacun affirme; ou bien c'eſt l'un qui nie, & l'autre qui affirme; ou bien ce n'eſt ni l'un ni l'autre qui nie ou qui affirme, mais ſeulement la ſomme des deux.

Si chacun des deux Etres nie & affirme, chacun eſt l'Ame complette; il faudroit que je fuſſe fou d'admettre en moi deux ou pluſieurs Ames, qui n'opéreroient chacune que les mêmes choſes.

Si

Si l'un nie & que l'autre affirme, comment chacun a-t-il ſentiment du jugement de l'autre, comme de quelque choſe qui lui appartient ? Comment en auroit-il même connoiſſance, comme de quelque choſe d'étranger ? Eſt-il plus difficile qu'il réuniſſe les deux jugemens que de réunir deux ſentimens ; le ſentiment de ſon propre jugement, & le ſentiment du jugement de l'autre ?

Enfin ſi ce n'eſt ni l'un ni l'autre qui nie ou qui affirme, ni l'un ni l'autre qui penſe, mais la Somme des deux ; comme ce n'eſt aucune des moitiés du cercle qui eſt ronde, mais la Somme des deux moitiés. . . . Cette comparaiſon éblouiſſante demande que je m'arrête.

Ce n'eſt aucune des deux moitiés du cercle qui eſt ronde ; mais l'union, & certaine union des deux moitiés. Ce ne ſont ni les côtés ni les angles d'un triangle qui ont quoi que ce ſoit de triangulaire, c'eſt un certain agencement du tout, c'eſt le triangle qui eſt triangulaire. Ne ſe pouroit-il pas que ce qui penſe fût un réſultat de pluſieurs Etres qui n'ayent rien de penſant ? Si le triangle avoit ſentiment de ſa triangularité & le cercle de ſa rondeur, ils ne pouroient attribuer la triangularité, ou la rondeur à aucun Etre en eux : ils la ſentiroient comme quelque choſe d'*un* & de *ſimple*.

Premiere diſparité. Je me ſens, & je me ſens comme *un ;* & je ſuis très convaincu, (j'en dois convenir, ſi je ne veux chicaner ;) que le triangle & le cercle ne ſe ſentent, ni ne ſe peuvent ſentir. Il eſt abſurde de ſpécifier, comment ſe ſentiroit ce qu'on ne peut préſumer ſe pouvoir ſentir.

Seconde diſparité. Le cercle & le triangle, ſous un point de vûe, ſont réductibles en élémens qui n'ont rien de rond & de triangulaire ; mais ſous un autre point de vûe, ce ne ſont que des cercles, ou des triangles, toûjours décroiſſans, enchâſſés les uns dans les autres. Y a-t-il en Moi qui penſe un autre Moi, qui ne differe de Moi qu'infiniment peu, & ainſi à l'infini ?

Pour trancher net, quand je concevrai qu'une Aſſemblée de Sénateurs éprouve le ſens intime d'une opinion, qui n'eſt celle ni de Titus,

ni de Cajus, ni de Publius, je croirai que je ſuis une Aſſemblée d'Etres ; Aſſemblée penſante d'Etres qui ne penſent point, ou qui ne penſent point ce que je penſe, Moi qui ſuis leur Aſſemblée.

En un mot j'en reviens à ce que j'ai dit il n'y a qu'un moment. Je ſais qu'il n'y a de véritables Etres que des Etres ſimples. Ce n'eſt qu'à eux que l'exiſtence appartient : *vingt* n'exiſtent que parcequ'*un* exiſte. Je ſais que tous les Etres ſimples different les uns des autres, & qu'ils ſont ſuſceptibles en eux-mêmes de variétés & de changemens. Avec cela je me ſens comme *un*, & non comme pluſieurs Etres. On me permettra de croire *que je ne ſuis qu'un Etre, & non pluſieurs.*

§. VI.

Du Corps & de l'Ame.

Mais quel eſt cet attirail d'Etres qui me ſuit partout, & qui m'eſt ſi intimement uni depuis que j'ai connoiſſance de moi-même ; eſpece de cour & de cortege, qui ſouvent m'eſt très utile, & ſouvent auſſi me fait payer bien cher, par des embarras, des ſoins, & des douleurs, les ſervices que j'en reçois ? Qu'eſt-ce que *mon Corps ?*

Je ne puis douter que ce ne ſoit quelque choſe. J'y vois différens Compoſés, trés diſtincts, plus ou moins unis en un tout, dont je ſuis affecté & que j'affecte réciproquement. C'eſt donc une multitude d'Etres, à moi ſubordonnés, ſur leſquels j'exerce une ſorte d'empire, mais d'une maniere qui n'eſt pas toûjours également tranquille. Il s'en faut beaucoup que je regne en Souverain abſolu, ni que je puiſſe maintenir l'ordre, comme je le voudrois, & prévenir toutes les ſéditions & les révoltes.

De plus je vois un commerce indiſpenſable de mes Sujets avec les Etats environnans, & avec des multitudes d'Etrangers qui ne ceſſent de ſe mêler parmi eux ; d'où je reçois des avantages & des déſavantages conſidérables, en général plus de mal que de bien, en ſorte que c'eſt même de ces Etrangers que naiſſent la plûpart des troubles qui s'élevent dans mon Empire.

Je

Je ſais, encore un coup, que tous les Etres different plus ou moins en propriétés les uns des autres. C'eſt donc le cas des Etres qui me ſont ſubordonnés & de ceux qui m'environnent.

Or je ne puis concevoir que trois diſtinctions, ou claſſes générales entr'eux.

Premiere diſtinction. Qu'ils ſoyent ſuſceptibles de penſée comme moi.

Seconde diſtinction. Qu'ils ne ſoyent ſuſceptibles que de ſentiment.

Troiſieme diſtinction. Qu'ils ne ſoyent ſuſceptibles ni de penſée, ni de ſentiment.

J'ignore abſolument, ſi ces trois diſtinctions ſont eſſentielles, ou s'il n'y a point de paſſage de l'une de ces conditions à l'autre; en ſorte que tel Etre ſimple, qui d'abord n'auroit ni penſée ni ſentiment, (comme il me ſemble que je ſuis quelquefois,) acquéreroit, par une ſuite des changemens dont il eſt ſuſceptible, le ſentiment & la penſée.

Quoi qu'il en ſoit, ſi parmi la multitude d'Etres qui me ſont unis dans cette Aſſociation que j'appelle mon Corps, ſi, dis-je, il y en a qui ſoyent ſuſceptibles comme moi, plus ou moins, du ſentiment & de la penſée, je l'ignore; mais je ſuis très ſûr, que ce n'eſt ni leur ſentiment, ni leur penſée dont j'ai *conſcience*. Cela ſe paſſe hors de Moi qui penſe; cela n'eſt pas Moi. Cela ne m'affecte, que de la maniere que ſont en général, les ſentimens & les penſées des Etres qui ne ſont point de cette Aſſociation. Le *comment* eſt auſſi myſtérieux, & auſſi inexplicable dans les deux cas.

Cependant cette Aſſociation d'Etres, à la tête de laquelle je me trouve, ne m'eſt rien moins qu'inutile: je lui dois ma dignité & mon pouvoir.

Je ſuis un Etre ſans elle; je ne ſuis une *Ame* que par elle.

Il y a une infinité de choſes dont je ne ſuis capable qu'avec elle.

Le Monarque, le mieux inſtruit dans l'art de gouverner, n'eſt qu'un ſimple Homme, s'il n'a des villes, des campagnes, des arſenaux; & des Sujets qui habitent ſes villes, labourent ſes campagnes, & ſachent employer au beſoin les armes dont ſes arſenaux ſont remplis.

Un Monarque, qui n'auroit que des Sujets, ſans un pouce de terrein à lui, ne ſeroit qu'un Général, ou un Chef, impuiſſant à mille égards.

Un Monarque, qui ne poſſéderoit que de vaſtes provinces, ſans Sujets, perdroit la qualité de Prince, & ne ſeroit qu'un Solitaire.

Dans l'un ou dans l'autre cas, aucun, ou presqu'aucun moyen, de mettre en œuvre le génie qui n'en eſt pas moins effectivement en eux.

Une Ame n'en eſt pas moins ce qu'elle eſt, un Etre ſuſceptible par ſon eſſence de telles ou telles opérations, quoique privée de l'Aſſociation des Etres d'où réſultent ſon Corps & ſes Organes. Mais ſoit que ces Etres n'agiſſent tous que par des tendances aveugles; ſoit qu'il y en ait parmi eux qui ſoyent ſuſceptibles du ſentiment, & même de la penſée; il eſt d'expérience que leur Chef ne peut rien, ou presque rien, ſans leur ſecours.

La perte d'une partie de ſon armée, ou des paſſages occupés par l'Ennemi, ne dérangent pas plus les deſſeins d'un Général, que la perte d'un Membre, ou quelque Organe obſtrué, ne déconcerte la plus belle Ame.

Je laiſſe ici un plus grand détail, qui ne fait rien au but où je veux aller.

§. VII.

De la Cauſe créatrice.

Elevons-nous à des conſidérations plus importantes.

Cet empire dont je jouis, & cette dépendance où je me trouve dans mon empire, & par cet empire-là-même, me porte à demander d'où me vient cet empire, & cette dépendance; & plus généralement encore, *d'où je ſuis?*

Je ſuis: mais ai-je toûjours été, & ſerai-je toûjours?

L'idée de commencement & de ceſſation d'Etre me vient par l'expérience journaliere d'une infinité d'Etres compoſés que je vois ſe former & ſe détruire, & par celle des Modifications qui ſe manifeſtent en moi & qui diſparoiſſent bientôt après. Mais je ne trouve en tout cela l'idée du commencement & de la ceſſation d'aucun Etre véritable.

Des

Des Sociétés de pluſieurs Etres, & les Modifications d'un même Etre, ne ſont point des Etres proprement dits.

Je ne conçois dans le premier cas, que des Sociétés qui ſe forment ou qui ſe détruiſent ; mais je ne vois le commencement ni la fin d'aucun des Individus qui les compoſent.

Je n'éprouve dans le ſecond, que des variations de mon Etre; mais je n'ai point encore éprouvé ſa fin, & je ne me ſouviens point de ſon commencement.

Ma mémoire ne me rappelle, il eſt vrai, qu'une durée très courte ; mais elle ne me rappelle pas même la millieme partie de la durée dont je ſuis certain. D'ailleurs je puis avoir exiſté longtems, privé de ſentiment & de penſée. Je puis même avoir paſſé, (je dis Moi qui penſe, Moi Etre ſimple, & non cette union accidentelle de Moi qui penſe & d'une multitude d'Etres à moi ſubordonnés;) je puis avoir paſſé ſucceſſivement par une infinité d'alternatives d'états de ſenſibilité & d'états d'inſenſibilité, ſans en avoir le moindre ſouvenir.

Ainſi donc *la ſeule expérience ne m'apprend point, ſi Moi Etre ſimple j'ai toûjours été, ou ſi je n'ai pas toûjours été.*

Voyons ce que m'apprend la réflexion.

D'abord je me ſens très convaincu, que ſi j'ai toûjours été je ſerai toûjours, & que ſi je n'ai pas toûjours été je pourai bien n'être pas toûjours.

Si je dois finir, vû que je ſuis un Etre ſimple, cela ne peut arriver par diſſolution, mais par ce qu'on appelle *Anihilation;* & ſi j'ai commencé, cela n'a pû arriver par compoſition, mais par une véritable *Création.*

La *Création* ſeroit le paſſage du Non-Etre abſolu à l'Etre.

L'*Anihilation* ſeroit le paſſage de l'Etre au Non-Etre abſolu.

Plus j'y penſe, moins je conçois la poſſibilité de l'une ou de l'autre, parce que je n'en ai point d'expérience. Mais ſi je n'avois l'expérience des changemens qui s'exécutent continuellement en moi & hors de moi, je n'en concevrois pas mieux la poſſibilité; ils ont quelque choſe d'auſſi étrange,

étrange, & j'en ſuis réduit à ſavoir que je change ſans comprendre comment je change.

De ce que je ne comprens point que j'aye commencé à être, ce n'eſt donc point une raiſon de nier que j'aye commencé à être.

D'un autre côté de ce que je n'ai point de raiſon de le nier, ce n'en eſt point une de l'affirmer, à moins qu'il ne s'en préſente des preuves.

Je vois des gens qui tiennent pour bonnes preuves, qu'un Etre vient de Rien, que par lui-même il ne ſeroit Rien, & que par conſéquent *il a commencé;* les changemens-mêmes de cet Etre, ſes variations, en un mot ce qu'ils appellent ſa *Contingence:* c'eſt une raiſon que j'avoue que je ne puis ſentir.

Car, ou la Cauſe qui m'aura donné l'Etre, change; ou elle ne change point. Si elle change, elle aura dû, comme moi, venir de Rien, & ainſi à l'infini. Si elle ne change point, comment me donne-t-elle l'Etre ſans changer? Comment eſt-elle la même, quand elle veut me donner l'Etre, & quand elle ne veut pas encore me donner l'Etre? Le paſſage du non-vouloir au vouloir n'eſt-il pas un changement en elle? Ou veut-elle & ne veut elle pas tout à la fois, ſans paſſage, ſans ſucceſſion? Incompréhenſibilité pour expliquer une incompréhenſibilité!

Si donc il y a une Cauſe créatrice, je ne puis la concevoir, *d'une part que comme incréée, & de l'autre cependant, comme ſuſceptible d'une ſorte de variation:* variation, quand c'eſt moi qu'elle crée, ou quand c'eſt un autre; variation, quand elle me crée, ou qu'elle ne me crée pas encore. Ainſi la variation n'eſt preuve par elle-même que d'une Contingence modale, & non d'une Contingence du fond de l'Etre.

„ Eh bien, ce ne ſera point la variation par elle-même, mais la va-
„ riation jointe à l'imperfection, qui ſera preuve de la Contingence
„ eſſentielle, ou ſubſtantielle, des Etres: „ autre raiſon que j'ai encore le malheur de ne point ſentir.

„ Un Etre eſt imparfait, ſujet à la miſere; miſérable même: donc
„ c'eſt, dit-on, un Etre tout parfait, & très bon, qui l'a créé; c'eſt-
„ à-dire, qui l'a fait paſſer de l'apathie du Néant à ce doux état. „

La

La conſéquence ne me paroît rien moins qu'invincible en ſoi. Il faut que la choſe ſoit ſoûtenue par d'autres preuves.

„ L'imperfection d'être ſujet au mal, ajoûte-t-on, doit être jointe „ à l'imperfection de n'exiſter point par ſoi-même. „ Faux Principe qui ſe renverſe par pluſieurs raiſons !

En premier lieu, il ſemble que l'on ſuppoſe tacitement, qu'une imperfection doit être jointe à telle autre imperfection que ce ſoit; ce qui n'eſt pas vrai.

En ſecond lieu, l'on ſuppoſe très effectivement, que ces paroles, *l'imperfection de n'exiſter point, ou de n'exiſter point par ſoi-même*, expriment une imperfection poſſible; ce qu'on ne prouve point, & ce que je défie de prouver.

En troiſieme lieu, je doute qu'exiſter, fût-ce par ſoi-même, ſoit une perfection. Eſſentiellement heureux, oui. Eſſentiellement malheureux, non. Balotté entre le bonheur & le malheur, je n'en ſais rien.

En quatrieme lieu, à ſuppoſer qu'exiſter, & exiſter par ſoi-même, ſoit une perfection; eſt-ce que la poſſibilité, ou la non-répugnance des Attributs n'eſt pas une perfection ? Cependant elle appartient en propre à l'Etre, même borné, même imparfait, ſans qu'aucune Cauſe l'en gratifie.

En cinquieme lieu, puiſque l'on convient que les Eſſences des Etres n'ont point beſoin de Cauſe, je voudrois qu'on me fît entendre pourquoi les Exiſtences en ont beſoin; des Exiſtences imparfaites, d'une Cauſe toute parfaite; des Exiſtences miſérables, d'une Cauſe pleine de bonté.

En ſixieme lieu, la perfection morale de ſe déterminer au bien eſt ſans comparaiſon plus grande que la perfection vague & métaphyſique d'une Exiſtence auſſi imparfaite que la mienne. Cependant une Conſcience me dit que j'atteins quelquefois la premiere; qu'un autre ne fait pas tout en moi. Quelle impoſſibilité y auroit-il que j'euſſe la ſeconde ? la ſeconde, qui eſt beaucoup moindre ?

Enfin une choſe m'effraye dans la ſuppoſition d'une Cauſe créatrice. *Un pouvoir qui n'eſt point ſubordonné à des moyens !*

Qui de rien peut faire quelque choſe, pouroit de quelque choſe faire un Etre heureux, ſans le ſecours d'aucun moyen.

Qui de rien peut faire quelque choſe, pouroit de ce même rien faire quelque choſe d'incomparablement plus parfait; ne fût-ce qu'au point de perfection où tout Etre ſeroit content.

La Cauſe créatrice n'eſt aſſujétie à aucun moyen. Rien ne la gêne; & elle ne nous fait que ce que nous ſommes.

Ce qu'il y a de plus accablant, les Eſſences-mêmes ſe prêtent à elle. Par mon Eſſence, à moi appartenante, & qui ne doit rien à la premiere Cauſe, je ſuis ſuſceptible de cent mille millions de degrés de béatitude, & ainſi à l'infini: & la premiere Cauſe ne fait de moi que ce qu'elle a fait!

N'étant, encore un coup, *aſſujétie à aucun moyen*, qu'eſt-ce qui l'arrête? . . . Y auroit-il donc en vous, ô mon Dieu, un défaut de bonne volonté? . . .

§. VIII.
De l'Idée de Dieu.

Je viens de nommer celui que je comptois voiler encore quelque tems: celui vers lequel je marche à grands pas, ſur les débris des preuves peu dignes de lui qu'on donne de ſon exiſtence. Je me feſois effort pour le taire; & je me ſoulage à produire l'idée ſainte que j'ai de ſon Etre.

Il y a un Dieu; je le ſens: mais je veux convaincre les autres que j'ai ce ſentiment, & l'inſpirer à ceux qui en ſont privés.

Il y a un Dieu; je veux le prouver à ceux qui ne le croyent pas; & prouver à ceux qui le croyent, que je le crois comme eux, quoique je ne croye pas à leurs preuves.

Les mauvaiſes preuves offuſquent la Vérité. Je les écarte en paſſant, & les écarterois, quand ce ne ſeroit que pour en faire la juſtice qu'il convient à ceux que je veux gagner.

Un des défauts les plus eſſentiels des preuves communes de l'exiſtence de Dieu, dans le genre métaphyſique, eſt *de le vouloir prouver com-*

comme CRÉATEUR, au ſens ſtrict & rigoureux qu'on donne à ce terme aujourd'hui, c'eſt-à-dire, d'une Cauſe *qui de Rien a fait les Etres.*

Si Dieu eſt Créateur en ce ſens, & qu'il veuille être reconnu pour tel, il a dû ſe révéler comme tel. Nous, nous devrons l'en croire, & nous ſoûmettre (*): mais le Myſtere eſt certes trop au deſſus de la Raiſon, pour ſe trouver jamais *Conſéquence légitime d'un Argument de Philoſophie.*

L'Hypotheſe de l'exiſtence de Dieu ne doit point renfermer de plus grandes Incompréhenſibilités, *ni même d'auſſi grandes*, que l'Hypotheſe contraire.

Il ne faut point que la Divinité, qu'on admet dans le Syſtème des choſes pour rendre tout intelligible, devienne, par les fauſſes notions qu'on en donne, *la Piece la moins intelligible*, & *la plus embaraſſante de tout le Syſtème.*

(*) Ce n'eſt point ici le lieu de prouver, *qu'il n'y a pas un ſeul paſſage de l'Ecriture, où le mot de CRE'ATEUR doive être pris néceſſairement dans le ſens moderne; ni un ſeul qui le détermine à ce ſens.* Il me ſuffira de rapporter ſur ce ſujet une autorité, d'autant plus conſidérable, qu'elle en renferme une autre d'un très grand poids, & que l'illuſtre Savant qui me la fournit ne ſauroit être ſuſpect, puiſqu'il tient la Création, au ſens le plus rigoureux, pour une Vérité inconteſtable. „ L'Idée de la Création, (dit M. le Profeſſeur Formey, dans ſes Ré-„ flexions ſur Salluſte le Philoſophe, pag. 119;) a été *parfaitement inconnue* „ à toute l'Antiquité, non ſeulement Payenne, *mais même Juive & Chrétienne*; „ comme M. de Beauſobre me paroît l'avoir démontré dans ſon excellente His-„ toire du Manichéiſme. „ Si deux Théologiens, de l'ordre de Mrs. de Beauſobre & Formey, ont crû, & avancé ſans ſcandale, *que le Dogme de la Création a été parfaitement inconnu à toute l'Antiquité Juive & Chrétienne*; ce qui eſt dire en d'autres termes, *qu'il n'eſt, ni ne peut être Article de foi*; il m'eſt bien permis, à moi ſimple Métaphyſicien, moins obligé par état, d'ajuſter ma Créance aux Doctrines reçues, de ne le regarder que comme une Opinion Scholaſtique, que je puis diſcuter ſans crime. Du moins ne ſera-ce pas le zele éclairé de M. le Profeſſeur Formey ni de ſes Amis, qui pourra le trouver mauvais.

Aucune Démonſtration propoſable à des eſprits qu'on veut gagner, aucune Preuve faite pour prouver à des gens qui ne croyent pas encore, ne peut *porter immédiatement ſur l'Inintelligible*, *ni mener immédiatement à l'Inintelligible.* Que peut-on eſpérer de ce qui révolte par les deux faces ?

Il me ſemble donc auſſi abſurde de vouloir démontrer l'exiſtence de Dieu *par la Néceſſité métaphyſique d'une Création*, que ſi on la vouloit démontrer *par l'Analogie mathématique de la Trinité ;* en prenant ces deux termes au ſens de la rigoureuſe Orthodoxie.

Encore même le dernier ſeroit-il moins abſurde, puiſqu'il faut convenir que la Trinité étonne plus la Raiſon qu'elle ne l'effraye ; les conſéquences n'en ont rien de fâcheux ; au lieu que la Création, priſe au ſens né dans les ténebres de l'Ecole, *eſt la ſource des plus cruelles & des plus accablantes Difficultés, contre l'infinie Bonté, ſur l'Origine du mal, ſur la Liberté & la Moralité de nos actions, &c.*

C'eſt ſur tant & de ſi fortes conſidérations que je me garde bien de préſenter le Dieu que je ſens ſous l'idée de Puiſſance créatrice.

Je frémirois tout le premier de l'Idée d'un Pouvoir indépendant des moyens, qui, maître d'un mot de rendre tout ſaint, tout heureux, ne daigne pas le vouloir.

Je me tiendrois pour ſûr de révolter par l'idée d'une Immutabilité mal-entendue, qu'on joint à cette Cauſe : Cauſe merveilleuſement propre à opérer tous les changemens, par la raiſon ſinguliere qu'elle ne change jamais.

J'aurois honte des extrémités où l'on ſe réduit pour concilier en tous tant que nous ſommes la qualité d'Etres créés avec celle d'Agens réels, capables de ſe modifier dans l'Acte-même de la Création.

Je craindrois enfin, que pour attribuer à mon Dieu le chétif honneur d'être Cauſe du fond de mon Etre, je n'en fiſſe une Cauſe tellement univerſelle, qu'elle s'étendît aux maux, aux maux encore plus qu'aux biens !

Aux maux encore plus qu'aux biens ! Car le mal demeure mal ; & le bien lui-même eſt un mal, par comparaiſon d'un bien plus grand, dont

dont il tient la place, & auquel la Cauſe créatrice ne daigne point atteindre.

Tant que je n'ai donc en main que le flambeau de la Raiſon, le ſeul d'ailleurs dont je puiſſe faire uſage quand j'agite la Queſtion s'il y a un Dieu ; j'abandonne ſans peine l'idée d'une *Création* qui ne peut avoir le moindre fondement, & qui charge la Queſtion des plus rebutantes Difficultés.

J'abandonne l'idée pleine de contradictions d'un Etre *invariable, quoi qu'il faſſe ;* d'un Etre ſans ſucceſſion, quand il créera, quand il crée, & quand il a créé.

J'abandonne l'idée d'Etre *néceſſaire par privilege ſpécial ;* & les Démonſtrations ſophiſtiques qu'on en apporte, leſquelles n'ont jamais convaincu que ceux qui croyoient. (*)

Mais que dira-t-on, ſi du terrein reſſerré où je me renferme, ſort la Démonſtration la plus invincible qu'il y a un Dieu.

Et quel Dieu ? . . . *Un Etre ſimple, infiniment puiſſant, infiniment ſage, infiniment bon ;* ce ſont-là les Attributs principaux.

Un Etre ſimple. Cela va ſans dire, puiſqu'il n'y a de véritables Etres que des Etres ſimples, & qu'il n'y a qu'un Etre ſimple qui ſoit ſuſceptible du ſentiment & de la penſée, que ſuppoſent la Puiſſance, la Sageſſe & la Bonté.

Infiniment puiſſant. J'entens une Volonté capable de réaliſer par un ſeul acte tout ce qui eſt poſſible, c'eſt-à-dire ce qui n'implique

(*) Je n'en excepte point ce que l'Ecole Wolffienne débite ſur ce ſujet, avec une Analyſe ſi profonde qui n'en fourmille pas moins de Paralogiſmes. Les écarts inconcevables que j'ai déjà relevés, ſur l'importante Définition de *Quelque choſe*, ſur la belle Démonſtration de la Raiſon ſuffiſante par *le Rien*, & ſur la grande Loi de *Continuité*, (Voyez trois Pieces là-deſſus dans l'Hiſtoire de l'Académie, Année MDCCLIV.) ſont les échantillons de ceux que préſente la Théorie du *Néceſſaire* & du *Contingent*, de l'*Infini* & du *Fini*, &c, dans Wolff, auſſi bien que dans ſes Diſciples. C'eſt quelque choſe d'admirable, par quelle ſuite de diſcuſſions, avec quel ordre & quelle méthode, ces Philoſophes s'écartent de la Vérité : les autres n'y mettent aſſurément pas tant de façons.

point contradiction ; la Création elle-même, ſi la Création n'implique point contradiction.

Infiniment ſage. J'entens une Intelligence qui embraſſe en un inſtant, ſans peine, & ſans effort, tous les Etres poſſibles, avec leurs propriétés & leurs combinaiſons différentes, qu'elle apprécie au juſte ; qui connoît le paſſé, le préſent, & l'avenir-même, ſi l'avenir peut être connu.

Infiniment bon. J'entens un Amour ſans bornes, & le plus ſincere Deſir de faire tout le bien poſſible, à tout ce qu'il peut y avoir d'Etres ſuſceptibles de ſentiment : Bonté qui rendroit heureux les méchans-mêmes, en les rendant ſaints & juſtes, s'il étoit poſſible de rendre ſaints & juſtes, ſans leur concours, des Etres eſſentiellement libres ; mais qui du moins y contribue de tout ce qui eſt en elle, inſtructions, remords, châtimens, &c.

Le Dieu que j'eſſaye de faire ſentir comme je le ſens moi-même, s'intéreſſe donc par ſon infinie Bonté à tous les Etres, dont aucun n'échappe à ſon Intelligence, non plus qu'à ſon Action.

Ce Dieu eſt l'Ordonnateur univerſel ; Légiſlateur ; Inſpecteur ; Juge ſouverain, plein de juſtice & d'équité ; Rémunérateur de la Vertu ; Vengeur du Crime.

Mais le Crime ! mais la Vertu ! que ſignifient ces mots ?

Pour trancher de trop longs diſcours ; le Crime, c'eſt tout ce que le méchant peut ſans doute deſirer de faire, mais qu'il ſeroit très fâché qui lui fût fait.

La Vertu, c'eſt la généreuſe abſtinence de ce que peut-être on voudroit bien faire, mais que nous ne voudrions pas que l'on nous fît.

Il eſt à la vérité d'autres Vertus & d'autres Crimes, que ce que renferment ces Définitions un peu vagues. Je m'en tiens à deſſein aux devoirs les plus généraux de l'Homme, en tant que membre de la Société.

C'eſt le maintien, l'ordre & l'intérêt de la Société, qui demandent qu'on établiſſe l'idée d'un Etre ſuprême, Juge des actions des Hommes, & Garant de la ſainteté de leurs Sermens.

Un

Un frein de nos actions ſecrettes, où les Loix n'en peuvent ſervir ; un motif qui rende le Serment ſacré, & le faſſe diſtinguer de l'uſage trop libre de la parole. Liens honteux, mais néceſſaires !

L'Opinion la plus abſurde, reçue religieuſement chez un Peuple, peut ſans contredit y procurer ces avantages. Qu'on y ſoit généralement convaincu, qu'un Farfadet, ou qu'une Bûche-même, décele les mauvaiſes actions, punit les parjures &c ; des Hommes imbécilles auront trouvé des freins dignes d'eux. Mais il faudra que l'imbécillité dure. Si la Nation s'éclaire, les *Doutes* viendront ; les *Impies* ſe multiplieront : le lien de la Société ſera rompu.

Il eſt donc de l'intérêt ſouverain d'une Société raiſonnable & qui tend à s'éclairer, que l'idée reçue d'une Divinité puiſſe ſoûtenir l'examen . . . Elle doit être vraye.

On ne peut par conſéquent s'élever avec trop de force contre les fauſſes idées de la Superſtition. Son crime eſt le même que celui de l'Impiété. L'une & l'autre tend à tout détruire : mais celle-ci en ſe rapprochant de la Vérité, par un commencement d'uſage de la Raiſon ; l'autre en s'en écartant.

N'appréhendant rien tant que les préoccupations où l'Athée peut être contre l'idée de Dieu, je le prie, avant que d'engager ma Démonstration, de me dire ce qu'il redoute ; *Si c'eſt un Juge, ou un Tyran ?*

Si c'eſt un Juge, la diſpoſition de cœur n'eſt pas heureuſe. Il doit s'élever bien des nuages vers l'eſprit. Le remede eſt de redoubler ſes terreurs, & de lui faire voir que ſon Athéiſme (à le ſuppoſer *fondé*) n'eſt rien moins qu'un ſûr refuge.

Si c'eſt un Tyran, je le conjure de me dire ce que le Dieu que j'ai défini a de redoutable pour l'honnête homme, ce qu'il a de tyrannique. Or c'eſt ce Dieu que je veux lui prouver ; c'eſt ce Dieu que je veux lui faire ſentir, & non un autre.

Qu'il médite bien l'idée que j'ai donné de ſa Bonté. Il verra qu'aucun Etre n'en eſt exclus ; qu'elle s'étend à tous ſans partialité, ſans acception ; à tous, ſans la moindre nuance de ces diſpoſitions arbitraires, *Prédeſtination, Election &c !* Langage qui ſeul eſt un ſcandale ; & la réalité, le renverſement de l'idée de Dieu !

Il

Il y verra un Médecin qui ne bleſſe que pour guérir, un Pere qui ne châtie que pour corriger ; un Juge qui ne punit que parce qu'il eſt indiſpenſable de punir, & qui ne ſait ce que c'eſt que de punir, je ne dis pas des inſtans de foibleſſe, mais des années de crimes, par une éternité de crimes & de déſeſpoir.

Il y verra l'heureuſe Néceſſité de bien faire le plûtôt qu'il eſt poſſible, puisque tôt ou tard il faudra bien faire pour ſe tirer d'un abyme de maux ; telle étant la Nature des choſes, que la Vertu ſeule mene à la Perfection, & la Perfection ſeule au Bonheur.

Il verra combien il eſt à deſirer qu'il exiſte une pareille Bonté, qui veille ſans ceſſe ſur des Etres indeſtructibles de leur nature, & de leur nature expoſés à une infinité de maux, de maux ſans fin, dans ces chocs perpétuels qui réſultent de leurs actions.

L'aſpect de ces maux ſans nombre dont la Nature des choſes eſt inondée, ne ſera plus un témoin pour lui qui dépoſe contre l'exiſtence d'un Dieu très bon, puisque ce Dieu n'eſt point l'auteur de cette Nature vicieuſe ; puisqu'il eſt faux que muni d'un Pouvoir indépendant des moyens, il n'eût tenu qu'à lui de faire une toute autre Nature ; puisqu'enfin il n'eſt le Créateur du Monde, qu'en ce ſens qu'il eſt le Créateur de l'Ordre, de la Perfection, du Bien : d'un Bien infini, vers lequel il conduit chaque Etre, par le plus rapide progrès qu'il eſt poſſible.

Voilà le Dieu que je ſens . . . . O mon Dieu, élevez le cœur & l'eſprit de ceux qui marchent avec moi dans cette nouvelle route ; prêtez à leur foible Guide la lumiere, ſans laquelle ſes paroles ne peuvent obtenir aucun effet ! (*)

§. IX.

(*) Ce n'eſt point par une déteſtable Hypocriſie, mais pour me montrer tel que j'ai le bonheur d'être, que j'ai laiſſé, en cet endroit, & ailleurs, un libre cours aux Sentimens de Religion qui naiſſoient de mon ſujet. Ayant à combattre des préjugés reſpectables, & les fauſſes imputations ne manquant pas, cette conduite me ſemble un Devoir.

§. IX.

Du Principe de l'Aſéité univerſelle.

Fortifié par l'eſpérance d'un pareil ſecours, & bien aſſuré de ce que je ſens au fond de mon ame, j'entame la Démonſtration.

L'Aſéité, que l'on reſtraint au premier Etre, je conviens avec l'Athée de l'étendre à tous les Etres. C'eſt ce que j'appelle le Principe de *l'Aſéité univerſelle;* & j'en vais ſuivre les conſéquences. Si elles nous menent paiſiblement au Dieu que j'ai défini, autant vaudra-t-il nous en tenir-là.

Puiſque j'accorde à ceux avec qui je raiſonne, *que quoi que ce ſoit de ſubſtantiel n'a paſſé du Non-Etre à l'Etre*, je reçois d'eux pareillement, *que quoi que ce ſoit de ſubſtantiel ne peut paſſer de l'Etre au Non-Etre.*

Ainſi tout ce qui eſt Subſtance & non Mode, véritablement Etre ou Etre ſimple, tout ce qui n'eſt, pris à part, qu'un ſeul Etre, & non un Compoſé ou un Réſultat de pluſieurs Etres, *eſt néceſſaire, a toûjours été, & ſera toûjours.*

Nous admettons donc une *Eternité.*

Puiſque tout véritable Etre eſt ſimple, *ſans quoi il n'y auroit partout que pluralité d'Etres, & nulle part des Etres;* & puiſque tout Etre ſimple comporte eſſentiellement multitude de propriétés, ſoit conſtantes, ſoit variables, *ſans quoi il n'y auroit ni diſtinctions dans les Etres, ni variations dans les Compoſés;* & de plus encore, puiſque tout Etre change, ſoit ſimple, ſoit compoſé : il s'enſuit *qu'il y a une Succeſſion, & une Succeſſion éternelle*, tant dans les modifications des Simples que dans l'exiſtence des Compoſés.

Mais il ne peut y avoir de Succeſſion éternelle, ſans qu'il y ait une infinité de Durées ſucceſſives actuellement franchies par autant qu'il y a d'Etres qui exiſtent.

Il n'y a pas pour dix mille années, ni pour dix mille millions, ni pour dix mille millions de millions, que quelque choſe exiſte; ou que toute choſe exiſte; il y en a une Infinité.

Nous admettons donc, du moins à cet égard, *l'Actualité de l'Infini.*

L'idee de l'Eternité, & d'une Eternité ſucceſſive, & par conſéquent l'idée de l'Infini, ſont donc des Principes, qui doivent être familiers à quiconque admet la Néceſſité, ou l'Aſéité de tout ce qui eſt Subſtance.

Certes je ne prétens point dire qu'on ſoit tenu dans ce Syſtème plus que dans l'autre, d'avoir une idée tout-à-fait adéquate de l'Eternité, non plus que de l'Infinité.

Je veux dire ſeulement qu'on eſt tenu d'articuler une Eternité actuelle *qui n'eſt pas un Inſtant unique*, & une Infinité actuelle *qui n'eſt pas un Point.*

Obligation heureuſe, qui nous ſauve de deux Abſurdités auſſi lourdes, que l'Eſprit humain en puiſſe avoir à digérer!

Au reſte, Infinité pour Infinité, il ne nous eſt pas plus difficile d'admettre celle-ci, que d'admettre l'Infinité des Perfections, & des Idées diſtinctes d'un même Etre: &, Eternité pour Eternité, il nous eſt bien plus facile d'admettre celle-ci, que l'Eternité d'un Etre, qui meſurant la Durée infinie à venir des autres Etres ſans qu'aucun inſtant lui en échappe, connoît tous leurs états ſucceſſifs tels qu'ils ſont, futurs quand ils ſont futurs, préſens quand ils ſont préſens, paſſés quand ils ſont paſſés, ſans que ces connoiſſances exactement relatives à la Succeſſion ſoyent en lui une Succeſſion. Oh! *credat Apella!*

Mais j'oublie que je parle à gens que cette Doctrine révolte autant que moi, & que c'eſt même ce qui leur fait en bonne partie rejetter l'idée de Dieu. Comme c'eſt eux, & non les autres qu'il faut gagner, je pourſuis en ne m'embaraſſant que de ce qui doit obtenir leur aveu, comme conſéquence de leurs Principes, ſans m'embaraſſer de l'aveu des autres.

Tout ce qu'il y a d'Etres exiſtans exiſte donc de la même date, auſſi bien que de la même néceſſité, que deux & deux ſont quatre. Or ce n'eſt pas depuis mille ſiecles, ou depuis cent mille millions de ſiecles, que deux & deux ſont quatre. La concomitance de l'exiſtence de cette Vérité permanente, *deux & deux ſont quatre*, & de celle des Etres varia-

variables & ſucceſſifs, prouve donc encore un coup une Infinité de ſiecles révolus.

Cela conduit à une diſtinction eſſentielle de deux ſortes d'infinis ; l'Infini ſuprême & l'Infini mathématique.

L'Infini ſuprême *eſt ce à quoi l'on ne peut rien ajoûter, par la raiſon qu'il renferme* TOUT. C'eſt, en genre de durée, la Somme de *toutes* les durées poſſibles, paſſées, préſentes & à venir. On n'y peut rien ajoûter, puisque ce qu'on voudroit ajoûter, y eſt déjà compris, quand on dit *Tout.*

L'Infini mathématique *ſe fait mieux comprendre par quelque exemple inconteſtable que par une Définition.* (*) Telles ſont les heures écoulées de l'Eternité, & les heures à écouler. La quantité de celles-ci diminue toûjours, & la quantité de celles-là augmente, ſans qu'il ſoit poſſible de dire, que le nombre des unes & des autres ſoit *fini.*

Ce n'eſt que de l'Infini mathématique dont nous pouvons encore aſſurer l'Actualité. Le genre d'Infini dont nous avons l'exemple, celui de la durée, ne peut jamais être actuel ; mais nous n'en devons point conclurre, qu'aucun genre d'Infini ſuprême ne puiſſe être actuel.

Nous devons admettre de l'Infini mathématique, tout ce que les Mathématiciens ont eu le courage d'en enſeigner.

L'Infinité des heures écoulées étoit plus petite hier, puisqu'elle contient aujourd'hui des heures qu'elle ne contenoit point ; & demain par la même raiſon elle ſera plus grande, puisqu'elle contiendra ce qu'elle ne contient point en ce moment. C'eſt le contraire pour les heures à écouler.

(*) J'en dirai la raiſon dans ma *Théorie de l'Infini.* En attendant, je demande à l'Ecole Wolffienne . . . . Appellant T la totalité des Etres poſſibles, ou ſi l'on aime mieux, la totalité des Idées diſtinctes préſentes à l'Entendement divin, que ſera-ce que T+1+2+3 &c ? Une vraye chimere. Mais T—1—2—3 &c. eſt bien réel. Or ſera-ce quelque choſe de fini ou d'infini ? J'avertis pourtant que ce n'eſt point encore là, ſelon moi, l'Infini mathématique, mais un Infini mitoyen qui me ſera d'un grand uſage.

L'Infinité des heures eſt, au pied de la lettre, ſoixante fois plus petite que celle des minutes, & vingt-quatre fois plus grande que celle des jours.

L'Infini mathématique *eſt donc ſuſceptible de tous les degrés imaginables de quantité.*

Au contraire, l'Infini ſuprème n'eſt ſuſceptible d'aucun degré. C'eſt la Somme complette des Individus, des Finis, & des Infinis poſſibles; c'eſt le *Tout* dans le genre dont il s'agit.

Préſentement que penſons-nous de la Quantité des Etres; *poſſibles, ou exiſtans?* (car c'eſt tout un dans le Principe de l'Aſéité admis entre nous.) Eſt-elle finie, ou infinie? & ſi elle eſt infinie, l'eſt-elle du degré ſuprème de l'Infini; ou ſeulement de quelque degré inférieur, à quoi il ſe puiſſe ajoûter quelque choſe?

En conſcience, ne ſentons-nous pas que la Quantité des Etres poſſibles, ou qui ne renferment point contradiction, n'eſt pas une Quantité finie? qu'appellant N un nombre quelconque, prodigieuſement grand, il eſt auſſi abſurde de ſuppoſer qu'il n'y a que dix fois N d'Etres poſſibles, que de ſuppoſer qu'il n'y en a que dix?

Nous concevons des nombres, des lignes, des figures, des corps, des diſtances entre ces corps, & des eſpaces à l'infini. D'où viendroit cette faculté de concevoir à l'infini? ſi ce n'étoit, au moins d'une poſſibilité infinie; poſſibilité d'une infinité de Collections d'Etres, & par conſéquent d'une infinité d'Etres.

La Sphere des poſſibilités, je dis même des poſſibilités d'Etres, eſt donc infinie; & c'eſt une Infinité du degré ſuprème, une *Omnitude;* puiſque qui dit *tous les Etres poſſibles*, les renferme *tous*, ſans qu'il en reſte que l'on puiſſe y ajoûter.

Mais dans le Principe que rien de ſubſtantiel, ne paſſe du Non-Etre à l'Etre, aucun Etre proprement ainſi appellé *n'eſt purement poſſible:* aucun Etre proprement dit n'eſt *poſſible* au ſens de ne renfermer point contradiction, & cependant *impoſſible* au ſens de ne pouvoir exiſter. Quoique cette poſſibilité & cette impoſſibilité fuſſent en des ſens différens, elles répugnent par un autre endroit. On conçoit qu'il eſt abſurde

ſurde de ſuppoſer, qu'une partie des Etres *non-contradictoires* ayent l'exiſtence éternelle & néceſſaire, & que les autres l'ayent impoſſible ; impoſſible, dis-je, puisque qui n'exiſte pas une fois ne peut plus exiſter dorénavant.

Dans le Principe de l'Aſéité univerſelle, nous ſommes donc contraints d'admettre l'exiſtence, & l'exiſtence éternelle & néceſſaire, *de l'Infinité complette* des Etres qui n'impliquent point contradiction.

En effet, dans notre Principe, qui de nous eſt tenté de ſuppoſer *un bout*, *une fin*, à la Collection des Etres qui nous environnent, ſoit en haut ſoit en bas, ſoit à droite ſoit à gauche, ſoit devant ſoit derriere, même à des diſtances mathématiquement infinies?

Nous admettons donc *l'Actualité de l'Infini*, *& d'un infini ſuprême*, au moins en genre de multitude ; L'OMNITUDE *des Etres ; des Infinités d'Infinités d'Infinités d'Etres*, *de tous les degrés & de toutes les puiſſances de l'Infini*.

§. X.

Des Etres ſupérieurs.

Ces Principes poſés, je crois avoir beau jeu contre l'Athéiſme.

Il eſt viſible qu'il n'y a point de genres, ni de degrés dans ces genres, qui n'exiſtent néceſſairement, & ne ſe trouvent quelque part dans l'Univerſalité des Etres.

Nous ſavons d'ailleurs que dans l'Univerſalité des Etres, dans l'Infinité ſuprême de la multitude d'Etres véritablement Etres, d'Etres ſimples éternellement exiſtans, il n'y en a point qui ne differe de tout autre, en quelque choſe d'eſſentiel & d'incommunicable, ſoit par rapport à la nature des propriétés, ſoit par rapport à leurs combinaiſons & à leurs degrés ; comme les nombres & les différens genres de figures.

Autant il ſeroit abſurde de nier un degré entre les nombres, ou un genre entre les figures ; autant le ſeroit-il de nier un genre ou un degré entre les Etres.

Si donc les noms de Puiſſance, d'Intendance, de Prééminence, d'Intelligence, de Bienveillance, &c, ne ſont point des noms plus vuides

de ſens, que ceux des nombres & des figures, & ſi ce ne ſont point choſes dont l'union ou la combinaiſon implique ; tel degré fini étant donné, il eſt auſſi abſurde de nier la poſſibilité & l'exiſtence d'un degré plus haut, que de nier tel nombre, ou telle figure, qui n'implique point contradiction.

Mais il faut être aſſuré *que rien n'implique :* ſans quoi l'on risque de réaliſer les idées les plus chimériques ; des *Biangles*, ou *plus de cinq* Polyèdres réguliers ; des Nombres *quarrés*, ou *cubes*, doubles les uns des autres ; une *Bonté infinie*, qui ne feroit pas aux Etres, objets de ſa tendreſſe, (de ſon infinie tendreſſe!) *l'infinitieme partie du Bien* qui ſeroit en ſon pouvoir.

C'eſt donc à nous à ſonder nos conſciences de bonne foi, pour voir s'il nous eſt poſſible de douter ſérieuſement, ſi *Intelligence*, *Bienveillance*, *Puiſſance*, ne ſeroient pas des noms vuides de ſens, comme ceux de *Biangle*, ou d'*Heptaèdre régulier*.

Pour voir, ſi dans la ſuppoſition que ces idées ſoyent réelles, nous ne ſerions pas tentés de craindre, qu'elles ne ſe détruiſiſſent *comme les couleurs* en ſe combinant, & ne fuſſent point ſuſceptibles de degrés à l'infini.

Pour voir, ſi ce qui nous manque, pour faire que tout Etre ſe porte au bien, & ſoit heureux en ſe portant au bien, & par cela-même qu'il ſe porteroit au bien, n'eſt pas la faculté de le faire, ſans qu'il nous en coûte *que de vouloir qu'il ſoit ainſi*.

Pour voir, ſi nous doutons néanmoins que nous ayons quelques degrés de Puiſſance, comme d'Intelligence & de Bienveillance, & que de grands Rois en ayent ſans comparaiſon plus que nous, par quoi, ſemblables au ſage Monarque qui nous gouverne, ils ſavent *rendre heureux les peuples*, *récompenſer les belles actions*, *punir les mauvaiſes*, & *tenir la Terre dans l'admiration de leurs Vertus*.

Pour voir enfin, ſi nous ne ſommes pas intimement convaincus, qu'une Intelligence cent millions de fois plus grande que celle de Neuton ou de Leibnitz, & une Bienveillance cent millions de fois plus étendue que celle de Titus, jointes à une Puiſſance proportionnée, *ſont très poſſibles*, ſoit dans le Globe, ſoit hors du Globe que nous habitons.

Il y a l'infini à parier, *que dans la variété infiniment infinie de l'Omnitude des Etres, il y a quelque Etre*, dont la Bienveillance, l'Intelligence & la Puiſſance, ſont à celles du plus grand Prince, & du plus grand Philoſophe, dans le rapport préciſément de N à 1. Et j'entens par N le nombre d'Etres, tant ſimples que compoſés, contenus dans notre Syſtème planétaire, par exemple.

Il y en a, (du moins pour moi, & pour quiconque ſait ſuivre comme il faut les conſéquences d'un Principe:) il y en a *la même certitude*, que de l'exiſtence d'un pareil nombre de millions de millions de ſiecles dans l'Eternité, & d'un pareil nombre de millions de millions de lieues dans l'Immenſité.

Un tel Etre, ou de tels Etres, de l'exiſtence desquels je ne puis pas plus douter que de la mienne propre, ſont encore infiniment éloignés *du Dieu ſuprême, que je ſens au delà;* mais ce ſont autant d'échelons qui m'y menent.

Combien les Dieux de Rome & de la Grece ne leur ſont-ils pas inférieurs? ces Dieux dont l'Opinion a ſuffi ſi longtems à contenir les Peuples!

Leur Intelligence, que j'ai droit de ſuppoſer auſſi étendue qu'il eſt néceſſaire, me permet-elle de douter que je ne les aye pour témoins de mes actions; leur Bienveillance qu'ils n'y prennent part; & leur Puiſſance, qu'ils n'agiſſent conformément à ce qu'exige dans les différens cas une Bienveillance digne de ce nom?

Voilà déjà bien de quoi arracher à l'Athée pratique, ainſi que je le lui ai promis, la ſécurité qu'il cherche dans l'Athéiſme.

S'il a quelques lumieres, qu'il combine ce que je lui démontre, dans ſes propres Principes, de l'exiſtence d'Etres ſupérieurs, auſſi éclairés & auſſi vigilans qu'il eſt beſoin, avec ce que l'Hiſtoire ancienne & moderne, l'expérience journaliere, & l'opinion de tous les Peuples, confirment d'une Providence qui pourſuit le Crime.

Que ſi l'Athée pratique eſt ſans lumieres; les gibets & les roues ſont les ſeuls raiſonnemens qui lui conviennent.

Mais

Mais n'y a-t-il pas ici de quoi jetter également l'épouvante chez tous les Hommes ? . . . Ne trouvons-nous pas dans notre Principe, l'exiſtence des mauvais Génies, auſſi bien & auſſi clairement conſtatée que celle des bons ?

Je l'avoue ; & je ne puis me perſuader que ce ſoit un inconvénient d'aboutir à ce qui a été dans tous les tems & dans tous les lieux la créance des plus grands Philoſophes, & de toutes les Religions imaginables.

Du moins y vois-je cet avantage : un motif de plus de nous rendre attentifs aux preuves, qui vont ſuivre, de l'exiſtence d'un Dieu ſuprême ; exiſtence deſirable d'un Dieu ſupérieurement Dieu, d'un Dieu vraiment Dieu, entre les bras de qui de foibles Etres, tels que nous, puiſſent ſe jetter avec confiance ; un Dieu, dont l'infinie Sageſſe, & l'infinie Bonté, ſauront mener au bien les Natures-mêmes les plus vicieuſes.

Or c'eſt à ce Dieu qu'il s'agit, Meſſieurs, d'atteindre préſentement.

[Le reſte de la Piece a été effectivement lû à l'Académie le 1er Mai 1755 ; mais de peur de trop groſſir ce Volume on renvoye ce Morceau au Volume ſuivant.]

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

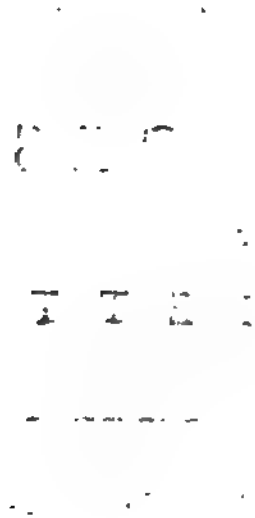
SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

* * *



SUR

LA MANIERE D'ECRIRE ET DE LIRE LA VIE DES GRANDS HOMMES.

PAR M. DE MAUPERTUIS.

Si l'on penſe que les grands hommes ſont donnés au Monde pour ſervir d'exemples, on verra de quelle utilité il eſt d'écrire leur vie. Auſſi les plus excellens Auteurs ont-ils regardé comme une de leurs plus dignes occupations celle de faire connoitre ces hommes précieux à ceux qui n'ont pas pû les voir, & aux ſiècles où ils n'ont pas vêcu.

Les Vies des anciens Philoſophes que nous a laiſſées *Diogene Laërce*, ne ſont pas ſeulement un des Livres les plus agréables; elles ſont un de ceux dont la lecture eſt la plus utile. L'Hiſtoire de la Philoſophie de M. *Brucker*, qui joint à la vie de tous les Philoſophes anciens & modernes le précis de leurs opinions, ne ſauroit être aſſés luë, ni aſſés louée. Le Recueil des Vies de nos Philoſophes François, écrites avec tant d'élégance par M. *de Fontenelle*, moins l'Eloge des morts que l'inſtruction des vivants, auroit dû nous délivrer pour jamais de ces Oraiſons funébres, où le mort ne fournit qu'une Généalogie & des titres, où l'Auteur ne met que de l'eſprit & des mots.

Un ſtile pur, une analyſe exacte, un examen judicieux, ſemblent ſuffire à ce genre: il y reſte cependant encor quelque choſe à deſirer,

& qui demande plus de ſubtilité que le reſte : C'eſt de comparer les grands hommes les uns avec les autres. D'une exacte diſcuſſion de ce qui leur appartient, il ſe forme un réſultat plus juſte & plus animé que ne le peut être tout jugement abſtrait ſur les différents genres de mérite.

C'eſt ainſi que *Plutarque*, après nous avoir peint les perſonnages les plus illuſtres de l'Antiquité du pinceau le plus agréable & le plus fidèle, n'a pas crû avoir tout fait ; il a voulu rapprocher ſes tableaux les uns des autres, pour faire mieux diſtinguer les traits de ceux qu'il avoit peints. On a une idée trop imparfaite des grands hommes lorsqu'on n'en juge que par leur ſupériorité ſur les hommes ordinaires qui ſont à une trop grande diſtance d'eux ; ce n'eſt que par les rapports qu'ils ont avec leurs ſemblables qu'on peut les bien connoitre ; ce n'eſt que par cette comparaiſon qu'on peut bien juger de ce qui manque à chacun, & de ce que chacun auroit dû avoir pour atteindre à la perfection.

Les paralleles de *Plutarque* ne tombent guères que ſur des Héros ou des Légiſlateurs : mais il ne faut pas croire qu'on ne puiſſe appliquer qu'à de tels ſujets ce genre de ſpéculation ; tout génie diſtingué, dans quelqu'ordre que ce ſoit, en eſt ſuſceptible & en eſt digne. Un homme illuſtre que cette Académie vient d'acquérir nous en a bien donné la preuve dans le parallele qu'il a fait de trois Poëtes fameux ; à moins qu'on ne voulût dire que le charme de ſon ſtile & la fineſſe de ſes jugemens compenſoient la différence qui ſe trouvoit entre les ſujets qu'il a choiſis & ceux de *Plutarque*. Quoiqu'il en ſoit, la dignité de ceux dont je vais parler, ne me laiſſe aucun ſcrupule à cet égard.

Nous avons trois Auteurs modernes d'Ouvrages philoſophiques, qu'on peut en quelque maniere comparer les uns aux autres, *Montaigne*, *Bacon*, & *la Mothe le Vayer*. Le premier a le plus d'imagination, le ſecond le plus d'eſprit ; le troiſième a le plus de patience pour écrire des choſes dont ſouvent les deux autres ne ſe feroient point chargés.

On

On trouvera peut-être exceſſive la préférence que nous donnons à *Montaigne* & à *Bacon* ſur *le Vayer*. Celui-ci paroit deſtiné à avoir le plus grand nombre pour lui : ce qui eſt ſimplement au deſſus du médiocre a un ſuccès plus univerſel que ce qui eſt trop au deſſus. *Le Vayer* a l'eſprit juſte & clair, beaucoup d'érudition, un ſtile coulant & facile, tout le monde ſent cela ; le génie & la profondeur lui manquent, peu de gens s'en apperçoivent : incapable de créer, ni de diſcuter à fond, il a traité toutes ſortes de matieres, toutes avec la même meſure d'eſprit, & toujours prêt à écrire ſur tout.

On peut trouver du plaiſir dans la lecture de ſes Ouvrages par le grand nombre de faits ſinguliers tirés des rélations de voyages, & par un nombre auſſi grand de traits de l'antiquité qu'il avoit bien recueillis : mais il préſente tout ſans en faire aſſés d'uſage philoſophique ; & il n'eſt jamais guères que voyageur ou hiſtorien. On ne ſauroit, par exemple, voir plus de curioſités raſſemblées qu'on en trouve dans ſon Chapitre des Monſtres : rien n'eſt ſi pitoyable par rapport au phyſique & par rapport au moral que ce qu'il en dit. Dans ſon *Hexameron*, qui eſt celui de tous ſes Ouvrages dont ſes partiſans font le plus de cas, & qui en effet eſt le plus raiſonné, on ne trouve cependant que des lieux communs de Scepticiſme, & un Eſprit fort bien ſuperficiel.

Bacon eſt bien un autre homme. Si ſon imagination paroit céder à celle de *Montaigne*, ce n'eſt que parce qu'elle eſt mieux réglée : ſi ſes livres ſont moins agréables, ce n'eſt que parce qu'il a trop de méthode & trop de ſcience, dont *Montaigne* avoit trop peu. Il n'a pas traité moins de ſujets que *le Vayer*, mais toujours exact, toujours profond, il n'en a laiſſé aucun dans lequel il n'ait mis beaucoup du ſien.

Dans ſon admirable Syſtème des Sciences, on voit non ſeulement l'état où chaque branche de nos connoiſſances ſe trouvoit alors, & où la pluſpart ſe trouvent encore aujourd'hui ; il marque ce qui manquoit à chacune, & les moyens par leſquels elles pouvoient être perfectionnées. Il faut avoüer que l'excès de diviſions & de ſubdiviſions, le

choix ſingulier de termes peu uſités, ou employés d'une maniere peu uſitée, rendent pénible la lecture de cet Ouvrage ; mais il faut avoüer auſſi qu'il falloit un génie auſſi vaſte & auſſi univerſel que le ſien pour oſer former le plan d'un tel Ouvrage.

Il a peut-être encore mis plus d'eſprit, mais aſſurément il n'en a pas fait un ſi heureux uſage, dans ſon Traité de *la Sageſſe des Anciens.* On regrette de voir tant de ſubtilité employée à deviner des énigmes qui n'ont point de mot : tant d'art pour trouver une ſageſſe profonde dans des extravagances que le reſpect pour l'antiquité, & le charme de la Poëſie, peuvent à peine faire ſupporter. *Bacon* s'eſt donné aſſurément pour ſon explication des Fables une peine que le ſujet ne méritoit point, & perſonne ne l'a blâmé ; un auſſi grand génie que lui, pour s'être appliqué à chercher le ſens caché de quelques uns des Oracles de notre Religion, eſt aujourd'hui presque un objet de riſée : telle eſt la différence des tems !

Un autre Ouvrage de *Bacon* qui pouvoit être bien plus utile, s'il eut été bien exécuté & entièrement exécuté, c'eſt ſon *Atlantis.* On y trouve de grandes vuës & des choſes excellentes ; mais il faut avoüer que ce fragment ſemble plutôt être la régle d'un Couvent, ou le plan d'une Académie, qu'une forme de Gouvernement.

Cet homme univerſel a auſſi écrit quelques morceaux d'hiſtoire, & la vie de *Henri* VII. Roi d'Angleterre : malgré quelques métaphores eſtimées alors, on y reconnoit un ſtile ſimple & pur, l'ordre, la clarté, la vérité, l'exactitude, tous les caractères de l'hiſtoire écrite par un Philoſophe.

Entre tant d'ouvrages excellens, s'il m'en falloit préférer un, ce ſeroit ſes Réflexions morales & politiques. (*) Il a donné à un de ſes Livres le titre de *la Sageſſe des Anciens*, on devroit appeller celui ci *la Sageſſe de tous les hommes & de tous les tems.* C'eſt tout ce que l'expérience la plus univerſelle pouvoit apprendre à l'eſprit le plus pénétrant

(*) *Sermones fideles.*

trant & le plus étendu. Ces réflexions ſi fortes de ſens ſont écrites d'un ſtile ſi ſimple qu'on les prendroit d'abord pour des choſes communes, d'un ſtile ſi court que quelquefois elles en paroiſſent obſcures. A' meſure qu'on les relit & qu'on les examine, leur importance & leur lumiere ſe font ſentir ; & l'on découvre des tréſors. Quelle différence entre cet ouvrage & quelques autres qu'on a depuis voulu nous donner dans ce genre, où dans des mots élégamment & agréablement arrangés, on cherche en vain la penſée!

Bacon a eu un deſſein trop marqué d'être univerſel, qui l'a fait quelquefois traiter des ſujets trop petits pour lui, & quelquefois d'autres qu'il n'entendoit pas aſſés. Je n'aime point à voir celui qui vient de donner de ſi excellens préceptes aux Philoſophes, aux Rois, & aux Peuples, s'occuper de m'apprendre qu'il faut planter dans mon Jardin de la Marjolaine, des Violettes blanches, & y faire des Grottes de verres colorés. Peut-être cependant me trompé-je ; une grande ſupériorité d'eſprit rapproche toutes ces choſes, & les fait regarder du même œil.

Bacon ſeroit peut-être moins excuſable dans pluſieurs endroits de ſes Ouvrages, où ce ſage réformateur de la Philoſophie ſemble avoir oublié toutes ſes régles : Lors, par exemple, que remarquant que les Guerres ſont plus fréquentes dans les Païs du Nord que dans ceux du Midi, (ſuppoſé que cela fut,) il penſe que la cauſe en peut être attribuée aux Etoiles de l'hemiſphère Boréal (*); lorsqu'il reproche aux Aſtronomes d'être plus attentifs à obſerver le cours des Cometes dans les Cieux, qu'à marquer leurs effets ſur la Terre. On ne trouve que trop de raiſonnemens ſemblables dans ſes Ouvrages : il faut les pardonner à la force des préjugés de ſon tems. A' tout prendre je ne crois pas que parmi les Anciens, ni parmi les Modernes, il y ait eu un plus grand Génie.

Dans les Editions poſthumes de *Bacon*, où l'on a recueilli tout ce qui reſtoit de lui, on trouve quelque Piéces qui répondent peu à l'idée d'un

(*) *Sermon fid. de Viciſſ. Rerum.*

d'un ſi grand homme, & même qu'on pourroit dire aſſés médiocres. Ces Piéces ſont celles qui ont rapport à ſa vie civile & à l'exercice de ſes Charges : par la négligence qui y régne, & par tout ce qui y manque, on voit qu'il avoit tout donné à la Philoſophie.

Que dire de *Montaigne*, qu'il n'ait pas dit lui-même de ſoi ? Rempli d'amour propre, libre dans le choix de ſes ſujets comme dans la maniere de les traiter, il a tout parcouru, n'a rien approfondi, mais a répandu de l'agrément partout. Quelquefois à force d'eſprit il a pénétré des matieres qu'on croiroit qu'il n'a qu'effleurées, & qu'il n'a cru peut être lui-même qu'effleurer. Une grande partie de ſes ſuccès eſt duë à ſon tems & à ſon ſtile. Plus Philoſophe que les Philoſophes de ſon ſiècle, il demeure encore aujourd'hui auſſi bel eſprit que les plus beaux eſprits du nôtre. Les Anglois dont le caractère eſt la profondeur & la juſteſſe, font plus de cas de lui que d'aucun autre Auteur François ; eſt ce pour exalter *Montaigne*, ou pour déprimer notre Nation ?

Si l'on vouloit faire un choix dans les Ouvrages de ces trois Auteurs, on tireroit de *Bacon* un gros volume, un aſſés petit de *Montaigne :* il faudroit laiſſer *la Mothe de Vayer* tel qu'il eſt, & le lire aux heures perdues.

Après avoir comparé *Bacon* avec deux Philoſophes modernes, je vais le comparer avec deux de l'antiquité, avec *Plutarque*, & *Seneque ;* car il faut remonter bien des ſiècles pour trouver des hommes qui puiſſent avec lui entrer en quelque ſorte de comparaiſon.

Bacon aura encore ici preſque le même avantage qu'il a eu ſur les Philoſophes François. *Plutarque & Seneque*, ſupérieurs à *le Vayer* & à *Montaigne*, leur reſſemblent en grand, & ont à peu près les mêmes défauts. *Plutarque*, ceci paroitra à quelques uns un blaſphéme, mais je ne puis m'empêcher de le dire, plus ſavant que Philoſophe, fait plus briller ſa mémoire que ſon jugement. Sans choix & ſans juſteſſe d'eſprit, un moment après qu'il a rapporté quelque trait admirable de morale, ou quelque réflexion profonde, il vous fait des Contes de Fées : moins ſenſé alors que *le Vayer*, il eſt ſouvent dans ſa maniére de conter auſſi allongé que lui. Combien par ces défauts n'eſt-il pas inférieur à *Bacon !*

Sene-

Seneque eſprit plus vif & plus juſte reſſemble ſouvent à *Montaigne :* Mais quoique toujours ſupérieur & plus attaché à un Syſtème, il eſt presqu'auſſi rempli d'inconſéquences & de contradictions que lui. Partout le bel eſprit & le tour de la phraſe l'emportent au delà du vray, & l'emportent quelquefois plus loin que *Montaigne.* On peut voir par la deſcription que *Bacon* faiſoit de ce défaut (*), combien il eſt ſupérieur à ceux qui l'ont.

Seneque & *Bacon* ont beaucoup écrit ſur la Phyſique. *Bacon,* dans ſon Syſtème des Sciences, a tracé de cette étude un plan magnifique ; mais dans quelques Eſſais qu'il en a voulu faire, malgré l'avantage de ſon ſiecle ſur celui de *Seneque,* il eſt presqu'auſſi mauvais Phyſicien que lui.

Le Philoſophe Anglois ſemble avoir voulu faire lui-même une comparaiſon entre *Demoſthene, Ciceron, Seneque* & lui. Tous quatre ont été à la tête des plus grandes affaires, tous quatre ont éprouvé les plus cruels revers. Cette comparaiſon portant plus ſur les mœurs que ſur le genre d'eſprit de ces grands hommes, elle n'entre pas dans le plan que je me ſuis fait ici : Et je n'en dirai qu'un mot. *Demoſthene,* convaincu de corruption & lâche les armes à la main, retrouva le courage & la vertu dans la diſgrace : *Ciceron* vertueux & foible fut un Héros dans ſa conduite : *Seneque* dont la réputation cependant n'eſt pas demeurée entiere, ſemble avoir conſervé la même ame à la Cour, dans l'exil, & dans la mort. On ne doit pas être ſurpris ſi des hommes plus Orateurs que Philoſophes, dont la vertu n'étoit fondée que ſur des principes aſſés incertains, ont montré tant de contradictions. Pour *Bacon,* il ſeroit bien étonnant que l'eſprit le plus juſte, le plus profond, le plus ſublime, auſſi pénétré qu'il l'étoit des lumiéres de la Religion, eut commis les indignités qu'un parti lui a reprochés : mais il pouſſa trop loin les complaiſances pour le favori de ſon Roi. C'eſt un crime dans tous les Pais : Et les Loix le puniſſent en Angleterre.

(*) *De augm. Scient.* Lib. I.

RÉFLEXIONS

SUR LES CHANGEMENS DES LANGUES VIVANTES

PAR RAPPORT À L'ORTOGRAPHE ET À LA PRONONCIATION.

PAR M. DE BEAUSOBRE.

Nous avons dans les Mémoires de l'Académie une Diſſertation très propre, à faire juger de la différence qui ſe trouve entre la connoiſſance des langues, & cette ſubtile Méraphyſique, qui n'y conſidere que ce qu'elles ont de philoſophique. Qu'il y a de choſes délicates dans les langues, qui échapent au commun des hommes! Si un homme d'eſprit a beaucoup d'avantages pour manier adroitement ſa langue, un bon Philoſophe n'en a pas moins pour juger juſqu'à quel point il lui eſt poſſible de bien exprimer ce qu'il penſe: les Philoſophes ordinaires contens d'une richeſſe de mots en font une eſpece de trafic. Combien de qui il ſeroit vrai de dire; *ils ne ſçavent que des mots!*

Ce n'eſt pas par des phraſes ou des mots entaſſés les uns ſur les autres; ce n'eſt pas en ſubſtituant pluſieurs mots à un ſeul, ou des mots plus communs à d'autres qui le ſont moins, qu'on répand beaucoup de jour ſur les idées qu'on veut développer: il y a de ces phraſes lumineuſes, de ces expreſſions heureuſes & pittoreſques, qu'un veritable génie trouve ſans peine, & qui nous éclairent bien mieux que ces doctes & ces enuyantes diſcuſſions, nées dans les tenebres & dignes d'y reſter.

Quoique toutes les langues puiſſent ſervir à exprimer nos idées, on ne ſçauroit nier qu'il n'y en ait de plus parfaites les unes que les autres. L'abondance des mots, ou la richeſſe, n'en fait pas la ſeule différence:

rence : la langue la plus parfaite ſeroit celle, qui n'étant ſujette à aucun changement, ſeroit encore la plus facile à parler, & à écrire purement, la plus propre à exprimer brièvement nos penſées, la moins chargée d'expreſſions figurées, & la plus conforme aux régles de la Grammaire. Ce n'eſt donc pas parmi les langues vivantes qu'elle peut ſe trouver ; elles ſont ſujettes à trop de changemens qui les défigurent inſenſiblement : c'eſt parmi les langues mortes qu'il la faut chercher, s'il en eſt une qui ſoit parfaite : elles ne changent point, elles ſont fixées pour jamais (*a*).

Ce n'eſt pas le pédantiſme, qui a engagé tant de Philoſophes & tant de Sçavans à préférer la langue latine à celle de leur païs : ſans parler des avantages qu'ils croyoient retirer en communiquant ainſi leurs idées à des Sçavans étrangers, ils ſentirent tous combien leur langue étoit imparfaite, & combien elle eſſuyeroit encore de changemens : ils prévoyoient que leurs Ouvrages, quelque bien écrits qu'ils fuſſent pour les tems où ils vivoient, ne ſeroient, ni lûs, ni entendus, au bout d'un Siècle. L'amour de la gloire, bien pardonnable aux hommes, puiſqu'en effet après l'amour du genre humain c'eſt le motif le plus noble, le plus pur, & le plus fécond en belles actions, l'amour de la gloire, dis-je, leur a fait ſouhaiter de vivre un peu plus longtems dans la mémoire des hommes, & de n'être pas inſenſiblement enſévelis dans

(*a*) Quoiqu'il ſoit vrai qu'on écrive aujourd'hui plus purement en Latin, qu'on ne le faiſoit dans les Siècles barbares du moyen âge, on ne peut pas dire que la langue Latine ait changé, depuis qu'il n'y a plus eu de Nation qui l'ait parlée. Le Siècle d'Auguſte ſera toujours le Siècle de la belle Latinité ; & ce mêlange de mots inconnus aux Romains avec des phraſes oppoſées au génie de la langue latine, ſera toujours un langage barbare. L'uſage que l'Egliſe Romaine a fait de la langue Latine ; & celui qui s'étoit introduit ſurtout en Allemagne, & qui y dura juſqu'au régne de *Rodolphe*, Comte de *Habſpurg*, d'écrire tous les Actes publics en Latin, ſont la cauſe de ce grand nombre de mots barbares dont la langue Latine du moyen âge a été chargée : Il a falu des Gloſſaires pour lire des ouvrages qui ont leur utilité.

l'oubli, à meſure que la perfection croiſſante de leur langue rendroit plus difficile à la poſterité la lecture de leurs Ouvrages.

Une Langue meurt lorsqu'elle ceſſe d'être parlée par tout un peuple : alors elle n'eſſuye plus de changemens, & les meilleurs Ecrivains ſervent pour toujours de loix & de modèle : c'eſt ainſi que par rapport à la langue Latine, où l'on reconnoit trois âges, celui d'*Ennius*, celui de *Ciceron*, & celui de *Pline*, les Auteurs de l'âge moyen ſont ceux que nous devons chercher à imiter.

La Langue Latine a beaucoup changé, lorsqu'elle étoit vivante, même par rapport à la Syntaxe. *Quintilien* (*b*) rapporte qu'on avoit dit avant lui *incumbere illum*, & *plenus vini*. *Polybe* (*c*) nous apprend que les changemens que cette Langue avoit ſoufferts, étoient ſi conſidérables, que celui qui compareroit celle qui étoit en uſage de ſon tems, avec celle des premiers Siècles de Rome, auroit de la peine à y trouver de la reſſemblance. La Langue Grecque n'a pas été plus heureuſe ; elle a ſouffert des changemens aſſez conſidérables. On peut conſulter là deſſus, parmi d'autres ouvrages, le 18ᵉ chap. du I. Livre d'*Aulu-Gelle :* il y eſt rapporté, par exemple, que le mot κλέπτης, *voleur*, étoit exprimé autrefois par celui de φώρ, d'où les Latins ont ſans doute tiré le mot de *fur :* par où l'on voit que le Néologiſme a été de tous les tems. *Tritheme* parle au long, dans la Préface qui eſt à la tête de ſa *Polygraphie*, des changemens que la Langue Allemande a eſſuiés.

Ces changemens ont eu differentes cauſes. Une Langue vivante ſe diviſe bientôt en différents Dialectes : les peuples ſubjugués, lorsqu'ils

(*b*) Liv. IX. de ſes Inſtitutions.

(*c*) Τηλικαύτη γὰρ ἡ διαφορὰ γέγονε διαλέκτου, καὶ παρὰ ῥωμαίοις τοῖς νῦν πρὸς τὴν ἀρχαίαν, ὥστε τοῦτο συνετωτάτους ἔνια μόλις, ἐξ συνιζάσεως διευρίνειν. Voyez le 3. Livre de *Crinitus*, *de honeſta diſciplina ;* il conte quatre âges dans la Langue Latine. Conſultez encore l'excellent traité de *Bibliander*, *de ratione communi omnium linguarum.*

qu'ils apprennent la langue du peuple vainqueur, ne manquent pas de la corrompre, ſoit par négligence, ſoit par de certaines diſpoſitions dont ils ne ſont pas les maitres: le moins qui arrive, c'eſt qu'ils veulent porter dans la nouvelle Langue qu'ils apprennent, le génie de celle qu'ils ſçavent, ce qui eſt la dénaturer. Les Romains firent tous leurs efforts, pour qu'on parlât Latin dans les Provinces conquiſes: à *Cumes* on leur accorda la demande qu'ils firent d'y traiter les affaires publiques en Latin: eſt-il ſurprenant après cela que cette Langue ait ſi fort varié, & qu'elle ait été la mére de pluſieurs enfans qui lui reſſemblent ſi peu?

Quelquefois il eſt arrivé, qu'on a ſagement corrigé quelques défauts, que le caprice avoit introduits & autoriſés. Des Ecrivains qui réfléchiſſoient, ont adopté ces changemens, & bientôt tout le monde en a fait autant. A' meſure qu'un peuple s'eſt éclairé, & qu'il a cultivé des Arts & des Sciences, qui lui étoient auparavant inconnues, il s'eſt vû obligé d'introduire de nouveaux mots; il les a emprunté d'une Langue étrangere, quelquefois il les a forgés. Mais ces cas qui ſont rares, n'ont pas duré aſſez longtems pour juſtifier le changement perpétuel des Langues vivantes, que le caprice des Ecrivains empêche de ſe fixer.

De tout tems on a vû des Ecrivains prendre des libertés; & ils ont été ſuivis dès qu'ils ont eu le talent de plaire. On ſcait qu'*Eſchine* changea beaucoup au langage des Rhodiens: les Poëtes ont toujours uſurpé une eſpece d'empire ſur les langues; ils ont mutilé des mots, ils en ont allongé d'autres, ſelon que cela leur paroiſſoit néceſſaire à la cadence ou à l'harmonie de leurs vers. Une Langue vivante transportée dans un autre climat, y change par un nombre de raiſons, qu'il ſeroit trop long de détailler ici; ces changemens ſont quelquefois ſi conſidérables, qu'on ne reconnoit plus la liaiſon qu'il y a entre un mot & ſa racine; tous les Etymologiſtes en conviennent.

La politeſſe qui régne en France, la douceur des mœurs, cette urbanité qui eſt le charme de la Société, ont contribué à rendre la

Langue Françoiſe beaucoup plus douce, qu'elle ne l'étoit autrefois ; cela lui a fait perdre tout ce qu'elle pouvoit avoir de rude. Peut-être que cette inconſtance aſſez naturelle aux Nations qui ont l'eſprit vif, a hâté ces changemens, deſtructeurs des Ouvrages les plus précieux.

Les Langues vivantes ſeront toujours en proye à quelques changemens : c'eſt à nous à ne pas favoriſer ceux qui dépendent de nous, & à remédier à ceux, que des circonſtances & des événemens, dont nous ne ſommes pas les maîtres, peuvent traîner après eux. Songeons à ſauver du naufrage tant d'ouvrages excellents, l'honneur du Siecle paſſé & du nôtre. La gloire du grand *Corneille* ſeroit-elle auſſi chancelante, ſi d'un côté la Langue Françoiſe n'avoit pas eſſuyé depuis lui des changemens auſſi conſidérables, & ſi de l'autre nous n'étions menacés de changemens non moins importans.

Cet inconvénient nous empêche d'appercevoir dans ces anciens Ouvrages les graces de l'expreſſion, l'énergie des termes, la délicateſſe des tours ; il cauſe naturellement du dégoût pour tout ce qui eſt écrit dans un language vieilli : mal d'autant plus triſte, que l'eſprit, le génie même, & le ſçavoir le plus éclairé, ont ſouvent, que, dis-je, ont toujours beſoin pour plaire, des reſſources de l'oreille, qui ne devroient être eſtimées que dans des ouvrages frivoles. L'*Eſprit des Loix* écrit dans le ſtile de *Montaigne*, ne ſe trouveroit plus que dans la Bibliotheque de ce petit nombre d'élus, qui regardent & qui voyent plus loin que le commun des gens de lettres.

M. *Du Clos*, connu par des Ouvrages où la Philoſophie & l'eſprit ſe le diſputent l'un à l'autre, donna il y a quelque tems des remarques très delicates ſur la Grammaire Françoiſe de *Port-Royal ;* parmi un grand nombre d'excellentes réflexions, il y en a pluſieurs en faveur de la nouvelle ortographe, que quelques Ecrivains modernes ſe ſont efforcés d'introduire : il va même beaucoup plus loin, pluſieurs d'entre eux ſe ſont contentés d'admettre quelques changemens autoriſés par l'Académie Françoiſe & presque généralement adoptés ; comme, par exem-

exemple, la ſuppreſſion de pluſieurs lettres doubles, & la ſubſtitution de l'*e* à l'*ai* dans quelques cas où la prononciation l'exige. Notre Auteur veut aſſujettir entièrement l'ortographe à la prononciation ; régle peu ſure, impoſſible même à pratiquer.

Tout le monde prononce-t-il un même mot de la même maniere, & tout le monde le peut-il ? S'il étoit poſſible d'introduire une même prononciation parmi tant de peuples & tant de provinces differentes, j'avoüe que cette régle paroitroit ſéduiſante : mais l'expérience nous prouve le contraire ; nous voyons même que les plus habiles ne s'accordent pas ſur la prononciation de pluſieurs mots ; il y aura toujours des cas embarraſſants, & on ne pourra pas en appeller à l'ortographe, ſi celle ci eſt aſſujettie à la prononciation. *Sylvius*, qui voulût autrefois changer l'ortographe, ne fût point ſuivi par *Maigret*, *Pelletier*, & *Pierre de la Ramée*, qui ne vivoient qu'une vingtaine d'années après lui : leurs changemens différerent beaucoup des ſiens.

„ C'eſt une vaine oſtentation d'erudition, dit M. *Du Clos*, qui „ a gaté l'ortografe : ce ſont des ſavans & non pas des filoſofes qui „ l'ont alterée : le peuple n'y a u aucune part. L'ortografe des fames, „ que les ſavans trouvent ſi ridicule, eſt plus raiſonnable que la leur ; „ quelques unes veulent apprendre l'ortografe des Savans, il vaudroit „ bien mieux que les Savans adoptaſſent céle des fames. „ (*d*)

Il me ſemble qu'on ne ſçauroit marquer préciſément quelle eſt la claſſe d'hommes, qui a le plus influé ſur la prononciation & ſur l'ortogra-

(*d*) Je me ſers ici de l'ortographe de M. *Du Clos*. Il me ſemble qu'en ſuivant la ſienne, il auroit fallu ortographier de cette maniere : „ C'et une vaine oſten- „ tafion dérudifion, qui a gaté l'ortografe, ce ſon des Savans e non pa des „ filofofe, qui l'ont alterée : le peuple ni a u ocune par. L'ortografe des fame „ que les Savan trouve ſi ridicule ai plus raiſonnable que la leur : quelques „ unes veule aprendre l'ortografe des Savan, il vaudrai bien mieux, que les „ Savans adoptaſſe céle des fame. „

tographe : par rapport à la premiere, il eſt peut-être vraiſemblable que le peuple y a eu le plus de part ; par rapport à la ſeconde, ce ſont les Ecrivains de toute eſpece qui l'ont fixée, Scavans, Philoſophes, Artiſtes, gens d'eſprit & pédants, tous y ont eu part. On ne ſçauroit diſconvenir qu'il n'y ait eu des gens, qui ont fait parade d'une vaine érudition dans tout ce qui regarde la Grammaire ; mais ne ſeroit-ce pas aller trop loin que de ſe refuſer aux régles de l'Etymologie, & de l'uſage ? S'il s'agiſſoit d'un grand avantage, on pourroit ſans doute entreprendre de grands changemens ; mais bien loin qu'il y ait de l'utilité à retirer du projet de ce célébre Académicien, il me paroit qu'il n'y a que des inçonvéniens à craindre.

Il faudroit, pour taxer les Sçavans d'avoir altéré l'ortographe, convenir de celle qui doit être la bonne. L'étude grammaticale des langues a toujours été le partage des Sçavans, & doit l'être ; les langues ont ſans doute quelque choſe de philoſophique, mais tout ce qui regarde la Grammaire, ne doit point être renvoyé indiſtinctement au tribunal des beaux eſprits, des Philoſophes, & du peuple : ce n'eſt pas toujours un Courtiſan, un Orateur, un homme d'eſprit, qu'il faut conſulter, mais quelquefois le plus pédant des Grammairiens.

Je ne ſçais pourquoi M. *Du Clos* trouve l'ortographe des femmes plus raiſonnable que celle des Savans : je ſuis perſuadé que la ſienne eſt encore bien plus conforme à celle des derniers qu'à celle d'une infinité de femmes qui pour l'ordinaire prononcent aſſez mal, & eſtropient les mots (*e*). S'il n'a pû gagner les Sçavans, c'eſt qu'il manque de raiſons triomphantes ; car eſt-il à préſumer que les gens éclairés ſoient moins doci-

(*e*) Les femmes des provinces prononcent très mal : elles font pis que les étrangers ; & à Paris, ſi l'on en excepte celles qui s'occupent utilement, il y en a beaucoup qui ont une prononciation ſi ſinguliere, qu'elles l'emportent ſur les petits Maitres, qui ont pour ainſi dire naturaliſé la prononciation de *bein* pour bien. Les mots les plus en uſage ſont ſouvent eſtropiés par les femmes du meilleur ton.

dociles, ſur un article où leur amour propre n'eſt point intéreſſé, que ceux qui s'inquiètent peu s'ils écrivent bien ou mal.

Bien loin de penſer qu'il faille ortographier comme on prononce, il me ſemble qu'il faudroit affecter de faire le contraire. Il eſt bien plus facile aux étrangers & aux provinciaux d'ortographier de la même maniere, que de prononcer comme en ſeroient convenus ceux qu'on prendroit pour Ariſtarques de la langue parlée : les yeux ſont des maitres ſurs, les oreilles ne le ſont presque jamais. Lorsqu'on n'ortographie pas d'une maniere entièrement analogue à la prononciation, il eſt facile de ſe faire des régles pour juger combien la prononciation différe de l'ortographe, & pour apprendre à bien prononcer ; en ortographiant différemment, la prononciation de différentes perſonnes pourra plus facilement être la même, mais un mot ne ſera jamais prononcé par pluſieurs perſonnes de la même maniere, s'il eſt ortographié ſur la prononciation de quelqu'un en particulier : je ne parle point de l'accent des étrangers & des provinciaux, il y a des nuances qui tranchent moins, mais qui s'apperçoivent également. Il eſt impoſſible d'écrire un mot, qui exprime la prononciation de tout le monde ; & comme il eſt important qu'il ſoit toujours ortographié de la même maniere, il paroit qu'on évitera un très grand nombre d'inconvéniens, en rendant l'ortographe indépendante de la prononciation. S'il y a un moyen de faciliter la bonne prononciation à ceux qui ne ſont pas gens de lettres, aux étrangers ainſi qu'à ceux qui vivent dans les provinces, c'eſt aſſurement celui de les avertir avec ſoin qu'on ne prononce pas les mots comme on les écrit. Raiſon peut-être qui explique, pourquoi il eſt infiniment plus d'étrangers qui prononcent bien l'anglois, qu'il n'en eſt qui prononcent bien le françois.

Quels avantages au reſte pourroit-on retirer de cette nouvelle ortographe ? La ſuppreſſion des lettres doubles rendroit ſans doute un gros ouvrage un peu moins volumineux ; mais il y a longtems que les François n'écrivent plus de gros livres, & il y a bien peu à gagner

ſur une brochure de quelques feuilles, ſi l'on n'en retranche que les lettres doubles : d'ailleurs on veut leur ſubſtituer des accents, ce qui n'eſt pas ſans inconvéniens.

En ſoumettant l'ortographe à la prononciation, on s'engage à changer continuellement la premiere, car la prononciation varie : des mœurs plus aiſées, plus de moleſſe & plus de délicateſſe rendent naturellement la prononciation plus douce : quelques guerres qui ſe ſuccederoient dans un court eſpace de tems, donneroient aiſément un ton plus mâle, & par conſéquent une prononciation plus rude.

Si l'on ne s'apperçoit pas de ſon vivant du changement de la prononciation, c'eſt que ces nuances inſenſibles ne peuvent qu'échapper à la mémoire, qui ne ſçauroit retenir un ſon : mais que l'on faſſe attention aux diphtongues que la Langue Françoiſe a perduës, & on verra que j'ai raiſon. Les voyelles, l'ame des mots, ne ſont point fixes, on en ſupprime ſouvent dans la prononciation, de même qu'on ajoute des conſonnes à la fin des mots, qui précédent quelques voyelles. L'Eſpagnol & le Suabe multiplient les *a* & les *o* : l'Allemand change l'*u* en *ou*, l'Anglois change le ſon des *a*, des *e*, & des *o*. Je pourrois faire d'autres remarques ſur ce ſujet, mais cela me meneroit trop loin.

Ceux qui veulent changer l'ortographe, ſemblent admettre un principe qu'on ne ſçauroit leur paſſer : c'eſt que les lettres ont le même ſon, ſoit qu'elles ſoyent ſéparées, ſoit qu'on les trouve liées à d'autres : il n'y a cependant rien de moins vrai. Les lettres ſont des caractères dont la valeur eſt différente ſuivant la place qu'elles occupent : nous n'avons pas aſſez de lettres, pour qu'il en ſoit autrement : il en eſt d'elles comme des nombres ou des notes de muſique. Quoiqu'aſſurément le ſon des trois *ut*, qu'on exprime en montant deux octaves, ſoit différent, on n'a jamais crû qu'il fut néceſſaire d'inventer de nouvelles notes pour déſigner cette différence ; la ligne où l'*ut* eſt marqué ſuffit au Muſicien pour hauſſer ou baiſſer la voix. De même des nombres : avec dix caractères que n'exprime-t-on pas ? Il s'agit donc

moins

moins d'exprimer un ſon, de le peindre, que de déſigner une choſe quelconque, que nous avons appris à faire connoître aux autres par le moyen de la parole.

Dans toutes les Langues l'ortographe & la prononciation ne s'accordent point. La Langue Françoiſe feroit-elle plus parfaite, ſi elle ſortoit de la régle, pour n'admettre que des inconvéniens, plus conſidérables que ceux qu'on voudroit éviter, & pour ne rien gagner. Les Grecs ont ils changé le *Gamma* devant un autre *Gamma*, ou devant un *Kappa* en un *Chi* en un *Ni*, quoiqu'ils le prononçaſſent ainſi. (*f*)

Quelle bigarure dans nos écrits, ſi tout le monde ſuivoit la régle renouvellée par M. *du Clos!* Et s'il n'étoit pas permis de la ſuivre à ceux qui prononcent mal, ce que perſonne ne voudroit ſe perſuader, il n'y auroit qu'un très petit nombre de gens de lettres, & de Courtiſans à qui l'ortographe ne couteroit rien. Mais, dira-t-on, il s'agit de déterminer, quelle eſt la bonne prononciation, & de régler enſuite l'ortographe ; cette maniere d'ortographier ſera pour lors celle que tout le monde doit adopter, elle ſervira de loi, & nous n'aurons plus une ortographe ſi chargée. Ce raiſonnement paroitroit concluant, ſi l'on étoit aſſuré qu'au bout de vint ans on n'en diſe pas autant. Si l'on permettoit une fois à des particuliers d'innover à leur gré, les changemens qu'ils introduiroient, défigureroient enfin ſi ſenſiblement la Langue, que les Chefs d'œuvre du Siecle de Louis XIV. ſubiroient bientôt le triſte ſort de ces excellents Ouvrages, qu'on ne lit presque plus aujourd'hui. D'ailleurs, par rapport à l'inconvénient des lettres doubles,

(*f*) C'eſt pourquoi le mot *ange*, qui vient d'αγγελος ſe prononce & s'ecrit avec un *ng*. Ce qui prouve que par rapport à l'etymologie, il ne faut pas toujours s'en rapporter à l'ortographe, lorsqu'il s'agit de déterminer la racine d'un mot: & comme on ignore la véritable prononciation des langues mortes, on ſent les difficultés qui peuvent arrêter un Erymologiſte bien exact. Peut être qu'en réfléchiſſant ſur les racines de certains mots de nos langues modernes, on découvriroit quelque choſe ſur la prononciation des langues mortes.

bles, il arriveroit que ce leger défaut, ſi c'en eſt un, ſe trouveroit changé pour une infinité de perſonnes en un défaut oppoſé. Je ne parle point de la peine qu'auroient les gens de lettres à ſe faire à cette nouvelle ortographe, & à l'apprendre.

On peut encore ajoûter à ce que viens de dire, l'impoſſibilité de ſuivre cette régle pour les noms propres, & pour les termes d'art, à moins qu'on ne veuille s'expoſer à oublier l'origine des familles, & l'etymologie des mots, ſi propre à en découvrir le ſens à ceux qui ne ſont pas initiés dans les Arts, d'où ces termes ſont tirés. Il en eſt de même pour les mots, qui ſignifiant des choſes différentes, ſe prononcent de la même maniere, & admettent des différences dans leur ortographe ; il n'eſt pas inutile de les diſtinguer du premier coup d'œil.

Les Novateurs ont bien tort d'enlever à l'Etymologie le peu de ſecours, qui lui reſte. Il ſemble que contre l'autorité des plus grands hommes, on veuïlle aujourd'hui conteſter à cette Science l'utilité qu'elle peut avoir. *Varron*, le plus ſçavant des Romains, travailla à l'Etymologie de ſa langue. *Platon* veut qu'on ait recours aux Langues étrangeres pour juger de celle des Grecs. Le célébre *Bochart* a prouvé, dans ſon *Phaleg* & dans ſon *Chanaan*, que cette Science étoit néceſſaire à quiconque veut étudier l'hiſtoire. L'autorité des *Scaligers*, des *Huets*, des *Voſſius*, doit être de quelque poids. Les Origines françoiſes de *Budée*, de *Baïf*, la conformité de la Langue Françoiſe avec la Langue Grecque de *Henri Etienne*, les Ouvrages de *Nicod*, du Pere *Périon*, Bénédictin très ſçavant, de *Piccard*, de *Tripault*, de *Poſtel*, de *Touſſain*, de *Vatable*, de *Guiſchard*, du Préſident *Fauchet*, de l'Abbé *Ménage* prouvent encore que l'Etymologie a eu des partiſans bien dignes de l'eſtime publique.

J'avoüe qu'il y a eu des Sçavans qui ont été trop loin. *Cujas* eut tort de ne montrer que le Dictionnaire de *Calepin*, lorsqu'on lui demanda, d'où il avoit puiſé ſon immenſe érudition : la connoiſſance des Langues ſçavantes eſt utile, mais ne ſuffit à aucune Science ; & elle eſt par-

parfaitement inutile à quelques unes. Les Etymologiſtes qui ont été chercher dans les langues les plus anciennes la racine de quelques mots de nos langues modernes, ont eu d'autant plus de tort, que, convaincus de l'incertitude de leurs ſuppoſitions, ils ont perdu leur tems à des diſcuſſions, qui ne les menoient à rien. *Guiſchard* n'auroit point dû chercher dans l'Hébreu la racine de quelques mots François: c'eſt avec plus de ſuccès & de raiſon qu'on a eu recours au Grec. (g).

Quand il ne s'agiroit que de ſoulager la mémoire, l'Etymologie ſeroit d'un grand prix: on ne ſçauroit rendre trop facile l'étude des langues: c'eſt la priver d'un ſecours que de négliger cette Science, qui, comme toutes les autres, a ſes abus. Il ne faut que de la mémoire pour apprendre une langue, mais il en faut beaucoup; l'Etymologie y ſupplée, c'eſt un flambeau qui nous éclaire dans un chemin obſcur, & qui nous épargne ainſi la peine d'en retenir les tours & les détours.

Enfin tout ce qui peut nous ſervir à connoitre les progrès de l'eſprit humain, eſt précieux. Qu'il ſeroit heureux ſi une ſeule & même Langue repanduë dans l'Univers, & conſervée depuis l'origine du monde jusqu'à nous, nous permettoit de profiter ſans peine des lumieres de nos Ancêtres, & de celles de nos contemporains étrangers! Aurons-nous beaucoup d'obligation à ceux qui changent ſi cruellement

(g) MM. de *Port-Royal* donnerent, en ſuivant les idées de *Ménage*, un Catalogue de mots françois, qui ſont viſiblement d'une origine grecque: Voyez le *Jardin des Racines grecques*: On pourroit conſidérablement augmenter cette liſte. Qui ne voit que καμινος, καννασις, καββαλλης, μιχανη, &c. ſont des mots presqu'entierement transpoſés dans la Langue Françoiſe. Le P. *Labbe*, après avoir critiqué cet eſſai, le publia ſous ſon nom avec de très legers changemens: on ſçait que ce R. P. en fit autant à MM. *de Sainte Marthe* & au célébre Géographe *Sanſon*. Il n'eſt pas douteux que toutes les Langues modernes n'aient emprunté du Grec un nombre conſidérable de mots: les mots λαμπας, λυκη, λυρα ſont entièrement allemands. Voyez le diſcours du R. P. *Bernier* ſur les Etymologies Françoiſes; il eſt à la tête des Origines de *Ménage*.

les Langues vivantes, & qui rendent ainſi de jour en jour l'étude de l'Etymologie plus difficile & plus incertaine ? Nous ne voulons plus tenir à nos Ancêtres par aucun endroit ; & nous cherchons à obſcurcir de plus en plus les tems paſſés, qui pourroient bien encore donner des leçons aux tems préſents. Mais, ſans parler même de l'Etymologie par rapport aux langues mortes, ou par rapport à des langues différentes de celle d'où ſont tirés les mots dont on cherche à découvrir l'origine, on peut ſe contenter d'inſiſter ſur l'utilité de celle qui ſe borne à chercher la racine d'un mot, dans la même langue d'où il eſt tiré. Je m'explique. Il y a des mots compoſés ; leur ſens eſt facile à déterminer, dès que l'origine en eſt ſenſible, c'eſt à dire, dès qu'on voit aiſément les mots ſimples dont ils ſont compoſés. Si l'on change l'ortographe, on ne le verra qu'avec peine, & il arrivera que pour ſçavoir le ſens d'un compoſé, il ne ſuffira pas de connoitre celui des ſimples qui le compoſent, il faudra apprendre le ſens de ce troiſième mot, qui rentrera pour nous dans la claſſe des mots ſimples. (*b*) L'omiſſion d'une ſeule lettre, le changement d'une lettre en une autre, peut rendre l'origine d'un mot méconnoiſſable.

En changeant l'ortographe, on changera la prononciation même ſans le vouloir ; il eſt ſi naturel à celui qui lit de prononcer ſuivant l'ortographe, lorsque le mot lui eſt nouveau, qu'on ne peut que s'attendre à de grands inconvéniens dans le projet de M. *Du Clos*. Ceux, par exemple, qui écriront *exeption* au lieu d'*exception* prononceront bientôt l'*x* de ce mot comme celui d'*examen*, c'eſt à dire, qu'après avoir crû pouvoir ſe paſſer du *c* après l'*x* dans le mot *exception*, ils feront de l'*x* un *gz*.

Si l'on veut établir des régles générales, aſſujettir l'ortographe à la prononciation, & ne point s'inquiéter de l'uſage, on ſera en droit par

(*b*) Les mots compoſés ſont encore plus communs à la Langue Allemande qu'à aucune autre langue vivante ; ce qui n'eſt pas un médiocre avantage. Elle a beaucoup de monoſyllabes ; ce qui a fait croire aux Sçavans qu'elle eſt fort ancienne.

par la même raiſon, de condamner & de changer une infinité de choſes dans les langues, qui en altéreroient entièrement la nature. Il n'y a peut-être pas deux régles de Grammaire, qui ne ſouffrent quelques exceptions la Syntaxe à ſes irrégularités, on dit *grand'Meſſe* & *grand'Mere*.

Les Novateurs tombent en contradiction avec eux-mêmes, en s'écartant de leur régle dans la ſuppreſſion des lettres inſenſibles à la prononciation, lorsque ces lettres ſervent à marquer les cas. Il faudroit ſelon leur principe écrire un même mot différemment, ſelon qu'il eſt ſuivi d'une voyelle ou d'une conſonne ; ainſi, en ſuivant cette régle, on écriroit *ſanc agité* & *ſan brulé*. Si l'on dit qu'il faut écrire les mots comme on les prononce iſolés, on ne pourra pas dire qu'on les prononce comme on les écrit ; car, liés d'une certaine façon, il faudra pourtant s'en tenir à la prononciation uſitée.

Je ne vois pas pourquoi M. *Du Clos* ſubſtitue l'*s* à l'*x* dans les mots *mieux* & *vicieux* ; il ne devroit pas écrire *reſpect* avec un *t*, ni *qualifier* avec un *qua*. On trouve un nombre d'excellentes remarques ſur ce ſujet dans le bel Ouvrage ſur la Grammaire françoiſe de l'Abbé *Régnier*.

Les changemens qu'on veut introduire, ne ſont pas des inventions modernes : les Latins eux mêmes ont changé leur ortographe : on écrivit d'abord *chorona*, *precho*, *irci*, *triumpi*, *caſſantra*. (i) On changea dans pluſieurs mots l'*h* en *f*, & l'*f* en *h* : il y eut un tems où l'on écrivoit *haba* pour *faba*, & *fordeum*, *fircus*, *fariolus*, *fœdus*, pour *hordeum* (k) &c. *Suetone* (l) rapporte qu'*Auguſte* n'obſervoit pas l'uſa-

(i) *Quintilien* Liv. I. de ſes Inſtitut. *Ciceron* & *Virgile* ecrivoyent *Cauſſa*, *caſſus*, *diviſſio*, comme on le voit dans les anciens MSS. avant eux on avoit dit *juſi*, *optumus*.

(k) *Terentius Scaurus*, de Ortographia.

(l) *Ortographiam, id eſt, formulam rationemque ſcribendi non adeo cuſtodit; ac videtur eorum potius ſequi opinionem, qui perinde ſcribendum ac loquamur exiſtiment : Nam quod ſæpe non litteras modo ſed ſyllabas, aut permutat, aut præterit, communis hominum error eſt.*

l'uſage établi par rapport à l'ortographe, mais qu'il ſuivoit l'idée de ceux qui croyoient devoir la conformer à la prononciation. *Porphyre* reproche la même choſe à *Plotin.* (m) L'Abbé *Régnier* (n) nous apprend que dans le courant du ſeizième Siecle, *George Triſſin* voulut tenter de réformer l'ortographe italienne; il voulut même ajoûter des lettres à l'alphabet: il a été ſi peu ſuivi, qu'on ſçait à peine aujourdhui ce qu'il avoit deſſein d'introduire.

En même tems *Jaques du Bois*, Profeſſeur en Médecine, connu ſous le nom de *Sylvius*, tenta la même choſe en France, & publia en 1531 un ouvrage ſur ce ſujet. *Louis Maigret* de *Lion*, & *Jaques Pelletier* du *Mans*, eurent des deſſeins plus vaſtes: ils conſeillerent des changemens auſſi téméraires que ridicules. *Pierre de la Ramée*, qui leur ſuccèda, ne fit pas mieux; il voulut augmenter le nombre des caractères de l'Alphabet. *Rombaut* renchérit ſur les autres; il compoſa un alphabet de 44 conſonnes & de 8 voyelles; & fit imprimer un ouvrage en ſuivant cette nouvelle écriture. *L'Eſclache* renouvella au milieu du Siecle paſſé les idées de *Maigret*, de *Pelletier* & de *Ramus*. *L'Artigaut* publia en même tems un projet de changements, peu différent de celui de l'*Eſclache*. Ce ſont là les principales tentatives qu'on a fait en France, & qu'on peut voir detaillées dans l'Ouvrage déjà cité de l'Abbé *Regnier*. A' en juger par ce qu'on a fait autrefois, il eſt à préſumer que les tentatives modernes n'auront pas beaucoup de ſuccès. Il faut pourtant diſtinguer de toutes les autres, celles de M. *Du Clos*.

Bien loin de chercher à renouveller cette ancienne erreur, nous devrions inſiſter ſur l'exacte obſervation de l'ortographe, ſur la conſervation de tant de mots que les Langues vivantes, & ſurtout la Langue Françoiſe, perdent tous les jours, & ſur le danger du Néologiſme.

Le

(m) Ἔγραφε δὲ ὅτε εἰς ἄλλος ἀποτυπούμενος τὰ γράμματα, ὅτε εὐσήμως τὰς σύλλαβας διαιρῶν, οὐδὲ τῆς ὀρθογραφίας φροντίζων ἀλλὰ μόνῳ τῷ νῷ ἐχόμενος. *Porphyr.*

(n) Grammaire Françoiſe, p. 71.

Le paſſé peut nous inſtruire. La Langue Françoiſe, qui eſt ſur le point de devenir la langue de l'Europe, puiſqu'elle eſt déjà celle des Cours, celle de tant de Sçavans, & celle du ſexe, doit être plus qu'une autre fixée pour toujours.

Qu'on ne diſe pas que l'ortographe eſt de peu de conſéquence, toute la langue y tient. La prononciation eſt l'ame de la langue parlée, comme l'ortographe eſt celle de la langue écrite. Lorsqu'on écrit, on ne doit point ſonger à la prononciation; il ſeroit plus ſage de ſonger à l'ortographe, lorsqu'on parle. Si l'on inſiſte ſur l'inutilité des lettres doubles & de pluſieurs diphtongues, je puis répliquer que les changemens à faire ne ſont pas plus utiles: d'ailleurs une lettre n'eſt inutile dans un mot, que lorsqu'étant inſenſible à la prononciation, elle ne ſert à en fixer ni le ſens ni l'étymologie. On ſeroit moins embarraſſé ſur les anciens tems de l'hiſtoire, ſi les Langues n'avoient ſouffert de ſi cruels changemens: à force de changer l'ortographe & la prononciation, d'introduire de nouveaux mots, d'accumuler le nombre des mots vieillis, une Langue changera du tout au tout au bout d'un demi-Siècle. Peut-être que toutes les Langues du monde ne ſont que des dialectes d'une langue primitive changée inſenſiblement.

Il paroit par ce que je viens de dire, qu'on ne ſçauroit veiller avec trop de ſoin à écarter des Langues toute eſpece de changement & d'innovation. Les Sciences & les Arts tiennent aux Langues par des liens indiſſolubles. Au reſte je n'ai propoſé ces difficultés contre le ſentiment d'un Académicien célébre, qu'avec la juſte défiance que je dois avoir de moi-même, lorsqu'il m'arrive d'être d'un avis oppoſé à celui d'un homme qui a mérité autant que M. *Du Clos*, les éloges & l'eſtime du *Public*.

ELOGE
DE
MONSIEUR VOCKERODT.

JEAN GOTHILF VOCKERODT, Conſeiller Privé au Département des affaires étrangeres, étoit né à *Halle*, le 15 de Mars, 1639. Son Père, *Godefroy Vockerodt*, étoit alors Conrecteur du College de cette Ville ; & ſa réputation d'habile Littérateur le fit appeller depuis à *Gotha*, pour remplir la premiere place du College avec le titre de Directeur. Ce fut ſous ce pere que le fils, né avec d'excellentes diſpoſitions aux études, fit rapidement ſes humanités, & acquit des connoiſſances peu communes dans les Langues, dans l'Hiſtoire profane & eccléſiaſtique, dans les Belles-Lettres, la Philologie ſacrée, & la Philoſophie.

Suivant les vuës de M. *Vockerodt* le père, ſon fils devoit ſe deſtiner à la Théologie, & il l'envoya pour cet effet en 1708. faire à *Halle* les études convenables à cette deſtination. Il parut s'y prêter, & au bout de deux ans, n'étant encore que dans ſa dix-ſeptième année, il reçut le grade de Maître ès Arts. Mais quand il eut atteint cette eſpece d'émancipation, il fit connoître l'éloignement qu'il nourriſſoit depuis longtems pour tous les poſtes eccléſiaſtiques & académiques; éloignement qui devoit être bien fort, puiſque M. *Vockerodt* avoit d'ailleurs toutes les qualités propres à ſe diſtinguer & à obtenir des places conſidérables dans l'un ou l'autre de ces états. On commençoit même déjà à lui en offrir; mais il déclara qu'il avoit deſſein de voyager, & quoique ſon père n'approuvât point un plan qui ſembloit détruire le fruit de tant d'années ſi heureuſement conſacrées au travail, il y donna enfin ſon conſentement en 1711.

Com-

Comme M. *Vockerodt* n'étoit pas en état de faire par lui-même les grands fraix qu'entrainent après eux les voyages, il prit le parti de ſe charger de la conduite de jeunes Eleves d'un rang diſtingué, avec lesquels il put profiter des avantages qu'il deſiroit. Il fut d'abord pendant un an auprès du Baron *de Rönne*, fils d'un Général au ſervice de la Cour de Ruſſie, & paſſa de là dans la même qualité chez le Comte *de Bruce*, qui étoit dans les mêmes Troupes.

Tranſplanté en Ruſſie, M. *Vockerodt* ſe hâta d'apprendre la Langue du païs ; & comme ſes vuës ne ſe bornoient pas à la Pédagogie, dans laquelle on ne ſçauroit vieillir ſans dégoût, il chercha à ſe rendre agréable & utile à ſes Maîtres, qui remarquerent bientôt les qualités par leſquelles il s'eſt rendu ſi recommandable dans la ſuite, ſon génie, ſa pénétration, ſa facilité à démêler les affaires, ſa netteté à les expoſer, & le tour heureux de ſon ſtyle. Ces Généraux qui avoient part à la confiance de leur Monarque, Pierre le Grand, accorderent donc à M. *Vockerodt* toute la leur, & le firent travailler ſous eux, ou même pour eux, dans des occaſions de la derniere importance. Cela le fit connoître, & le mit en liaiſon avec les perſonnes les plus diſtinguées de la Cour. Il en ſçut tirer parti, non pour ſatiſfaire une frivole vanité, mais pour étendre ſes lumieres, & acquérir la connoiſſance la plus approfondie de l'état politique & militaire, des forces, & des interêts de cet Empire qui naiſſoit, pour ainſi dire, alors, & qui de vaſte & inconnu qu'il avoit été jusques là, eſt devenu une des Puiſſances qui influent le plus ſur ce qu'on appelle la Balance de l'Europe.

Parmi les Grands qui conçurent de l'eſtime pour M. *Vockerodt*, & qui chercherent à ſe l'attacher, il n'y en avoit point qui fut plus connoiſſeur en mérite que le célébre Prince *Cantimir*, Hoſpodar de Valachie, qui a donné des Ouvrages propres à faire beaucoup d'honneur, même à un Savant de profeſſion. Il propoſa d'abord à M. *Vockerodt* le genre de poſte qu'il avoit jusqu'alors rempli, en le plaçant ſur le pied de Gouverneur auprès de ſon fils, *Antiochus Cantimir*, ce Prince qui

a paru avec diſtinction en qualité d'Ambaſſadeur dans les Cours de France & d'Angleterre, mais qui a illuſtré encore davantage ſon nom & ſa Patrie par les Ouvrages élégans & ingénieux où il s'eſt propoſé, comme un autre *Boileau*, de former le goût & les mœurs de ſa Nation.

Il y a apparence que l'Hoſpodar n'avoit pas moins eu en vuë d'avoir un excellent Secretaire, que de donner un habile Gouverneur à ſon fils, en faiſant l'acquiſition de M. *Vockerodt*. Au moins celui-ci s'acquitta-t-il également bien de l'une & de l'autre de ces fonctions. Les ſuccès de l'Eleve prouvent les ſoins du Maître; & ſi la modeſtie du défunt lui avoit permis de dire toute la part qu'il eut à la belle Hiſtoire de l'Empire Ottoman, qui a paru ſous le nom du Prince *Cantimir*, ſurtout au premier Tome, il n'en retireroit pas moins d'honneur. Ce qui eſt mieux connu, c'eſt que M. *Vockerodt*, accumulant de plus en plus ſes rares connoiſſances, profita de cette conjoncture pour s'initier dans les myſtères du Gouvernement Turc, comme il l'étoit déjà dans ceux du Gouvernement Ruſſe. Il apprit auſſi à connoitre les lieux par lui-même, ayant fait de fréquens voyages à la ſuite de ſon Maitre, en Ukraine, en Tartarie, en Turquie, & dans les Provinces circonvoiſines; voyages d'où il rapportoit toujours de riches dépouïlles, perſonne n'étant plus propre que lui à ſaiſir le caractère, les mœurs, les inclinations, les principes, & la politique des Nations chez leſquelles il ſéjournoit; & ce qui eſt encore plus important, à en tirer des conſéquences juſtes, & avantageuſement appliquables aux cas dans leſquels il étoit employé.

La fortune ſembla vouloir faire monter M. *Vockerodt* un degré plus haut, en lui procurant l'occaſion de paſſer du ſervice du Prince *Cantimir* à celui du Favori de Pierre le Grand. C'étoit le Baron *de Schaffiroff*, qui occupoit alors ce poſte gliſſant; & l'on ſçait qu'il ne pût s'y ſoutenir. Il étoit au haut de la roue; & c'étoit par conſéquent une commiſſion brillante que celle d'accompagner ſon Fils dans les voyages auxquels il ſe diſpoſoit, & qui devoient comprendre les principaux

paux païs de l'Europe. M. *Vockerodt* attendoit donc avec joye le moment du départ, lorsque la veille même il fit une chûte dangereuſe, & ſe bleſſa ſi griévement à la tête, qu'il fut relevé pour mort. Cela l'obligea de renoncer à un poſte qu'il faloit remplir ſans délai, & qu'il vit avec douleur paſſer entre les mains d'un autre, qui fut envelopé dans une cataſtrophe beaucoup plus fâcheuſe que n'avoit été l'heureux accident qui en préſerva M. *Vockerodt*.

Après ſa guériſon, divers Envoyés lui offrirent la place de Secretaire d'Ambaſſade, avec des conditions favorables; & la Cour de Ruſſie elle-même lui fit une propoſition plus ſéduiſante encore, en voulant lui conférer un emploi important, c'eſt celui de Translateur au Senat, avec des appointemens conſidérables. Tandis qu'il balançoit entre ces divers partis, il entra en liaiſon avec M. *de Mardefeld*, qui venoit d'arriver à la Cour de Ruſſie en qualité d'Envoyé de celle de Pruſſe: & il ſe détermina pour une fonction qui paroiſſoit à tous égards au deſſous de celles qu'on lui avoit offertes; c'étoit celle de ſimple Secretaire & translateur au ſervice de ce Miniſtre. Sans doute que l'amour de la patrie, & l'eſpérance de s'y avancer par cette voye influerent ſur cette réſolution, que l'événement a bien juſtifiée. Bientôt après en 1716. il eut le caractère de Secretaire d'Ambaſſade, & ſervit en cette qualité avec une extrême application, accompagnée de tout le ſuccès qu'on pouvoit ſe promettre de ſa longue expérience, & des talens naturels & acquis dont nous avons fait mention. Les conjonctures qui manquent ſouvent aux ſervices & aux talens ſe trouverent fort heureuſes; c'étoit un tems de Négociations & de Traités, dans lequel il déploya toute ſa capacité. Mais comme la condition de l'humanité eſt d'acheter toujours un bien aux dépens de quelque autre, les fatigues du Cabinet, & les voyages pénibles, quelquefois dangereux, qu'il fut obligé d'eſſuyer, altérerent conſidérablement ſa ſanté.

A' meſure qu'il avançoit dans la carrière de ſes travaux, le Roi *Frideric Guillaume* de glorieuſe mémoire, Prince dont la juſtice a toujours fait un des grands caractères, le récompenſoit par des marques

réelles de ſon auguſte bienveillance. Il eut enſuite occaſion de le connoître perſonnellement dans des voyages qu'il fit à *Berlin* en 1724. & en 1728. pour rendre compte de commiſſions dont il avoit été chargé. Ce fut un peu après le dernier que le Roi lui conféra la place de Bourguemaître de la Ville de *Königsberg*, Capitale du Royaume de Pruſſe, place qui rapportoit un revenu conſidérable.

M. *de Mardefeld* reçut en 1734. ordre de ſe rendre à *Berlin*, dans une criſe d'affaires au ſujet de laquelle le Roi vouloit conférer avec lui ; & pendant ce tems-là M. *Vockerodt* revêtit le caractère de *Chargé des affaires*, ſous lequel il continua pendant près d'un an à ménager les interêts de ſa Cour avec toute la dextérité poſſible. Sa préſence en Ruſſie étoit trop utile pour qu'on eut peut-être jamais penſé à l'en rappeller, ſi l'on n'y avoit été comme forcé ; & voici comment. Lorsqu'en 1737. M. le Comte d'*Oſterman*, & M. *de Biron*, depuis Duc de Courlande, étoient au timon des affaires, ils s'apperçurent que les yeux de M. *Vockerodt* étoient beaucoup plus pénétrans qu'il ne convenoit à leurs interêts ; & à cette inquiétude ſe joignit encore la jalouſie qu'ils conçurent du crédit preſque incroyable qu'il s'étoit acquis, tant parmi la Nation qu'auprès des Etrangers. Ils n'eurent donc aucun repos qu'ils ne ſe fuſſent ôtés une épine auſſi fâcheuſe ; & M. *Vockerodt* fut rappellé. Le Roi, plus convaincu que jamais de ſon mérite, le reçut à ſon retour avec les plus grandes marques de ſatiſfaction : il le fit ſouvent appeller pour s'entretenir pluſieurs heures avec lui, & rempli lui-même de la plus haute pénétration, il fut charmé d'appercevoir toute l'étenduë de celle de cet habile ſerviteur ; & d'épuiſer en quelque ſorte ce magazin de politique conſommée, par une infinité de queſtions ſur tout qui étoit du reſſort de M. *Vockerodt*. Ces entretiens furent bientôt ſuivis d'une Patente, en date du 9 de Novembre 1737. par laquelle M. *Vockerodt* fut déclaré Conſeiller d'Ambaſſade, & attaché en cette qualité au Département des affaires étrangeres, comme l'un de ceux qui pouvoient le mieux travailler aux expéditions de ce Département.

Le

Le Roi étant inſtruit que la capacité de M. *Vockerodt* le rendoit propre à des fonctions très différentes, & que d'ailleurs il avoit pendant bien des années dirigé des Educations qui lui avoient fait beaucoup d'honneur ; il le plaça au commencement de 1738. auprès de LL. AA. RR. Meſſeigneurs les trois Princes, aujourdhui Frères de S. M. Mais la ſanté véritablement ruïnée de M. *Vockerodt* ſe refuſa entièrement à une occupation qui ruïne quelquefois des ſantés très vigoureuſes ; & au bout de la même année il obtint d'être diſpenſé de cet emploi. Ses vuës ſe tournerent alors du côté de *Königsberg*, où nous avons dit que le Roi lui avoit accordé une place ; & il demanda la permiſſion de s'y rendre pour entrer dans l'exercice de la charge de Bourguemaître régnant, ou Préſident de la Ville, qui lui étoit dévoluë. Il obtint ſa demande, fit en conſéquence les préparatifs de ſon voyage, & prit congé du Roi. Cependant il ne partit point, parce que le Roi, de ſon propre mouvement, & dans la perſuaſion qu'il valoit mieux appliquer au ſervice de l'Etat entier qu'à celui d'une ſeule Ville, un homme dont l'habileté lui étoit ſi connuë, lui ordonna, contre ſa propre attente & celle de tout le monde, de demeurer à *Berlin*. Une Patente du 31 Mars 1739. l'eleva au rang de Conſeiller Privé au même Département où il avoit ſervi jusqu'alors, & y attacha une penſion de 2000 Ecus.

Lorsque peu de tems après le Roi glorieuſement régnant monta ſur le Thrône, il confirma M. *Vockerodt* dans la jouïſſance de ſon poſte ; & en 1741. lui ordonna de ſe rendre en Sileſie pour travailler aux affaires importantes qu'occaſionna la conquête de cette Province. Sous un Maître qui fait tout par lui-même, M. *Vockerodt* ſe montra digne d'exécuter ſes ordres, par l'intelligence, la promtitude, & la fidélité, qui ſont les qualités eſſentielles au Secretaire d'Etat, & qui furent conſtamment celles du défunt. Les récompenſes furent proportionnées aux ſervices ; & la ſituation de M. *Vockerodt* devint plus floriſſante qu'il n'eut jamais oſé ſe la promettre. C'eſt dommage que ſes grandes occupations d'un côté, & le deſordre de ſa ſanté de l'autre, ne lui ayent guères permis d'en jouïr.

Lors-

Lorsque la Société Littéraire, qui a depuis été incorporée à l'Académie, ſe forma, M. *Vockerodt* en fut d'abord, & ſe trouva ainſi Membre de l'Académie à la réünion de ces deux Corps. Nous l'avons vû aſſez ſouvent, ſurtout avant ſes dernieres infirmités, à nos Aſſemblées; & il a toujours paru s'intéreſſer à nos travaux, & à nos avantages.

Deux ans avant ſa mort, on s'apperçut d'un déclin marqué; & ſes forces s'affoibliſſant par degrés, ſans que ſon eſprit parut néanmoins en ſouffrir, un coup d'apoplexie a terminé ſa carriere le 5 de Mars de cette année.

Une vie auſſi remplie que l'eſt celle dont nous venons de rendre compte, ne laiſſe guères de place pour les liaiſons extérieures, & pour ces rélations de ſociété, qui aident à tracer le caractère moral de ceux qui les forment. C'eſt toujours beaucoup d'être bon ſujet, & même ſujet très utile, attaché à ſes devoirs, & plein de zele dans leur obſervation. M. *Vockerodt* poſſedoit doublement cette qualité de bon ſujet, par le ſoin qu'il prenoit d'en former d'autres, par l'affabilité avec laquelle il répondoit à tous ceux qui avoient droit de recourir à ſes lumieres, par la facilité avec laquelle il communiquoit des connoiſſances importantes, qui lui avoient beaucoup coûté à acquérir, & ſur leſquelles le plus grand nombre de ceux qui les poſſédent, affectent la réſerve & le myſtère. C'en eſt aſſez pour faire ſon éloge; mais c'eſt auſſi tout ce que nous croyons pouvoir y faire entrer.

FIN.

TABLE.

TABLE.

CLASSE de Philoſophie Expérimentale.

Conſidérations *ſur le Globe, par M. le Comte de* REDERN. pag. 1

Recherches *ſur la formation des Pierres, ou concrétions graveleuſes dans le corps humain, à l'occaſion d'une Pierre ſortie par un abſcès percé dans les hypochondres, par* M. ELLER. 24

Recherches *ſur les Loix du mouvement du ſang dans les Vaiſſeaux, par* M. *de* SAUVAGES. 34

Obſervations *ſur les maladies du Cœur, par* M. MECKEL. 56

Rélation abrégée, *concernant une excreſcence monſtrueuſe, qui a été trouvée ſur un ſapin, par* M. GLEDITSCH. 86

Nouvelles Expériences *ſur la réſiſtance que ſouffre une balle de fuſil en paſſant par l'air, par* M. SULZER. 104

Théorie *de l'inclinaiſon de l'Eguille magnétique, confirmée par des Expériences, par* M. EULER le fils. 117

Hiſtoire *du Chryſoprase de* Koſemitz, *par* M. LEHMANN. 202

CLASSE de Mathématique.

Principes généraux *de l'état de l'équilibre des fluides*, *par* M. EULER. 217
Principes généraux *du mouvement des fluides*, *par* M. EULER. 274
Continuation des Recherches *ſur la théorie du mouvement des fluides*, *par* M. EULER. 316
Nouvelles Equations *pour la perfection de la théorie des Satellites de Jupiter*, *& pour la correction des longitudes terreſtres, déterminée par les Obſervations des mêmes Satellites*, *par* M. *de* BARROS. 362
De la *Figure des ſupports d'une Voûte*, *par* M. AEPINUS. 386
Problême *ſur la chûte des Corps*, *par* M. *de* KURDWANOWSKI. 394
Méthode *de trouver les logarithmes de chaque nombre poſitif, négatif, ou même impoſſible*, *par* Dom WALMESLEY. 397
Extrait *d'une Lettre de* M. *d'*ALEMBERT *à* M. FORMEY. 401

CLASSE de Philoſophie Spéculative.

Mémoire *ſur les premiers Principes de la Métaphyſique*, *par* M. BEGUELIN. 405
Second Mémoire *ſur les Principes de la Métaphyſique*, *par* M. BEGUELIN. 424
Réflexions *ſur les Allégories Philoſophiques*, *par* M. FORMEY. 448
Sur *l'Identité Numérique*, *par* M. MERIAN. 461
La *Théologie de l'Etre*, *ou Chaine d'Idées de l'Etre jusqu'à Dieu*, *par* M. *de* PRÉMONTVAL. 476

CLASSE de Belles-Lettres.

Sur *la maniere d'écrire & de lire la vie des grands Hommes, par* M. *de* MAUPERTUIS. 507

Réflexions *ſur les changemens des Langues vivantes par rapport à l'ortographe & à la prononciation, par* M. *de* BEAUSOBRE. 514

Eloge de M. VOCKERODT. 530

ADDITIONS ET CORRECTIONS
pour le premier Mémoire de ce Volume.

Pag.	Lig.		liſez
4.	3.	flotts	— *flots*
Ibid.	6.	après avoir	— *Vous n'exigez pas, que je m'étende ſur le mérite proprement littéraire de notre Patrie, après l'avoir conſidérée come la Mere des Sciences & des Arts.*
5.	1.	reſervées	— *reſervée*
8.	9.	evoient	— *etoient*
14.	1.	vers	— *verds*
Ibid.	29.	vaſtée	— *vaſtes*
16.	6.	Cocahu	— *Caucahue*
17.	22.	Topinambus	— *Topinambas*
18.	16.	*après* pacifique	— *impraticable même, & inutile pour le but qu'on ſe propoſe, s'il exiſte.*
Ibid.	19.	*après* l'évidence	— *Le tems vérifiera les ſçavantes & ingénieuſes recherches de Meſſieurs* de l'Isle & Buache *ſur cette Partie de notre Globe.*
20.	14.	Longitde	— *Longitude*
22.	27.	parvenu	— *parvenue*
22.	2.	irera	— *tirera.*